

## 1.6. Aufgaben zu Potenzen

### Aufgabe 1: Potenzen mit natürlichen Exponenten

Berechne ohne Taschenrechner

- |            |            |             |               |                                  |
|------------|------------|-------------|---------------|----------------------------------|
| a) $1,2^2$ | d) $0,5^2$ | g) $0,07^2$ | j) $-2^3$     | m) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$  |
| b) $0,1^3$ | e) $0,4^3$ | h) $0,03^4$ | k) $-0,3^4$   | n) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$  |
| c) $1,5^2$ | f) $0,2^4$ | i) $(-2)^3$ | l) $(-0,3)^3$ | o) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ |

### Aufgabe 2: Potenzen mit natürlichen Exponenten

Schreibe als Potenz mit möglichst einfacher Basis

- |        |        |            |             |           |
|--------|--------|------------|-------------|-----------|
| a) 125 | d) 243 | g) 100 000 | j) 0,008    | m) 0,027  |
| b) 64  | e) 216 | h) 0,01    | k) 0,08 (!) | n) 0,0016 |
| c) 625 | f) 512 | i) 0,000 1 | l) 0,064    | o) 1,44   |

### Aufgabe 3: Potenzen mit negativen Exponenten

Formuliere die negativen Exponenten als Brüche und vereinfache soweit wie möglich

- |                       |                            |                |                                    |  |
|-----------------------|----------------------------|----------------|------------------------------------|--|
| a) $4^{-2}$           | d) $3^{-4} \cdot 3^5$      | g) $(-x)^{-6}$ | j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | m) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-k}$                             |
| b) $10^{-3}$          | e) $a^3 \cdot a^{-2}$      | h) $-u^{-3}$   | k) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ | n) $\frac{4}{x^2 - y^2} \cdot \left(\frac{2}{x+y}\right)^{-2}$ |
| c) $5^{-5} \cdot 5^1$ | f) $(2x^{-4}) : (3x^{-5})$ | i) $(-k)^{-2}$ | l) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-1}$ | o) $(2a - 5b)^{-2} \cdot (8a^2 - 50b^2)$                       |

### Aufgabe 4: Potenzen mit negativen Exponenten

Formuliere die Brüche als Potenzen mit negativen Exponenten

- |                     |                    |                        |                         |                                       |
|---------------------|--------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| a) $\frac{1}{1000}$ | c) $\frac{7}{x^3}$ | e) $4 + \frac{5}{x^n}$ | g) $\frac{7}{x+y}$      | i) $\frac{2}{z^{-2}} - \frac{1}{z}$   |
| b) $\frac{1}{64}$   | d) $\frac{a}{5^x}$ | f) $\frac{1}{y} - 6$   | h) $\frac{5c}{(a+b)^2}$ | j) $\frac{5}{a^2} - \frac{3}{a^{-4}}$ |

### Aufgabe 5: Normdarstellung

Schreibe in Normdarstellung

- |         |            |                       |                        |                         |
|---------|------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| a) 1000 | c) 120000  | e) 0,000026           | g) $23 \cdot 10^2$     | i) $6023 \cdot 10^{20}$ |
| b) 0,1  | d) 0,00123 | f) $0,245 \cdot 10^4$ | h) $0,6 \cdot 10^{-5}$ | j) $5^3$                |

### Aufgabe 6: Potenzen mit gleichen Basen

Vereinfache soweit wie möglich

- |   |  |
|---|--|
| a) $3x^3 + 2y^4 - x^3 + 6y^4$                 | c) $7a^2x^2 + 5m^2n^2 - (8m^2n^2 - 4a^2x^2) - 2a^2x^2$   |
| b) $12a^3b^2 - (3a^2b^3 + 5a^3b^2) - 2a^2b^3$ | d) $14a^2x^2 - (3m^2n^2 - 4a^2x^2) - (2m^2n^2 + a^2x^2)$ |

### Aufgabe 7: Potenzen mit gleichen Basen

Vereinfache soweit wie möglich

- |                                 |   |                              |  |
|---------------------------------|---|------------------------------|--|
| a) $x^2(x^3 + x^4)$             | e) $(a^2 + a^3)(a^2 - a^3)$                 | i) $\frac{a^9}{a^5}$         | m) $(21b^8 - 28b^4 + 14b^5) : 7b^3$  |
| b) $y^{2a}(y^{3a+1} - y^{a-4})$ | f) $(4y^3 - 6x^7)(4y^3 + 6x^7)$             | j) $\frac{k^{23}}{k^{17}}$   | n) $(4z^{a+3} + 16z^{2a+5} - 12z^{a+4}) : 2z^a$  |
| c) $(x^2 + y^3)^2$              | g) $(2a^5 + 3b^3)(2a^3 - 2b^4)$             | k) $\frac{k^{2m}}{k^3}$      | o) $\frac{15x^{-5}b^8}{35a^7b^{-2}} \cdot \frac{21x^3y^4}{9x^{-2}a^{-3}b^{10}}$                          |
| d) $(3m^2 + 5m^7)^2$            | h) $(4a^2b^3 - b^5) \cdot (2ab + b^2)^{-1}$ | l) $\frac{m^{4b}}{m^{2b+7}}$ | p) $\frac{r^3s^2 + 2r^4s^4 + r^5s^6}{r^3s^3 + r^4s^5} : \frac{r^2s - r^3s^3}{r^2s^2 - 2r^3s^4 + r^4s^6}$ |

### Aufgabe 8: Potenzen mit gleichen Exponenten

Vereinfache soweit wie möglich

a)  $4^4 \cdot 3^4 \cdot 0,25^4$    c)  $(x+y)^8 \cdot (x-y)^8$    e)  $\frac{24^3}{8^3}$    g)  $\frac{0,4^2}{0,5^2}$    i)  $\frac{27a^3}{8b^3}$    k)  $\frac{(16x^4 - 25y^{-2})^n}{(4x^2 - \frac{5}{y})^n}$   
b)  $5^x \cdot 4^x$    d)  $(-x)^5 \cdot (-y)^5 \cdot z^5$    f)  $\frac{2,6^4}{1,3^4}$    h)  $\frac{(12x)^m}{(3x)^m}$    j)  $\frac{(2a+3b)^{-5}}{(4a^2-9b^2)^{-5}}$    l)  $\frac{(16r^4 - 24r^2s^3 + 9s^6)^4}{(16r^4 - 9s^6)^4}$

### Aufgabe 9: Potenzen von Potenzen

Vereinfache soweit wie möglich

a)  $(2^3)^4$    d)  $(x^3)^m$    g)  $(5a^2b^7)^4$    j)  $\left(\frac{5a^m b^n}{10p^7 q^3}\right)^{10}$    m)  $\left(\frac{x^{-(8+n)} a^n y^0}{x^{-8} a^1 y^{-1}} : \frac{x^n a^{-2} y^{-n}}{x^{n+1}}\right)^{-2}$   
b)  $(10^3)^5$    e)  $x^2(y^3)^4$    h)  $5(m^4 n^5)^4$    k)  $\frac{(6a^6 b^8)^4}{(3a^5 b^2)^4}$    n)  $\left(\frac{8a^4 y^2}{27a^5 b}\right)^2 \cdot \left(\frac{9a^2 x^{-2}}{4yb}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{x^3 b^3}\right)^{-2}$   
c)  $(a^5)^3$    f)  $(x^2 y^3)^4$    i)  $\left(\frac{4a^3 b^2}{2x^4 y^3}\right)^2$    l)  $\frac{4(xy^{-1})^3}{(2x^{-2} y^2)^{-3}}$    o)  $\left(\frac{a^2 - b^2}{(x-y)^3}\right)^m \cdot \frac{((x^2 - y^2)^m)^3}{(a+b)^m} \cdot \frac{(a-b)^{-m}}{(x+y)^m}$

### Aufgabe 10: Die n-te Wurzel

Berechne ohne Taschenrechner:

a)  $\sqrt[3]{8}$    b)  $\sqrt[4]{10000}$    c)  $\sqrt[10]{1024}$    d)  $\sqrt[5]{1024}$    e)  $\sqrt[3]{64}$    f)  $\sqrt[6]{64}$

### Aufgabe 11: Potenzgesetze und n-te Wurzel

Formuliere die Potenzen als Wurzeln und berechne ohne Taschenrechner, wenn möglich.

a)  $3^{\frac{1}{2}}$    d)  $x^{\frac{3}{4}}$    g)  $a^{\frac{x}{y}}$    j)  $p^{-\frac{a}{b}}$    m)  $8^{\frac{2}{3}}$    p)  $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$   
b)  $4^{\frac{1}{3}}$    e)  $b^{\frac{2}{5}}$    h)  $x^{-\frac{1}{3}}$    k)  $16^{\frac{1}{2}}$    n)  $100^{\frac{3}{2}}$    q)  $\left(\frac{27}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$   
c)  $4^{\frac{2}{3}}$    f)  $(3x)^{\frac{2}{3}}$    i)  $k^{-\frac{2}{3}}$    l)  $27^{\frac{1}{3}}$    o)  $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$    r)  $\left(\frac{25}{49}\right)^{\frac{3}{2}}$

### Aufgabe 12: Potenzgesetze und n-te Wurzel

Formuliere die Wurzeln als Potenzen und vereinfache soweit wie möglich.

a)  $\sqrt{x}$    d)  $\sqrt[7]{a^3}$    g)  $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}$    j)  $\sqrt[7]{5^5} : \sqrt[3]{5^2}$    m)  $\sqrt[4]{\sqrt{x}}$    p)  $\sqrt[3]{\sqrt[9]{16} \cdot \sqrt[9]{64}}$   
b)  $\sqrt[4]{k}$    e)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$    h)  $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^5}$    k)  $\sqrt[5]{y^3} : \sqrt[4]{y^5}$    n)  $\sqrt[5]{\sqrt[4]{y}}$    q)  $\sqrt{a+2\sqrt{ax}+x}$   
c)  $\sqrt[5]{x^4}$    f)  $\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$    i)  $\sqrt{a} : \sqrt[3]{a}$    l)  $\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[9]{n}$    o)  $\sqrt{\sqrt{625}}$    r)  $\sqrt[3n]{(a-4b)^{-3} \cdot (a+4\sqrt{ab}+4b)^3}$

### Aufgabe 13: Potenzgesetze

Vereinfache soweit wie möglich und gib jeweils die benutzte Regel oder Definition an.

a)  $\sqrt[4]{16}^3$    d)  $\frac{x^{\frac{7}{9}} \cdot x^{\frac{2}{18}}}{x^{\frac{3}{9}} \cdot x^{\frac{5}{9}}}$    g)  $\sqrt[4]{a^8 b^0 c^4}^2$    j)  $12b^2 c \cdot \sqrt{\frac{5a}{24b^2 c}} \cdot \sqrt{30ac}$   
b)  $\sqrt[3]{a^2 b} \cdot \sqrt[3]{b^2 a}$    e)  $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$    h)  $\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$    k)  $\sqrt{2v^2 - v} \sqrt{6v^2 - v} \sqrt{2}^2$   
c)  $\sqrt[5]{\sqrt[2]{32}}$    f)  $\sqrt[3]{\frac{x^8}{y^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y^5}}$    i)  $\frac{1 - \frac{1}{y}}{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}}$    l)  $(u-v) \cdot \sqrt{1 + \frac{4uv}{(u-v)^2}}$

### Aufgabe 14: Potenzgleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

a)  $x^4 = 16$    e)  $x^n = a$  mit  $a > 0$  und  $n$  gerade   i)  $x^4 - 162 = 0$   
b)  $x^4 = -16$    f)  $x^n = a$  mit  $a < 0$  und  $n$  gerade   j)  $(x-3)^4 - 16 = 0$   
c)  $x^3 = 16$    g)  $x^n = a$  mit  $a > 0$  und  $n$  ungerade   k)  $3(x+2)^3 + 24 = 0$   
d)  $x^3 = -16$    h)  $x^n = a$  mit  $a < 0$  und  $n$  ungerade   l)  $5(x-2)^3 - 135 = 0$

## 1.6. Lösungen zu den Aufgaben zu Potenzen

### Aufgabe 1: Potenzen mit natürlichen Exponenten

- |          |           |                |            |                     |
|----------|-----------|----------------|------------|---------------------|
| a) 1,44  | d) 0,25   | g) 0,0049      | j) -8      | m) $\frac{16}{625}$ |
| b) 0,001 | e) 0,064  | h) 0,000 00081 | k) -0,0081 | n) $\frac{1}{8}$    |
| c) 2,25  | f) 0,0016 | i) -8          | l) -0,081  | o) $-\frac{8}{27}$  |

### Aufgabe 2: Potenzen mit natürlichen Exponenten

- |          |          |            |             |            |
|----------|----------|------------|-------------|------------|
| a) $5^3$ | d) $3^5$ | g) $10^5$  | j) $0,2^3$  | m) $0,3^3$ |
| b) $2^6$ | e) $6^3$ | h) $0,1^2$ | k) $0,08^1$ | n) $0,2^4$ |
| c) $5^4$ | f) $2^9$ | i) $0,1^4$ | l) $0,4^3$  | o) $1,2^2$ |

### Aufgabe 3: Potenzen mit negativen Exponenten

- |                     |                   |                     |                   |                                 |
|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{1}{16}$   | d) 3              | g) $\frac{1}{x^6}$  | j) 8              | m) $\left(\frac{n}{m}\right)^k$ |
| b) $\frac{1}{1000}$ | e) a              | h) $-\frac{1}{u^3}$ | k) $\frac{25}{9}$ | n) $\frac{x+y}{x-y}$            |
| c) $\frac{1}{625}$  | f) $\frac{2x}{3}$ | i) $\frac{1}{k^2}$  | l) $\frac{7}{5}$  | o) $\frac{4a+10b}{2a-5b}$       |

### Aufgabe 4: Potenzen mit negativen Exponenten

- |              |              |                |                   |                   |
|--------------|--------------|----------------|-------------------|-------------------|
| a) $10^{-3}$ | c) $7x^{-3}$ | e) $4+5x^{-n}$ | g) $7(x+y)^{-1}$  | i) $2z^2-z^{-1}$  |
| b) $2^{-6}$  | d) $a5^{-x}$ | f) $y^{-1}-6$  | h) $5c(a+b)^{-2}$ | j) $5a^{-2}-3a^4$ |

### Aufgabe 5: Normdarstellung

- |                      |                         |                        |                      |                          |
|----------------------|-------------------------|------------------------|----------------------|--------------------------|
| a) $1 \cdot 10^3$    | c) $1,2 \cdot 10^5$     | e) $2,6 \cdot 10^{-5}$ | g) $2,3 \cdot 10^3$  | i) $6,023 \cdot 10^{23}$ |
| b) $1 \cdot 10^{-1}$ | d) $1,23 \cdot 10^{-3}$ | f) $2,45 \cdot 10^3$   | h) $6 \cdot 10^{-6}$ | j) $1,25 \cdot 10^2$     |

### Aufgabe 6: Potenzen mit gleichen Basen

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| a) $2x^3+8y^4$       | c) $9a^2x^2-3m^2n^2$  |
| b) $7a^3b^2-5a^2b^3$ | d) $17a^2x^2-5m^2n^2$ |

### Aufgabe 7: Potenzen mit gleichen Basen

- |                          |                                |               |                         |
|--------------------------|--------------------------------|---------------|-------------------------|
| a) $x^5+x^6$             | e) $a^4-a^6$                   | i) $a^4$      | m) $3b^5-4b+2b^2$       |
| b) $y^{5a+1}-y^{3a-4}$   | f) $16y^6-36x^{14}$            | j) $k^6$      | n) $2z^3+8z^{a+5}-6z^4$ |
| c) $x^4+2x^2y^3+y^6$     | g) $4a^8-4a^5b^4+6a^3b^3-6b^7$ | k) $k^{2m-3}$ | o) $y^4a^{-4}$          |
| d) $9m^4+30m^9+25m^{14}$ | h) $b^2(2a-b)$                 | l) $m^{2b-7}$ | p) $1-r^2s^4$           |

### Aufgabe 8: Potenzen mit gleichen Exponenten

- |           |                  |       |                    |                                   |   |
|-----------|------------------|-------|--------------------|-----------------------------------|---|
| a) $3^4$  | c) $(x^2-y^2)^8$ | e) 27 | g) $\frac{16}{25}$ | i) $\left(\frac{3a}{2b}\right)^3$ | k) $\left(4x^2+\frac{5}{y}\right)^n$            |
| b) $20^x$ | d) $(xyz)^5$     | f) 16 | h) $4^m$           | j) $(2a-3b)^5$                    | l) $\left(\frac{4r^2-3s^3}{4r^2+3s^3}\right)^4$ |

### Aufgabe 9: Potenzen von Potenzen

- |              |                |                             |  |                                       |
|--------------|----------------|-----------------------------|--|---------------------------------------|
| a) $2^{12}$  | d) $x^{3m}$    | g) $625a^8b^{28}$           | j) $\frac{a^{10m}b^{10n}}{1024p^{70}q^{30}}$ | m) $\left(\frac{x}{ay}\right)^{2n+2}$ |
| b) $10^{15}$ | e) $x^2y^{12}$ | h) $5m^{16}n^{20}$          | k) $16a^4b^{24}$                             | n) $a^8by$                            |
| c) $a^{15}$  | f) $x^8y^{12}$ | i) $\frac{4a^6b^4}{x^8y^6}$ | l) $32x^{-3}y^3$                             | o) $(x+y)^{2m}$                       |

**Aufgabe 10: Die n-te Wurzel**

- a) 2      b) 10      c) 2      d) 4      e) 4      f) 2

**Aufgabe 11: Potenzgesetze und n-te Wurzel**

- a)  $\sqrt{3}$       d)  $\sqrt[4]{x^3}$       g)  $\sqrt[y]{a^x}$       j)  $\frac{1}{\sqrt[b]{p^a}}$       m) 4      p)  $\frac{9}{16}$
- b)  $\sqrt[3]{4}$       e)  $\sqrt[5]{b^2}$       h)  $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$       k) 4      n) 1000      q)  $\frac{9}{25}$
- c)  $2\sqrt[3]{2}$       f)  $\sqrt[3]{9x^2}$       i)  $\frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}$       l) 3      o)  $\frac{3}{4}$       r)  $\frac{125}{343}$

**Aufgabe 12: Potenzgesetze und n-te Wurzel**

- a)  $x^{\frac{1}{2}}$       d)  $a^{\frac{3}{7}}$       g)  $x^{\frac{5}{6}}$       j)  $\sqrt[2]{5}$       m)  $\sqrt[8]{x}$       p) 2
- b)  $k^{\frac{1}{4}}$       e)  $x^{-\frac{1}{3}}$       h)  $x^{\frac{31}{12}}$       k)  $y^{-\frac{13}{20}}$       n)  $\sqrt[20]{y}$       q)  $\sqrt{a} + \sqrt{x}$
- c)  $x^{\frac{4}{5}}$       f)  $x^{-\frac{2}{5}}$       i)  $\sqrt[6]{a}$       l)  $\sqrt[9]{m \cdot n}$       o) 5      r)  $\sqrt[n]{\frac{\sqrt{a} + 2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - 2\sqrt{b}}}$

**Aufgabe 13: Potenzgesetze**

- a) 8      d) 1      g)  $a^4c^2$       j) 30abc
- b) ab      e)  $3x^{\frac{2}{3}}$       h)  $\sqrt{x-y}$       k) 0
- c)  $\sqrt{2}$       f)  $\frac{x^3}{y^4}$       i)  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$       l) u + v

**Aufgabe 14: Potenzgleichungen**

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

- a)  $L = \{\pm 2\}$       e)  $L = \{\pm \sqrt[n]{a}\}$       i)  $L = \{\pm 3\sqrt[4]{2}\}$
- b)  $L = \{\}$       f)  $L = \{\}$       j)  $L = \{\pm 2 + 3\}$
- c)  $L = \{2\sqrt[3]{2}\}$       g)  $L = \{\sqrt[n]{a}\}$       k)  $L = \{-4\}$
- d)  $L = \{-2\sqrt[3]{2}\}$       h)  $L = \{-\sqrt[n]{a}\}$       l)  $L = \{5\}$