

1.3. Aufgaben zu Gleichungen und Ungleichungen

Aufgabe 1: Mengendarstellungen

Gib die folgenden Mengen in aufzählender Form an:

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\}$ c) $C = \{x \in \mathbb{N} : 4 < x < 8\}$
b) $B = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 5\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{N} : 5 \leq x \leq 7\}$

Aufgabe 2: Mengendarstellungen

Gib die folgenden Mengen in beschreibender Form an:

- a) $A = \{0; 1; 2; 3\}$ c) $C = \{4; 6; 8; 10\}$
b) $B = \{7; 8; 9\}$ d) $D = \{51; 52; 53; \dots; 100\}$

Aufgabe 3: Mengenrelationen

Gegeben sind die Mengen $A = \{7; 9\}$, $B = \{5; 7\}$ und $C = \{1; 3; 5; 7\}$. Gib die folgenden Mengen an:

- a) $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$ c) $B \cap C$, $B \cup C$, $B \setminus C$ und $C \setminus B$
b) $A \cap C$, $A \cup C$, $A \setminus C$ und $C \setminus A$ d) $A \cap B \cap C$ und $A \cup B \cup C$

Aufgabe 4: Bruchgleichungen mit Variablen nur im Zähler

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an.

- a) $\frac{3x}{5} = 6$ f) $\frac{4x+2}{2} + \frac{5x}{3} = \frac{10x+15}{3} - x$
b) $\frac{3x}{11} - 1 = 32$ g) $\frac{8x-5}{9} = 20 - \frac{9-3x}{2} - \frac{4-7x}{3}$
c) $\frac{x}{5} + \frac{x}{4} = 18$ h) $\frac{2x+4}{5} - x + \frac{2x+3}{9} = 0$
d) $\frac{3x-1}{5} + \frac{x-1}{3} = 6$ i) $\frac{2x+1}{2} = \frac{1}{3} + x$
e) $\frac{3x}{2} + \frac{10x+4}{3} - \frac{7x+2}{4} = 7$ j) $\frac{5}{6} + \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}x$

Aufgabe 5: Bruchgleichungen mit Variablen im Zähler und im Nenner

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an.

- a) $\frac{12}{x+4} = 1$ f) $\frac{x+1}{x+4} = \frac{x-2}{x+1}$
b) $\frac{5}{2x} + 1 = \frac{3}{x}$ g) $\frac{3}{2x} + \frac{4}{x+3} = \frac{31}{2x^2+6x}$
c) $\frac{3}{4x} - \frac{1}{6x} = \frac{2}{3}$ h) $\frac{30}{x^2-4} = \frac{7}{x-2} - \frac{5}{x+2}$
d) $\frac{3}{x-3} = \frac{5}{x-5}$ i) $\frac{5-15x}{x^2-25} + \frac{2x-3}{x-5} = \frac{2x+1}{x+5}$
e) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{6x+11}{6x-3}$ j) $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1}$

Aufgabe 6: Lineare Gleichungen mit Parameter

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungen in Abhängigkeit vom Parameter:

- a) $tx - 1 = 5x + 2$ mit $t \in \mathbb{Q}$ c) $\frac{x-1}{t} = 2x + 1$ mit $t \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
b) $3x + t = 2x - 3$ mit $t \in \mathbb{Q}$ d) $\frac{x+2}{t-3} = x - 2$ mit $t \in \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

Aufgabe 7: Ungleichungen

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen an.

a) $2x - 1 > \frac{1}{3}x$

b) $3x + 2 < \frac{1}{4}x$

c) $2x + 1 \geq \frac{3}{5}x + 2$

d) $4x - (3x + 4) \geq 2$

e) $\frac{5x + 4}{6} - 3 < \frac{9x - 5}{8} - 2$

f) $\frac{3(x - 2)}{4} - \frac{4(x + 1)}{3} \leq \frac{5(x - 3)}{6} - x$

g) $\frac{3(3x - 1)}{5} - \frac{5(4x + 3)}{6} + 2 > \frac{4(5x - 4)}{15} - 3x$

h) $(x + 2) \cdot (x - 3) < x^2 + 4x - 1$

1.3. Lösungen zu den Aufgaben zu Gleichungen und Ungleichungen

Aufgabe 1: Mengendarstellungen

- a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ c) $C = \{5; 6; 7\}$
b) $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ d) $D = \{5; 6; 7\}$

Aufgabe 2: Mengendarstellungen

- a) $A = \{x \in \mathbb{N} : 0 \leq x \leq 3\}$ c) $C = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ gerade und } 4 \leq x \leq 10\}$
b) $B = \{x \in \mathbb{N} : 7 \leq x \leq 9\}$ d) $D = \{x \in \mathbb{N} : 51 \leq x \leq 100\}$

Aufgabe 3: Mengenrelationen

- a) $A \cap B = \{7\}$, $A \cup B = \{5; 7; 9\}$, $A \setminus B = \{9\}$ und $B \setminus A = \{5\}$
b) $A \cap C = \{7\}$, $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $A \setminus C = \{9\}$ und $C \setminus A = \{1; 3; 5\}$
c) $B \cap C = \{5; 7\}$, $B \cup C = \{1, 3, 5, 7\}$, $B \setminus C = \{1; 3\}$ und $C \setminus B = \{5\}$
d) $A \cap B \cap C = \{7\}$ und $A \cup B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

Aufgabe 4: Bruchgleichungen mit Variablen nur im Zähler

- a) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{10\}$ f) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{3\}$
b) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{121\}$ g) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{-5\}$
c) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{40\}$ h) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{3\}$
d) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{7\}$ i) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{\}$
e) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \{2\}$ j) $D = \mathbb{Q}$ und $L = \mathbb{Q}$

Aufgabe 5: Bruchgleichungen mit Variablen im Zähler und im Nenner

- a) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$ und $L = \{8\}$ f) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; -4\}$ und $L = \{\}$
b) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ und $L = \{\frac{1}{2}\}$ g) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; -3\}$ und $L = \{2\}$
c) $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ und $L = \{\frac{7}{8}\}$ h) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$ und $L = \{3\}$
d) $D = \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$ und $L = \{0\}$ i) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-5; 5\}$ und $L = \{\}$
e) $D = \mathbb{Q} \setminus \{1; \frac{1}{2}\}$ und $L = \{4\}$ j) $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 1\}$ und $L = \{4\}$

Aufgabe 6: Lineare Gleichungen mit Parameter

- a) $L = \begin{cases} \left\{ \frac{3}{t-5} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \{5\} \\ \{\} & \text{für } t = 5 \end{cases}$ c) $L = \begin{cases} \left\{ \frac{t+1}{1-2t} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 0 \right\} \\ \{\} & \text{für } t \in \left\{ \frac{1}{2}; 0 \right\} \end{cases}$
b) $L = \{t-3\}$ für $t \in \mathbb{Q}$ d) $L = \begin{cases} \left\{ \frac{t-2}{2t-4} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\} \\ \{\} & \text{für } t \in \{3; 5\} \end{cases}$

Aufgabe 7: Ungleichungen mit Variablen nur im Zähler

- a) $D = \mathbb{Q}$ und $L =]\frac{3}{5}; \infty[$ e) $D = \mathbb{Q}$ und $L =]1; \infty[$
b) $D = \mathbb{Q}$ und $L =]-\infty; -\frac{8}{11}[$ f) $D = \mathbb{Q}$ und $L = [-\frac{4}{5}; \infty[$
c) $D = \mathbb{Q}$ und $L = [\frac{5}{7}; \infty[$ g) $D = \mathbb{Q}$ und $L =]\frac{1}{4}; \infty[$
d) $L = [6; \infty[$ h) $L =]-\infty, 1]$