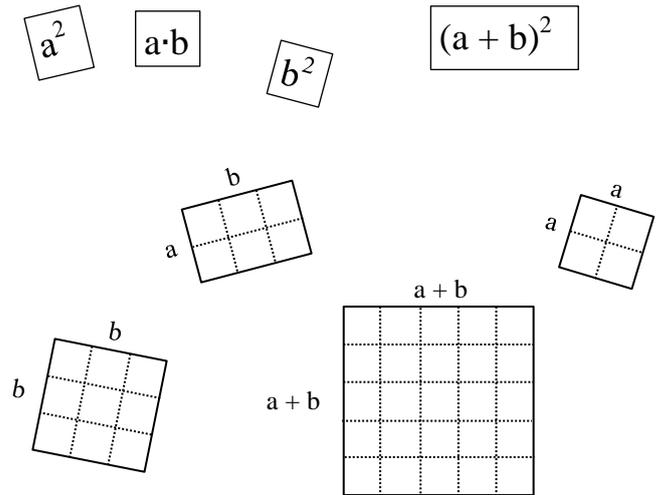


1.1 Aufgaben zu binomischen Formeln

Aufgabe 1: 1. binomische Formel

- Ordne jeder Fläche den passenden Inhalt zu und schreibe ihn in die Fläche.
- Umrahme jede der drei kleinen Flächen a^2 , b^2 und $a \cdot b$ mit einer anderen Farbe.
- Lege die drei kleinen Flächen a^2 , b^2 und $a \cdot b$ so in die große Fläche $(a + b)^2$, dass sie sich nicht überdecken und markiere das entsprechende Legemuster in den Farben aus b). Welche der drei kleinen Flächen wird **zweimal** benötigt?
- Begründe die 1. binomische Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ **geometrisch** mit Hilfe von c)
- Begründe die 1. binomische Formel $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ **algebraisch** mit Hilfe des **Distributivgesetzes**.
- Welche Werte haben die Variablen a und b in der Zeichnung rechts?
- Zeichne ein Legemuster wie in c) in Dein Heft. Verwende dieses Mal die Werte $a = 1,5 \text{ cm}$ und $b = 2 \text{ cm}$.
- Viele technische und mathematische Probleme lassen sich sowohl **geometrisch** als auch **algebraisch** lösen. Anstelle der beiden Fremdwörter kann man auch ganz einfache deutsche Alltagswörter verwenden. Welche könnten es sein?



Aufgabe 2: 1. binomische Formel vorwärts

Multipliziere aus mit Hilfe der 1. binomischen Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| a) $(a + b)^2$ | g) $(a + 2)^2$ | m) $(2a + b)^2$ | s) $(2a + 3b)^2$ |
| b) $(a + c)^2$ | h) $(3 + b)^2$ | n) $(a + 3b)^2$ | t) $(3a + 4b)^2$ |
| c) $(b + a)^2$ | i) $(x + 1)^2$ | o) $(4x + y)^2$ | u) $(2x + 4y)^2$ |
| d) $(x + y)^2$ | j) $(4 + y)^2$ | p) $(2x + 1)^2$ | v) $(5u + 6v)^2$ |
| e) $(x + z)^2$ | k) $(z + 5)^2$ | q) $(2 + 3y)^2$ | w) $(4v + 6w)^2$ |
| f) $(u + v)^2$ | l) $(6 + z)^2$ | r) $(4z + 1)^2$ | x) $(a - b)^2$ |

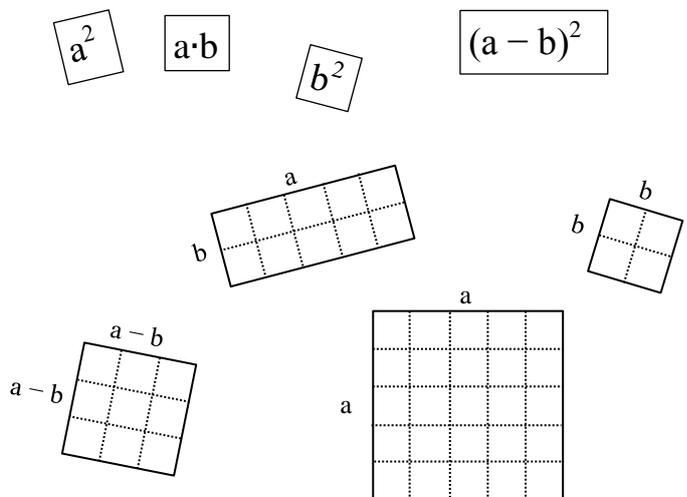
Aufgabe 3: 1. binomische Formel rückwärts

Faktorisiere mit Hilfe der 1. binomischen Formel $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

- | | | | |
|--|---------------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $a^2 + 2ab + b^2$ | g) $x^2 + 10x + 25$ | m) $4 + 4w + w^2$ | s) $a^2 + 10ab + 25b^2$ |
| b) $x^2 + 2xy + y^2$ | h) $u^2 + 12u + 36$ | n) $4a^2 + 4ab + b^2$ | t) $x^2 + 14xy + 49y^2$ |
| c) $u^2 + 2uv + v^2$ | i) $z^2 + 2z + 1$ | o) $9a^2 + 6ab + b^2$ | u) $4a^2 + 12ab + 9b^2$ |
| d) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$ | j) $9 + 6b + b^2$ | p) $16a^2 + 8ab + b^2$ | v) $25a^2 + 30ab + 9b^2$ |
| e) $a^2 + 6a + 9$ | k) $49 + 14b + b^2$ | q) $25x^2 + 10xy + y^2$ | w) $16x^2 + 24xy + 9y^2$ |
| f) $a^2 + 8a + 16$ | l) $1 + 2y + y^2$ | r) $36u^2 + 12uv + v^2$ | x) $36v^2 + 60vw + 25w^2$ |

Aufgabe 4: 2. binomische Formel

- Umrahme jede der drei kleinen Flächen b^2 , $(a - b)^2$ und $a \cdot b$ mit einer anderen Farbe.
- Lege die drei kleinen Flächen b^2 , $(a - b)^2$ und $a \cdot b$ so in die große Fläche a^2 , dass sie sich **nur einmal** überdecken und markiere das entsprechende Legemuster in den Farben aus b). Welchen Inhalt hat die Überdeckung?
- Begründe die 2. binomische Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ **geometrisch** und **sprachlich** mit Hilfe von c) und des Lückentextes.
- Begründe die 2. binomische Formel $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$ **algebraisch** mit Hilfe des **Distributivgesetzes**.
- Welche Werte haben die Variablen a und b in der Zeichnung rechts?
- Zeichne ein Legemuster wie in c) in Dein Heft. Verwende dieses Mal die Werte $a = 3 \text{ cm}$ und $b = 2 \text{ cm}$.



Ich erhalte die **Restfläche** $(a - b)^2$, indem ich das große a^2 nehme, **zweimal** die **Ränder** $a \cdot b$ _____ und schließlich zum Ausgleich für das **doppelt** _____ Stück b^2 wieder **ein** b^2 _____.

Aufgabe 5: 2. binomische Formel vorwärtsMultipliziere aus mit Hilfe der 2. binomischen Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

- | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| a) $(a - b)^2$ | d) $(a - 2)^2$ | g) $(2a - b)^2$ | j) $(2a - 3b)^2$ |
| b) $(a - c)^2$ | e) $(3 - b)^2$ | h) $(a - 3b)^2$ | k) $(3a - 4b)^2$ |
| c) $(b - a)^2$ | f) $(x - 1)^2$ | i) $(4x - y)^2$ | l) $(2x - 4y)^2$ |

Aufgabe 6: 2. binomische Formel rückwärtsFaktorisiere mit Hilfe der 2. binomischen Formel $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

- | | | | |
|----------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $a^2 - 2ab + b^2$ | d) $x^2 - 10x + 25$ | g) $4 - 4w + w^2$ | j) $a^2 - 10ab + 25b^2$ |
| b) $x^2 - 2xy + y^2$ | e) $u^2 - 12u + 36$ | h) $4a^2 - 4ab + b^2$ | k) $x^2 - 14xy + 49y^2$ |
| c) $u^2 - 2uv + v^2$ | f) $z^2 - 2z + 1$ | i) $9a^2 - 6ab + b^2$ | l) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ |

Aufgabe 7: 3. binomische FormelBegründe die 3. binomische Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ **algebraisch** mit Hilfe des **Distributivgesetzes**.**Aufgabe 8: 3. binomische Formel vorwärts**Multipliziere aus mit Hilfe der 3. binomischen Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $(a - b)(a + b)$ | d) $(a - 2)(a + 2)$ | g) $(2a - b)(2a + b)$ | j) $(2a - 3b)(3b + 2a)$ |
| b) $(a + c)(a - c)$ | e) $(3 - b)(b + 3)$ | h) $(3b + a)(a - 3b)$ | k) $(3a + 4b)(3a - 4b)$ |
| c) $(a + b)(b - a)$ | f) $(1 + x)(x - 1)$ | i) $(4x - y)(4x + y)$ | l) $(2x - 4y)(2x + 4y)$ |

Aufgabe 9: 3. binomische Formel rückwärtsFaktorisiere mit Hilfe der 3. binomischen Formel $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

- | | | | |
|----------------|---------------|-----------------|------------------|
| a) $a^2 - b^2$ | d) $x^2 - 25$ | g) $4 - w^2$ | j) $a^2 - 25b^2$ |
| b) $x^2 - y^2$ | e) $u^2 - 36$ | h) $4a^2 - b^2$ | k) $x^2 - 49y^2$ |
| c) $u^2 - v^2$ | f) $z^2 - 1$ | i) $9a^2 - b^2$ | l) $4a^2 - 9b^2$ |

Aufgabe 10: Binomische Formeln vorwärts

Multipliziere aus mit Hilfe der binomischen Formeln

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $(x - y)^2$ | d) $(4 - y)(4 + y)$ | g) $(2x + 1)^2$ | j) $(6v - 5u)(5u + 6v)$ |
| b) $(x + z)^2$ | e) $(z + 5)^2$ | h) $(2 + 3y)(2 - 3y)$ | k) $(4v + 6w)^2$ |
| c) $(u + v)(u - v)$ | f) $(6 - z)^2$ | i) $(4z - 1)^2$ | l) $(2a - 9b)^2$ |

Aufgabe 11: Binomische Formeln rückwärts

Faktorisiere mit Hilfe der binomischen Formeln

- | | | | |
|--|----------------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ | d) $144 - 24b + b^2$ | g) $64a^2 + 16ab + b^2$ | j) $25a^2 - 9b^2$ |
| b) $a^2 - 9$ | e) $49 - b^2$ | h) $25x^2 - 10xy + y^2$ | k) $16x^2 - 24xy + 9y^2$ |
| c) $a^2 + 18a + 81$ | f) $100 + 20y + y^2$ | i) $36u^2 - v^2$ | l) $49v^2 + 70vw + 25w^2$ |

Aufgabe 12: Ausklammern und Binomische Formeln rückwärts

Faktorisiere durch Ausklammern und anschließende Anwendung einer binomischen Formel:

- | | | | |
|--|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------|
| a) $2\alpha^2 - 4\alpha\beta + 2\beta^2$ | d) $24 - 24b + 6b^2$ | g) $3a^2 + 2ab + \frac{1}{3}b^2$ | j) $75a^2 - 27b^2$ |
| b) $5a^2 - 45$ | e) $50 - 2b^2$ | h) $125x^2 + 50xy + 5y^2$ | k) $32x^2 - 48xy + 18y^2$ |
| c) $3a^2 + 54a + 243$ | f) $50 - 10y + \frac{1}{2}y^2$ | i) $3v^2 - 108u^2$ | l) $98v^2 + 140vw + 50w^2$ |

Aufgabe 13: Vereinfachen von Bruchtermen mit binomischen Formeln

Faktorisiere und kürze anschließend

- | | | | |
|--|---------------------------------------|--|-------------------------------------|
| a) $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}$ | d) $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{2x + 2y}$ | g) $\frac{64a^2 - 16ab + b^2}{64a - 8b}$ | j) $\frac{3a^2 - 12}{a^2 - 4a + 4}$ |
| b) $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$ | e) $\frac{50 - 2b^2}{25 + 10b + b^2}$ | h) $\frac{6x - 4y}{9x^2 - 12xy + 4y^2}$ | k) $\frac{16 - 4z^2}{z + 2}$ |
| c) $\frac{u^2 - 2uv + v^2}{u - v}$ | f) $\frac{3y^2 - 30y + 75}{y - 5}$ | i) $\frac{121 - x^2}{22 + 2x}$ | l) $\frac{5x - 15}{x^2 - 9}$ |

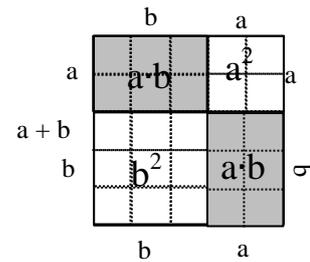
Aufgabe 14: Kopfrechnen mit binomischen FormelnBerechne mit Hilfe der binomischen Formeln. Beispiel: $29^2 = (30 - 1)^2 = 30^2 - 2 \cdot 1 \cdot 30 + 1^2 = 900 - 60 + 1 = 841$

- | | | | | |
|-----------------------|------------------------|------------------|--------------------|----------------------------|
| a) $32^2; 24^2; 43^2$ | b) $73^2; 77^2; 94^2$ | c) $64 \cdot 56$ | d) $119 \cdot 121$ | e) $1005 \cdot 995$ |
| $48^2; 67^2; 88^2$ | $304^2; 298^2; 1001^2$ | $47 \cdot 53$ | $92 \cdot 88$ | $100 \ 001 \cdot 99 \ 999$ |

1.1 Lösungen zur den Aufgaben zu binomischen Formeln

Aufgabe 1: 1. binomische Formel

- a) siehe rechts
 b) siehe rechts
 c) siehe rechts
 d) siehe rechts
 e) $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 f) $a = 2$ bzw. $a = 1$ cm und $b = 3$ bzw. $b = 1,5$ cm.
 g) wie rechts, aber a und b jeweils ein Kästchen länger.
 h) **geometrisch** bedeutet **zeichnerisch** und **algebraisch** bedeutet **rechnerisch**.



Aufgabe 2: 1. binomische Formel vorwärts

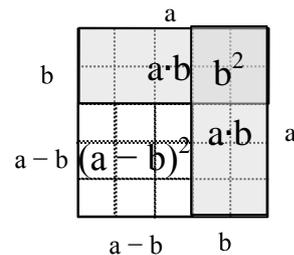
- | | | | |
|----------------------|---------------------|------------------------|---------------------------|
| a) $a^2 + 2ab + b^2$ | g) $a^2 + 4a + 4$ | m) $4a^2 + 4ab + b^2$ | s) $4a^2 + 12ab + 9b^2$ |
| b) $a^2 + 2ac + c^2$ | h) $9 + 6b + b^2$ | n) $a^2 + 6ab + 9b^2$ | t) $9a^2 + 24ab + 16b^2$ |
| c) $b^2 + 2ba + a^2$ | i) $x^2 + 2x + 1$ | o) $16x^2 + 8xy + y^2$ | u) $4x^2 + 16xy + 16y^2$ |
| d) $x^2 + 2xy + y^2$ | j) $16 + 8y + y^2$ | p) $4x^2 + 4x + 1$ | v) $25u^2 + 60uv + 36v^2$ |
| e) $x^2 + 2xz + z^2$ | k) $z^2 + 10z + 25$ | q) $4 + 12y + 9y^2$ | w) $16v^2 + 48vw + 36w^2$ |
| f) $u^2 + 2uv + v^2$ | l) $36 + 12z + z^2$ | r) $16z^2 + 8z + 1$ | x) $a^2 - 2ab + b^2$ |

Aufgabe 3: 1. binomische Formel rückwärts

- | | | | |
|-------------------------|----------------|-----------------|------------------|
| a) $(a + b)^2$ | g) $(x + 5)^2$ | m) $(2 + w)^2$ | s) $(a + 5b)^2$ |
| b) $(x + y)^2$ | h) $(u + 6)^2$ | n) $(2a + b)^2$ | t) $(x + 7y)^2$ |
| c) $(u + v)^2$ | i) $(z + 1)^2$ | o) $(3a + b)^2$ | u) $(2a + 3b)^2$ |
| d) $(\alpha + \beta)^2$ | j) $(3 + b)^2$ | p) $(4a + b)^2$ | v) $(5a + 3b)^2$ |
| e) $(a + 3)^2$ | k) $(7 + b)^2$ | q) $(5x + y)^2$ | w) $(4x + 3y)^2$ |
| f) $(a + 4)^2$ | l) $(1 + y)^2$ | r) $(6u + v)^2$ | x) $(6v + 5w)^2$ |

Aufgabe 4: 2. binomische Formel

- a) siehe rechts
 b) siehe rechts
 c) Ich erhalte die **Restfläche** $(a - b)^2$, indem ich das große a^2 nehme, **zweimal** die **Ränder** $a \cdot b$ **entferne** und schließlich zum Ausgleich für das **doppelt entfernte** Stück b^2 wieder **ein** b^2 **hinzufüge**.
 d) $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 e) $a = 5$ bzw. $a = 2,5$ cm und $b = 2$ bzw. $b = 1$ cm.
 f) wie rechts, aber a und b jeweils ein Kästchen länger



Aufgabe 5: 2. binomische Formel vorwärts

- | | | | |
|----------------------|-------------------|-----------------------|--------------------------|
| a) $a^2 - 2ab + b^2$ | d) $a^2 - 4a + 4$ | g) $4a^2 - 4ab + b^2$ | j) $4a^2 - 12ab + 9b^2$ |
| b) $a^2 - 2ac + c^2$ | e) $9 - 6b + b^2$ | h) $a^2 - 6ab + 9b^2$ | k) $9a^2 - 24ab + 16b^2$ |
| c) $b^2 - 2ba + a^2$ | f) $x^2 - 2x + 1$ | i) $16x^2 - 8y + y^2$ | l) $4x^2 - 16xy + 16y^2$ |

Aufgabe 6: 2. binomische Formel rückwärts

- | | | | |
|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| a) $(a - b)^2$ | d) $(x - 5)^2$ | g) $(2 - w)^2$ | j) $(a - 5b)^2$ |
| b) $(x - y)^2$ | e) $(u - 6)^2$ | h) $(2a - b)^2$ | k) $(x - 7y)^2$ |
| c) $(u - v)^2$ | f) $(z - 1)^2$ | i) $(3a - b)^2$ | l) $(2a - 3b)^2$ |

Aufgabe 7: 3. binomische Formel

$(a + b)(a - b) = a^2 + ba - ab - b^2 = a^2 - b^2$.

Aufgabe 8: 3. binomische Formel vorwärts

- | | | | |
|----------------|--------------|------------------|-------------------|
| a) $a^2 - b^2$ | d) $a^2 - 4$ | g) $4a^2 - b^2$ | j) $4a^2 - 9b^2$ |
| b) $a^2 - c^2$ | e) $9 - b^2$ | h) $a^2 - 9b^2$ | k) $9a^2 - 16b^2$ |
| c) $b^2 - a^2$ | f) $x^2 - 1$ | i) $16x^2 - y^2$ | l) $4x^2 - 16y^2$ |

Aufgabe 9: 3. binomische Formel rückwärts

- | | | | |
|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $(a + b)(a - b)$ | d) $(x + 5)(x - 5)$ | g) $(2 + w)(2 - w)$ | j) $(a + 5b)(a - 5b)$ |
| b) $(x + y)(x - y)$ | e) $(u + 6)(u - 6)$ | h) $(2a + b)(2a - b)$ | k) $(x + 7y)(x - 7y)$ |
| c) $(u + v)(u - v)$ | f) $(z + 1)(z - 1)$ | i) $(3a + b)(3a - b)$ | l) $(2a + 3b)(2a - 3b)$ |

Aufgabe 10: Binomische Formeln vorwärts

- | | | | |
|----------------------|---------------------|--------------------|---------------------------|
| a) $x^2 - 2xy + y^2$ | d) $16 - y^2$ | g) $4x^2 + 4x + 1$ | j) $36v^2 - 25u^2$ |
| b) $x^2 + 2xz + z^2$ | e) $z^2 + 10z + 25$ | h) $4 - 9y^2$ | k) $16v^2 + 48vw + 36w^2$ |
| c) $u^2 - v^2$ | f) $36 - 12z + z^2$ | i) $16z^2 - 1$ | l) $4a^2 - 36ab + 81b^2$ |

Aufgabe 11: Binomische Formeln rückwärts

- | | | | |
|-------------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $(\alpha - \beta)^2$ | d) $(12 - b)^2$ | g) $(8a + b)^2$ | j) $(5a + 3b)(5a - 3b)$ |
| b) $(a + 3)(a - 3)$ | e) $(7 + b)(7 - b)$ | h) $(5x - y)^2$ | k) $(4x - 3y)^2$ |
| c) $(a + 9)^2$ | f) $(10 + y)^2$ | i) $(6u + v)(6u - v)$ | l) $(7v + 5w)^2$ |

Aufgabe 12: Ausklammern und Binomische Formeln rückwärts

- | | | | |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| a) $2(\alpha + \beta)^2$ | d) $6(2 - b)^2$ | g) $\frac{1}{3}(3a - b)^2$ | j) $3(5a + 3b)(5a - 3b)$ |
| b) $5(a + 3)(a - 3)$ | e) $2(5 + b)(5 - b)$ | h) $5(5x + y)^2$ | k) $2(4x - 3y)^2$ |
| c) $3(a + 9)^2$ | f) $\frac{1}{2}(10 - y)^2$ | i) $3(v + 6u)(v - 6u)$ | l) $2(7v + 5w)^2$ |

Aufgabe 13: Vereinfachen von Bruchtermen

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| a) $\frac{a + b}{a - b}$ | d) $\frac{x}{2}(x + y)$ | g) $\frac{1}{8}(8a - b)$ | j) $\frac{3(a + 2)}{a - 2}$ |
| b) $\frac{x + y}{x - y}$ | e) $\frac{2(5 - b)}{5 + b}$ | h) $\frac{2}{3x - 2y}$ | k) $4(2 - z)$ |
| c) $u - v$ | f) $3(y - 5)$ | i) $\frac{11 - x}{2(11 + x)}$ | l) $\frac{5}{x + 3}$ |

Aufgabe 14: Kopfrechnen mit binomischen Formeln

- a) $32^2 = 30^2 + 2 \cdot 2 \cdot 30 + 2^2 = 1024;$
 $24^2 = 20^2 + 2 \cdot 4 \cdot 20 + 4^2 = 576;$
 $43^2 = 40^2 + 2 \cdot 3 \cdot 40 + 3^2 = 1849$
 $48^2 = 50^2 - 2 \cdot 2 \cdot 50 + 2^2 = 2304;$
 $67^2 = 70^2 - 2 \cdot 3 \cdot 70 + 3^2 = 4489;$
 $88^2 = 90^2 - 2 \cdot 2 \cdot 90 + 2^2 = 7744$
- b) $73^2 = 70^2 + 2 \cdot 3 \cdot 70 + 3^2 = 5329;$
 $77^2 = 80^2 - 2 \cdot 3 \cdot 80 + 3^2 = 5929;$
 $94^2 = 90^2 + 2 \cdot 4 \cdot 90 + 4^2 = 8836$
 $304^2 = 300^2 + 2 \cdot 4 \cdot 300 + 4^2 = 92416;$
 $298^2 = 300^2 - 2 \cdot 2 \cdot 300 + 2^2 = 88804;$
 $1001^2 = 1000^2 + 2000 + 1 = 1002001$
- c) $64 \cdot 56 = (60 + 4)(60 - 4) = 60^2 - 4^2 = 3584$
 $47 \cdot 53 = (50 + 3)(50 - 3) = 50^2 - 3^2 = 2491$
- d) $119 \cdot 121 = (120 + 1)(120 - 1) = 120^2 - 1^2 = 14399$
 $92 \cdot 88 = (90 + 2)(90 - 2) = 90^2 - 2^2 = 8096$
- e) $1005 \cdot 995 = 1000^2 - 5^2 = 999975$
 $100\,001 \cdot 99\,999 = 100\,000^2 - 1^2 = 9\,999\,999\,999.$