

1.7. Aufgaben zu Logarithmen

Aufgabe 1: Logarithmus

Verwandle folgende Potenzgleichungen in Logarithmengleichungen:

a) $2^6 = 64$	c) $4^4 = 256$	e) $8^1 = 8$	g) $10^{-3} = 0,001$	i) $36^{0,5} = 6$
b) $3^3 = 27$	d) $9^0 = 1$	f) $3^{-1} = \frac{1}{3}$	h) $2^{-5} = \frac{1}{32}$	j) $243^{0,2} = 3$

Aufgabe 2: Logarithmus

Verwandle folgende Logarithmengleichungen in Potenzgleichungen

a) $\log_3(81) = 4$	c) $\log_6(36) = 2$	e) $\log_8(1) = 0$	g) $\log_3(9) = 2$	i) $\log_9(3) = 0,5$
b) $\log_4(64) = 3$	d) $\log_2(64) = 6$	f) $\log_5(5) = 1$	h) $\log_7(49) = 2$	j) $\log_{64}(2) = \frac{1}{6}$

Aufgabe 3: Logarithmus

Berechne die folgenden Logarithmen und mache die Probe

a) $\log_2(16)$	c) $\log_{10}(10000)$	e) $\log_{10}(0,001)$	g) $\log_2(0,5)$	i) $\log_3\left(\frac{1}{27}\right)$
b) $\log_3(27)$	d) $\log_{10}(0,1)$	f) $\log_5(0,2)$	h) $\log_2(0,125)$	j) $\log_2\left(\frac{1}{256}\right)$

Aufgabe 4: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich:

a) $\log_2(a) - \log_2(b)$	d) $(\log_a(a^2))^{-3} + (\log_a(1))^3$	g) $\log_a(x^2) + \log_a\left(\frac{1}{x^2}\right)$
b) $\log(x+y) - \log(x)$	e) $\frac{1}{2}\log(4) + 3\cdot\log(6) - 2\cdot\log(3\cdot2^2)$	h) $-\frac{1}{3}\log(x^2y^{-2}z) + \frac{1}{3}\log(x^{-1}yz)$
c) $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) + \log_a(b)$	f) $2\cdot\log(x) + \frac{1}{2}\log(x^4) - \log(x^2)$	i) $\log_t\sqrt{a} + \log_t\sqrt{(ab)^{-1}} + \frac{1}{2}\cdot\log_t(b)$

Aufgabe 5: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich mit dem Taschenrechner

a) $\log_3(5)$	c) $\log_{1,1}(100)$	e) $\log_2(5^3)$	g) $\log_2\left(\frac{x}{8}\right)$	i) $\log_a\sqrt[3]{a}$
b) $\log_2\left(\frac{1}{3}\right)$	d) $\log_4(24)$	f) $\log_2\left(\frac{32}{3}\right)$	h) $\log_a(s^{-1,5})$	j) $\log_a\left(\frac{1}{ay}\right)$

Aufgabe 6: Logarithmengleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Exponieren

a) $\log_3(x) = 2$	e) $\log_5(x) = 0$	i) $2\cdot\log_a(x) - \log_a(x+6) = 0$	m) $\log_2(x^2 - 1) = 3$
b) $\log_4(x) = 4$	f) $\log_4(x) = 0,5$	j) $\log_2(x) + \log_2(x+2) = 3$	n) $\log_3(x^2 + 2x + 2) = -1$
c) $\log_3(x) = 3$	g) $\log_2(x-1) = 0$	k) $\log_x(2) = 0,25$	o) $\log_2(2x - x^2) = 1$
d) $\log_5(x) = -3$	h) $\log(5x-1) = 1$	l) $\log_x(81) = -4$	p) $2\log(x+5) = \log(x^2)$

Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Logarithmieren

a) $2^{x+1} = 8$	d) $7^x = 1$	g) $\left(\frac{7}{9}\right)^{3x+7} = \left(\frac{9}{7}\right)^{3x-5}$	j) $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1}$
b) $10^x = -100$	e) $a^{x+5} = a^{12}$	h) $(2^{x-3})^{x-4} = (2^{x-2})^{x-7}$	k) $2^{-x} \cdot 10^{-x+1} = \frac{1}{40}$
c) $1^x = 2$	f) $4^{x+1} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$	i) $(5^{x+1})^2 = (25^4)^{x-1} \cdot 5^{-x}$	l) $(x^2 - 8x - 9) \cdot 3^x = 0$

Aufgabe 8: Substitution

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Substitution

a) $3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 0$	c) $2^{2x-2} + 2 \cdot 2^x = -(2^3 + 2^x)$	e) $(\log_2(x))^2 - \frac{11}{4} \cdot \log_2(x) - \frac{3}{4} = 0$
b) $4^x - 16^x = -2$	d) $49^x - 8 \cdot 7^{x-1} = -7^{-1}$	f) $(\log_3(x))^2 - \log_3(x) - 6 = 0$

1.7. Lösungen zu den Aufgaben zu Logarithmen

Aufgabe 1: Logarithmus

- a) $\log_2(64) = 6$ c) $\log_4(256) = 4$ e) $\log_8(8) = 1$ g) $\log_{10}(0,001) = -3$ i) $\log_{36}(6) = \frac{1}{2}$
 b) $\log_3(27) = 3$ d) $\log_9(1) = 0$ f) $\log_3\left(\frac{1}{3}\right) = -1$ h) $\log_2\left(\frac{1}{32}\right) = -5$ j) $\log_{243}(3) = \frac{1}{5}$

Aufgabe 2: Logarithmus

- a) $3^4 = 81$ c) $6^2 = 36$ e) $8^0 = 1$ g) $3^2 = 9$ i) $9^{0,5} = 3$
 b) $4^3 = 64$ d) $2^6 = 64$ f) $5^1 = 5$ h) $7^2 = 49$ j) $64^{1/6} = 2$

Aufgabe 3: Logarithmus

- a) 4 c) 4 e) -3 g) -1 i) -3
 b) 3 d) -1 f) -1 h) -3 j) -8

Aufgabe 4: Logarithmengesetze

- a) $\log_2\left(\frac{a}{b}\right)$ d) $\frac{1}{8}$ g) 0
 b) $\log\left(1 + \frac{y}{x}\right)$ e) $\log(3)$ h) $\log\left(\frac{y}{x}\right)$
 c) $2 \cdot \log_a(b) - \log_a(c)$ f) $2 \log(x)$ i) 0

Aufgabe 5: Logarithmengesetze

- a) $\frac{\log(5)}{\log(3)} \approx 1,46$ c) $\frac{\log(100)}{\log(1,1)} \approx 48,3$ e) $3 \frac{\log(5)}{\log(2)} \approx 6,97$ g) $\log_2(x) - 3$ i) $\frac{1}{3}$
 b) $-\frac{\log(3)}{\log(2)} \approx 1,58$ d) $\frac{\log(24)}{\log(4)} \approx 2,29$ f) $5 - \frac{\log(3)}{\log(2)} \approx 3,41$ h) $-1,5 \log_a(s)$ j) $-1 - \log_a(y)$

Aufgabe 6: Logarithmengleichungen

- a) $D =]0; \infty[$, $L = \{9\}$ e) $D =]0; \infty[$, $L = \{1\}$ i) $D =]0; \infty[$, $L = \{3\}$ m) $D = \mathbb{R} \setminus -1; 1[$, $L = \{-3; 3\}$
 b) $D =]0; \infty[$, $L = \{256\}$ f) $D =]0; \infty[$, $L = \{2\}$ j) $D =]0; \infty[$, $L = \{2\}$ n) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$
 c) $D =]0; \infty[$, $L = \{27\}$ g) $D =]1; \infty[$, $L = \{2\}$ k) $D =]0; \infty[$, $L = \{16\}$ o) $D = [0; 2]$, $L = \{\}$
 d) $D =]0; \infty[$, $L = \{\frac{1}{125}\}$ h) $D =]\frac{1}{5}; \infty[$, $L = \{\frac{4}{5}\}$ l) $D =]0; \infty[$, $L = \{\frac{1}{3}\}$ p) $D =]-5; \infty[$, $L = \{-\frac{5}{2}\}$

Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

- a) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$ d) $D = \mathbb{R}$, $L = \{0\}$ g) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-\frac{1}{3}\}$ j) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$
 b) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ e) $D = \mathbb{R}$, $L = \{7\}$ h) $D = \mathbb{R}$, $L = \{1\}$ k) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$
 c) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ f) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-4\}$ i) $D = \mathbb{R}$, $L = \{2\}$ l) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-1; 9\}$

Aufgabe 8: Substitution

- a) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ c) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\}$ e) $D = \mathbb{R}$, $L = \{8; \sqrt[4]{\frac{1}{2}}\}$
 b) $D = \mathbb{R}$, $L = \{\frac{1}{2}\}$ d) $D = \mathbb{R}$, $L = \{-1; 0\}$ f) $D = \mathbb{R}$, $L = \{27; \frac{1}{9}\}$