

1.1 Aufgaben zum Satz von Vieta

Aufgabe 1: Vieta vorwärts

Ergänze jeweils das Schema nach dem Muster der ersten Aufgabe:

$$a) (x + 3)(x + 4) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$$

$3+4$

$3 \cdot 4$

$$b) (x + 1)(x + 2) = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}x + \underline{\quad} = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$$

$$c) (x + 2)(x + 3) = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}x + \underline{\quad} = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$$

$$d) (x + 5)(x + 6) = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}x + \underline{\quad} = x^2 + \underline{\quad}x + \underline{\quad}$$

$$e) (x - 3)(x + 4) = x^2 - 3x + 4x - 12 = x^2 + 1x - 12$$

$-3 + 4$

$(-3) \cdot (+4)$

$$f) (x - 1)(x + 2) = \underline{\hspace{2cm}} = x^2 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$g) (x - 2)(x + 4) = \underline{\hspace{2cm}} = x^2 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$h) (x - 3)(x + 6) = \underline{\hspace{2cm}} = x^2 \underline{\hspace{2cm}}$$

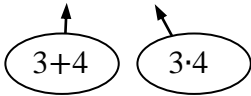
$$i) (x - 1)(x - 2) = \underline{\hspace{2cm}} = x^2 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$j) (x - 3)(x - 4) = \underline{\hspace{2cm}} = x^2 \underline{\hspace{2cm}}$$

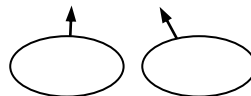
Aufgabe 2: Vieta rückwärts

Ergänze jeweils das Schema nach dem Muster der ersten Aufgabe:

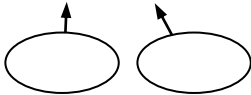
a) $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$



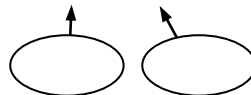
d) $x^2 + 6x + 8 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



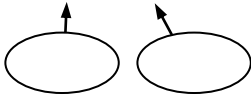
b) $x^2 + 5x + 6 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



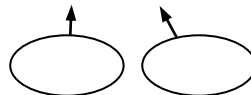
e) $x^2 + 8x + 12 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



c) $x^2 + 7x + 10 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



f) $x^2 + 9x + 18 = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



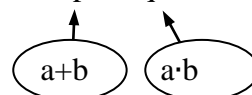
Der Satz von Vieta:

Wenn du einen quadratischen Rechenausdruck faktorisieren sollst, suche zwei Zahlen a und b,

- deren _____ a + b die mittlere Zahl p
- deren _____ a · b die rechte Zahl q

ergibt:

$x^2 + px + q = (x + \underline{\quad})(x + \underline{\quad})$



Aufgabe 3: Faktorisieren mit dem Satz von Vieta

Faktoriere mit dem Satz von Vieta. Im Teil e) muss zunächst ein gemeinsamer Faktor ausgeklammert werden.

- | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|--------------------|----------------------|
| a) $x^2 + 3x + 2$ | b) $x^2 + x - 2$ | c) $x^2 - x - 2$ | d) $x^2 - 7x + 12$ | e) $2x^2 - 14x + 24$ |
| $x^2 + 8x + 15$ | $x^2 + 2x - 8$ | $x^2 - 3b - 10$ | $x^2 - 3x + 2$ | $3x^2 + 12x + 9$ |
| $x^2 + 5x + 4$ | $x^2 + x - 12$ | $x^2 - 8x - 9$ | $x^2 - 5x + 6$ | $4x^2 + 4x - 8$ |
| $x^2 + 7x + 6$ | $x^2 + 5x - 6$ | $x^2 - x - 12$ | $x^2 - 11x + 30$ | $5x^2 + 10x - 40$ |
| $x^2 + 10x + 16$ | $x^2 + 2x - 15$ | $x^2 - 2x - 15$ | $x^2 - 8x + 12$ | $6x^2 - 6x - 72$ |

Aufgabe 4: Binomische Formeln und Satz von Vieta

Faktoriere mit Hilfe der binomischen Formeln **oder** dem Satz von Vieta. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den beiden Methoden? Welche ist allgemeiner?

- | | | | | |
|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|
| a) $x^2 + 2x + 1$ | f) $x^2 - 2x + 1$ | k) $x^2 - x - 30$ | p) $x^2 - 14x + 49$ | u) $x^3 - 3x^2 - 18x$ |
| b) $x^2 - 9x + 20$ | g) $x^2 + 3x + 2$ | l) $x^2 + 5x + 4$ | q) $x^2 - 1$ | v) $a^2b - 2ab^2 + b^3$ |
| c) $x^2 - 16$ | h) $x^2 - 81$ | m) $x^2 - 10x + 21$ | r) $x^2 + 18x + 81$ | w) $x^4 + 12x^3 + 36x^2$ |
| d) $x^2 + 4x + 4$ | i) $x^2 - 12x + 36$ | n) $x^2 - 2x - 3$ | s) $x^2 + 3x - 18$ | x) $2x^2 - 4x - 30$ |
| e) $x^2 - 144$ | j) $x^2 + 11x + 24$ | o) $x^2 - x - 42$ | t) $x^2 - x - 20$ | y) $3x^2 + 30x + 75$ |

Aufgabe 5: Vereinfachen von Bruchtermen

Vereinfache soweit wie möglich durch faktorisieren und kürzen:

- | | | |
|--|---|---|
| a) $\frac{u^2 - 2uv + v^2}{u - v}$ | f) $\frac{3x^2 - 27}{x^2 - 6x + 9}$ | k) $\frac{x^2 - 3x - 40}{x^2 - 16x + 64}$ |
| b) $\frac{a + b}{a^2 - b^2}$ | g) $\frac{2x - 4}{x^2 + x - 6}$ | l) $\frac{3x^2 + 6x - 72}{x - 4}$ |
| c) $\frac{x^2 + 4x + 4}{2x + 4}$ | h) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 7x + 12}$ | m) $\frac{2x + 6}{x^2 + x - 6}$ |
| d) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 5x + 6}$ | i) $\frac{4x + 8}{x^2 - x - 6}$ | n) $\frac{2x^2 - 20x + 50}{2x^2 + 2x - 60}$ |
| e) $\frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$ | j) $\frac{3x^2 + 6x + 3}{x^2 + 7x + 6}$ | o) $\frac{a^2 - 25b^2}{a^2 + 10ab + 25b^2}$ |

1.1 Lösungen zu den Aufgaben zum Satz von Vieta

Aufgabe 1: Vieta vorwärts

$$\text{a) } (x+3)(x+4) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{3+4} & \textcircled{3 \cdot 4} \end{array}$

$$\text{b) } (x+1)(x+2) = x^2 + 1x + 2x + 2 = x^2 + 3x + 2$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{1+2} & \textcircled{1 \cdot 2} \end{array}$

$$\text{c) } (x+2)(x+3) = x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{2+3} & \textcircled{2 \cdot 3} \end{array}$

$$\text{d) } (x+5)(x+6) = x^2 + 5x + 6x + 30 = x^2 + 11x + 30$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{5+6} & \textcircled{5 \cdot 6} \end{array}$

$$\text{e) } (x-3)(x+4) = x^2 - 3x + 4x - 12 = x^2 + 1x - 12$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-3+4} & \textcircled{(-3) \cdot (+4)} \end{array}$

$$\text{f) } (x-1)(x+2) = x^2 - 1x + 2x - 2 = x^2 + 1x - 2$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-1+2} & \textcircled{(-1) \cdot (+2)} \end{array}$

$$\text{g) } (x-2)(x+4) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-2+4} & \textcircled{(-2) \cdot (+4)} \end{array}$

$$\text{h) } (x-3)(x+6) = x^2 - 3x + 6x - 18 = x^2 + 3x - 18$$

$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-3+6} & \textcircled{(-3) \cdot (+6)} \end{array}$

$$\text{i) } (x-1)(x-2) = x^2 - 1x - 2x + 2 = x^2 - 3x + 2$$

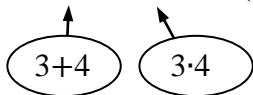
$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-1-2} & \textcircled{(-1) \cdot (-2)} \end{array}$

$$\text{j) } (x-3)(x-4) = x^2 - 3x - 4x + 12 = x^2 - 7x + 12$$

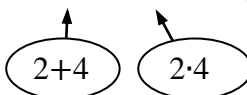
$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \textcircled{-3-4} & \textcircled{(-3) \cdot (-4)} \end{array}$

Aufgabe 2: Vieta rückwärts

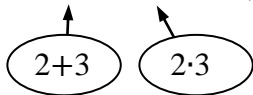
a) $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$



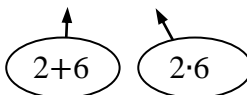
d) $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$



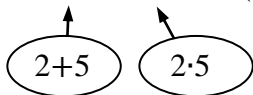
b) $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$



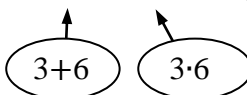
e) $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$



c) $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$



f) $x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$



Der Satz von Vieta:

Wenn du einen quadratischen Rechenausdruck faktorisieren sollst, suche zwei Zahlen a und b,

- deren **Summe** $a + b$ die mittlere Zahl p
- deren **Produkt** $a \cdot b$ die rechte Zahl q

ergibt:

$$x^2 + px + q = (x + a)(x + b)$$

Aufgabe 3: Satz von Vieta

a) $(x + 1)(x + 2)$	b) $(x + 2)(x - 1)$	c) $(x + 1)(x - 2)$	d) $(x - 3)(x - 4)$	e) $2(x - 3)(x - 4)$
$(x + 3)(x + 5)$	$(x + 4)(x - 2)$	$(x + 2)(x - 5)$	$(x - 1)(x - 2)$	$3(x + 1)(x + 3)$
$(x + 1)(x + 4)$	$(x + 4)(x - 3)$	$(x + 1)(x - 9)$	$(x - 2)(x - 3)$	$4(x + 2)(x - 1)$
$(x + 1)(x + 6)$	$(x + 6)(x - 1)$	$(x + 3)(x - 4)$	$(x - 5)(x - 6)$	$5(x + 4)(x - 2)$
$(x + 2)(x + 8)$	$(x + 5)(x - 3)$	$(x - 5)(x + 3)$	$(x - 2)(x - 6)$	$6(x - 4)(x + 3)$

Aufgabe 4: Binomische Formeln und Satz von Vieta

a) $(x + 1)^2$	f) $(x - 1)^2$	k) $(x + 5)(x - 6)$	p) $(x - 7)^2$	u) $x(x - 6)(x + 3)$
b) $(x - 4)(x - 5)$	g) $(x + 1)(x + 2)$	l) $(x + 1)(x + 4)$	q) $(x - 1)(x + 1)$	v) $b(a - b)^2$
c) $(x - 4)(x + 4)$	h) $(x - 9)(x + 9)$	m) $(x - 3)(x - 7)$	r) $(x + 9)^2$	w) $x^2(x + 6)^2$
d) $(x + 2)^2$	i) $(x - 6)^2$	n) $(x - 3)(x + 1)$	s) $(x + 6)(x - 3)$	x) $2(x - 5)(x + 3)$
e) $(x - 12)(x + 12)$	j) $(x + 3)(x + 8)$	o) $(x + 6)(x - 7)$	t) $(x - 5)(x + 4)$	y) $3(x + 5)^2$

Aufgabe 5: Vereinfachen von Bruchtermen

a) $\frac{(u - v)^2}{u - v} = u - v$	f) $\frac{3(x + 3)(x - 3)}{(x - 3)^2} = \frac{3(x + 3)}{x - 3}$	k) $\frac{(x + 5)(x - 8)}{(x - 8)^2} = \frac{x + 5}{x - 8}$
b) $\frac{a + b}{(a + b)(a - b)} = \frac{1}{a - b}$	g) $\frac{2(x - 2)}{(x + 3)(x - 2)} = \frac{2}{x + 3}$	l) $\frac{3(x + 6)(x - 4)}{x - 4} = 3(x + 6)$
c) $\frac{(x + 2)^2}{2(x + 2)} = \frac{1}{2}(x + 2)$	h) $\frac{(x + 1)(x + 3)}{(x + 3)(x + 4)} = \frac{x + 1}{x + 4}$	m) $\frac{2(x + 3)}{(x + 3)(x - 2)} = \frac{2}{x - 2}$
d) $\frac{(x - 3)^2}{(x - 2)(x - 3)} = \frac{x - 3}{x - 2}$	i) $\frac{4(x + 2)}{(x + 2)(x - 3)} = \frac{4}{x - 3}$	n) $\frac{2(x - 5)^2}{2(x - 5)(x + 6)} = \frac{x - 5}{x + 6}$
e) $\frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x + 2)} = \frac{x + 3}{x + 2}$	j) $\frac{3(x + 1)^2}{(x + 1)(x + 6)} = \frac{3}{x + 6}$	o) $\frac{(a + 5b)(a - 5b)}{(a + 5b)^2} = \frac{a - 5b}{a + 5b}$