

1.7. Aufgaben zu Logarithmen

Aufgabe 1: Logarithmus

Verwandle folgende Potenzgleichungen in Logarithmgleichungen:

- a) $2^6 = 64$ c) $4^4 = 256$ e) $8^1 = 8$ g) $10^{-3} = 0,001$ i) $36^{0,5} = 6$
 b) $3^3 = 27$ d) $9^0 = 1$ f) $3^{-1} = \frac{1}{3}$ h) $2^{-5} = \frac{1}{32}$ j) $243^{0,2} = 3$

Aufgabe 2: Logarithmus

Verwandle folgende Logarithmgleichungen in Potenzgleichungen

- a) $\log_3 81 = 4$ c) $\log_6 36 = 2$ e) $\log_8 1 = 0$ g) $\log_3 9 = 2$ i) $\log_9 3 = 0,5$
 b) $\log_4 64 = 3$ d) $\log_2 64 = 6$ f) $\log_5 5 = 1$ h) $\log_7 49 = 2$ j) $\log_{64} 2 = \frac{1}{6}$

Aufgabe 3: Logarithmus

Berechne die folgenden Logarithmen und mache die Probe

- a) $\log_2 16$ c) $\log_{10} 10000$ e) $\log_{10} 0,001$ g) $\log_2 0,5$ i) $\log_3 \frac{1}{27}$
 b) $\log_3 27$ d) $\log_{10} 0,1$ f) $\log_5 0,2$ h) $\log_2 0,125$ j) $\log_2 \frac{1}{256}$

Aufgabe 4: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich:

- a) $\log_2 a - \log_2 b$ d) $(\log_a a^2)^{-3} + (\log_a 1)^3$ g) $\log_a x^2 + \log_a \frac{1}{x^2}$
 b) $\log(x+y) - \log x$ e) $\frac{1}{2} \log 4 + 3 \cdot \log 6 - 2 \cdot \log(3 \cdot 2^2)$ h) $-\frac{1}{3} \log(x^2 y^{-2} z) + \frac{1}{3} \log(x^{-1} y z)$
 c) $\log_a \frac{b}{c} + \log_a b$ f) $2 \cdot \log x + \frac{1}{2} \log x^4 - \log x^2$ i) $\log_t \sqrt{a} + \log_t \sqrt{(ab)^{-1}} + \frac{1}{2} \cdot \log_t b$

Aufgabe 5: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich mit dem Taschenrechner

- a) $\log_3 5$ c) $\log_{1,1} 100$ e) $\log_2(5^3)$ g) $\log_2 \left(\frac{x}{8}\right)$ i) $\log_a \sqrt[3]{a}$
 b) $\log_2 \left(\frac{1}{3}\right)$ d) $\log_4 24$ f) $\log_2 \left(\frac{32}{3}\right)$ h) $\log_a s^{-1,5}$ j) $\log_a \frac{1}{ay}$

Aufgabe 6: Logarithmgleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Exponieren

- a) $\log_3 x = 2$ e) $\log_5 x = 0$ i) $2 \cdot \log_a x - \log_a(x+6) = 0$ m) $\log_2(x^2 - 1) = 3$
 b) $\log_4 x = 4$ f) $\log_4 x = 0,5$ j) $\log_2 x + \log_2(x+2) = 3$ n) $\log_3(x^2 + 2x + 2) = -1$
 c) $\log_3 x = 3$ g) $\log_2(x-1) = 0$ k) $\log_x 2 = 0,25$ o) $\log_2(2x - x^2) = 1$
 d) $\log_5 x = -3$ h) $\log_3(5x - 1) = 1$ l) $\log_x 81 = -4$ p) $2 \log(x+5) = \log(x^2)$

Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Logarithmieren

- a) $2^{x+1} = 8$ d) $7^x = 1$ g) $\left(\frac{7}{9}\right)^{3x+7} = \left(\frac{9}{7}\right)^{3x-5}$ j) $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1}$
 b) $10^x = -100$ e) $a^{x+5} = a^{12}$ h) $(2^{x-3})^{x-4} = (2^{x-2})^{x-7}$ k) $2^{-x} \cdot 10^{-x+1} = \frac{1}{40}$
 c) $1^x = 2$ f) $4^{x+1} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$ i) $(5^{x+1})^2 = (25^4)^{x-1} \cdot 5^{-x}$ l) $(x^2 - 8x - 9) \cdot 3^x = 0$

Aufgabe 8: Substitution

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Substitution

- a) $3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 0$ c) $2^{2x-2} + 2 \cdot 2^x = -(2^3 + 2^x)$ e) $(\log_2 x)^2 - \frac{11}{4} \cdot \log_2 x - \frac{3}{4} = 0$
 b) $4^x - 16^x = -2$ d) $49^x - 8 \cdot 7^{x-1} = -7^{-1}$ f) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 6 = 0$

1.7. Lösungen zu den Aufgaben zu Logarithmen

Aufgabe 1: Logarithmus

- a) $\log_2 64 = 6$ c) $\log_4 256 = 4$ e) $\log_8 8 = 1$ g) $\log_{10} 0,001 = -3$ i) $\log_{36} 6 = \frac{1}{2}$
 b) $\log_3 27 = 3$ d) $\log_9 1 = 0$ f) $\log_3 \frac{1}{3} = -1$ h) $\log_2 \frac{1}{32} = -5$ j) $\log_{243} 3 = \frac{1}{5}$

Aufgabe 2: Logarithmus

- a) $3^4 = 81$ c) $6^2 = 36$ e) $8^0 = 1$ g) $3^2 = 9$ i) $9^{0,5} = 3$
 b) $4^3 = 64$ d) $2^6 = 64$ f) $5^1 = 5$ h) $7^2 = 49$ j) $64^{1/6} = 2$

Aufgabe 3: Logarithmus

- a) 4 c) 4 e) -3 g) -1 i) -3
 b) 3 d) -1 f) -1 h) -3 j) -8

Aufgabe 4: Logarithmengesetze

- a) $\log_2 \frac{a}{b}$ d) $\frac{1}{8}$ g) 0
 b) $\log \left(1 + \frac{y}{x}\right)$ e) $\log 3$ h) $\log \frac{y}{x}$
 c) $2 \cdot \log_a b$ f) $2 \log x$ i) 0

Aufgabe 5: Logarithmengesetze

- a) $\frac{\log 5}{\log 3} \approx 1,46$ c) $\frac{\log 100}{\log 1,1} \approx 48,3$ e) $3 \frac{\log 5}{\log 2} \approx 6,97$ g) $\log_2 x - 3$ i) $\frac{1}{3}$
 b) $-\frac{\log 3}{\log 2} \approx 1,58$ d) $\frac{\log 24}{\log 4} \approx 2,29$ f) $5 - \frac{\log 3}{\log 2} \approx 3,41$ h) $-1,5 \log_a s$ j) $-1 - \log_a y$

Aufgabe 6: Logarithmgleichungen

- a) $D =]0; \infty[$, $L = \{8\}$ e) $D =]0; \infty[$, $L = \{1\}$ i) $D =]0; \infty[$, $L = \{3\}$ m) $D = \mathbb{R} \setminus]-1; 1[$, $L = \{-3; 3\}$
 b) $D =]0; \infty[$, $L = \{216\}$ f) $D =]0; \infty[$, $L = \{2\}$ j) $D =]0; \infty[$, $L = \{2\}$ n) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$
 c) $D =]0; \infty[$, $L = \{27\}$ g) $D =]1; \infty[$, $L = \{2\}$ k) $D =]0; \infty[$, $L = \{16\}$ o) $D = [0; 2]$, $L = \{\}$
 d) $D =]0; \infty[$, $L = \left\{\frac{1}{125}\right\}$ h) $D = \left] \frac{1}{5}; \infty[$, $L = \left\{\frac{4}{5}\right\}$ l) $D =]0; \infty[$, $L = \left\{\frac{1}{3}\right\}$ p) $D =]-5; \infty[$, $L = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

- a) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$ d) $D = \mathbb{R}$, $L = \{0\}$ g) $D = \mathbb{R}$, $L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$ j) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$
 b) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ e) $D = \mathbb{R}$, $L = \{7\}$ h) $D = \mathbb{R}$, $L = \{1\}$ k) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$
 c) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ f) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-4\}$ i) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$ l) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-1; 9\}$

Aufgabe 8: Substitution

- a) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ c) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ e) $D = \mathbb{R}$, $L = \left\{8; \sqrt[4]{\frac{1}{2}}\right\}$
 b) $D = \mathbb{R}$, $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ d) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-1; 0\}$ f) $D = \mathbb{R}$, $L = \left\{27; \frac{1}{9}\right\}$