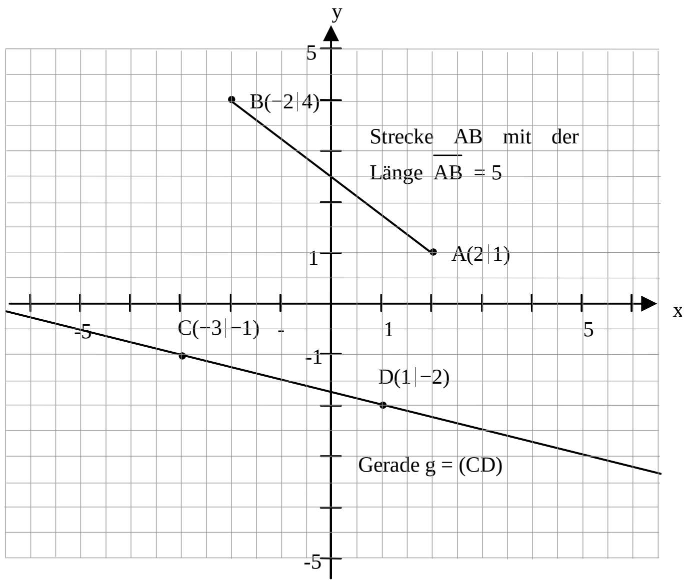
2.1. Geometrische Grundbegriffe

Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 1

2.1.1. Punkte, Geraden und Strecken im Koordinatensystem

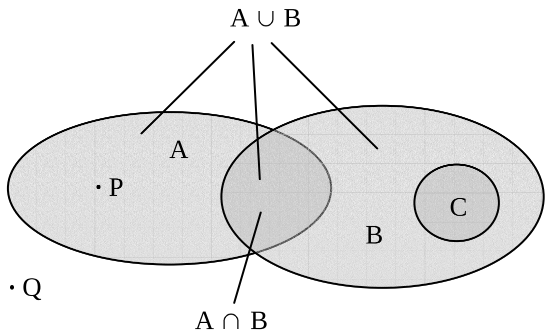


1. Die Lage von **Punkten** beschreibt man mit Hilfe eines **Koordinatensystems**. Es besteht aus einer waagrechten **x-Achse** und einer senkrechten **y-Achse**, die sich im **Ursprung** (engl. **Origin**) O(0|0) schneiden. Die Lage des Punktes P(x|y) erhält man aus seinen **Koordinaten** x und y, indem man x Einheiten auf der x-Achse und y-Einheiten auf der y-Achse abträgt. Punkte werden immer mit **großen lateinischen Buchstaben** bezeichnet.
2. Durch zwei Punkte P und Q wird genau eine **Gerade** (PQ) festgelegt. Geraden werden auch mit **kleinen lateinischen Buchstaben** bezeichnet, z.B. g = (PQ). Eine Gerade ist eine Menge unendlich vieler unendlich dicht nebeneinander liegender Punkte. Ein Punkt P liegt auf der Geraden g, wenn er Element dieser Punktmenge ist: $P \in g$. Liegt er nicht auf g, so schreibt man $P \notin g$.
3. Die **Strecke** PQ umfasst alle Punkte der Geraden (PQ), die zwischen P und Q liegen einschließlich der Randpunkte P und Q selbst.
4. Der **Abstand** zwischen zwei Punkten P und Q ist die **Länge** der Strecke PQ und wird mit $\overline{PQ}$ bezeichnet.

Übungen: Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 2

2.1.2. Gegenseitige Lage von Punkten und Geraden

Mengenschreibweise
Geometrische Figuren sind Punktmengen, deren Beziehung zueinander daher oft in **Mengenschreibweise** dargestellt wird. Häufig benutzt werden die folgenden Symbole:



$\in$ = „ist Element von“: $P \in A$, wenn der Punkt P in der Menge A liegt

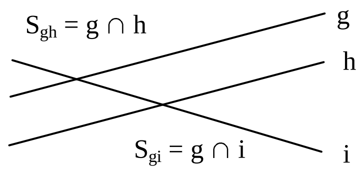
$\notin$ = „ist nicht Element von“: $Q \notin A$, wenn der Punkt Q nicht in der Menge A liegt

$\subset$ = „ist Teilmenge von“: $C \subset B$, wenn alle Punkte von der Menge C auch Teil der Menge B sind.

$\cap$ = „geschnitten“: Die **Schnittmenge** $A \cap B$ ist die Menge aller Punkte, die in A **und** in B liegen.

$\cup$ = „vereinigt“: Die **Vereinigungsmenge** $A \cup B$ ist die Menge aller Punkte, die in A **oder** in B liegen.

Gegenseitige Lage von Geraden in der Ebene



Zwei Geraden g und h in der Ebene haben entweder

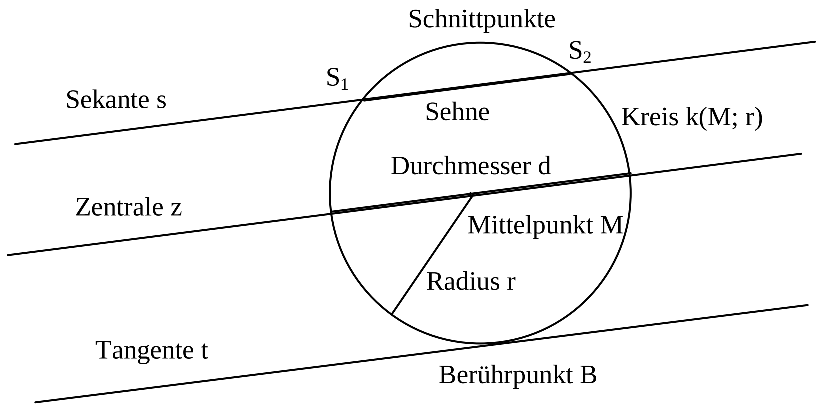
- keinen Punkt gemeinsam: $g \cap h = \{\}$ (g und h sind **parallel**: $g \,||\, h$)
- einen Punkt gemeinsam: $g \cap h = S$ (g und h **schneiden** sich in S)
- alle Punkte gemeinsam: $g \cap h = g = h$ (g und h sind **identisch**)

Übungen: Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 3

2.1.3. Kreise und Kreisteile

Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 4

1. Ein **Kreis** k(M; r) besteht aus der Menge aller Punkte, die vom **Mittelpunkt** M den gleichen **Abstand** r (lat **Radius** = Strahl) haben
2. Eine Gerade t heißt **Tangente** (lat **tangere** = berühren) am Kreis k, wenn sie mit k nur einen Berührpunkt B gemeinsam hat: $t \cap g = B$
3. Eine Gerade s heißt **Sekante** (lat **secare** = schneiden) am Kreis k, wenn sie mit k zwei Schnittpunkte S_1 und S_2 gemeinsam hat: $t \cap g = S_1 \cup S_2$
4. Eine Gerade z heißt **Zentrale (**lat **centrum** = Mittelpunkt**)**, wenn sie durch den Mittelpunkt M geht: $M \in z$.
5. Die Strecke zwischen den beiden Schnittpunkten einer Sekante heißt **Sehne**.
6. Die Sehne einer Zentrale heißt **Durchmesser** und ist doppelt so lang wie der Radius: $d = 2 \cdot r$.

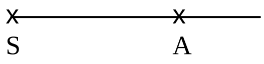


Übungen: Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 5 und 6

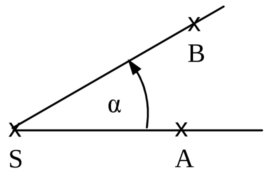
2.1.4. Halbgeraden und Winkel

1. Die **Halbgerade** SA) umfasst alle Punkte der Geraden (SA), die von S aus in der gleichen Richtung wie A liegen einschließlich des Randpunktes S selbst.
2. Der **Winkel** ∢(ASB) ist das geordnete Paar der Halbgeraden SA) und SB), das man durch **Linksdrehung** (gegen den Uhrzeigersinn) des **Anfangsschenkels** SA) auf den **Endschenkel** SB) erhält.
3. Die **Winkelgröße** wird in **Grad** ° gemessen. Eine ganze Umdrehung entspricht 360°. Für kleine Winkel unterteilt man ein Grad in 60 **Winkelminuten** (1° = 60') und weiter eine Winkelminute in 60 **Winkelsekunden** (1' = 60''). Winkelgrößen werden mit **kleinen griechischen Buchstaben** α, β, γ, ε, φ, … bezeichnet.
4. Ein Winkel mit der Größe α heißt **spitzer Winkel**, wenn α < 90°, **rechter Winkel**, wenn α = 90° und **stumpfer Winkel**, wenn α > 90°.

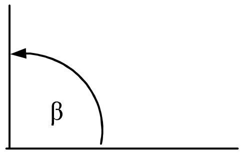
Beispiele:



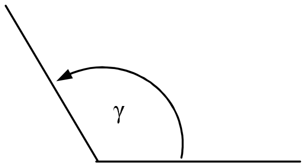
Halbgerade SA)



spitzer Winkel ∢(ASB) mit der Größe α = 30°



rechter Winkel mit der Größe β = 90°

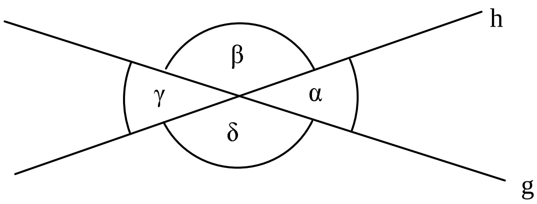


stumpfer Winkel mit der Größe α = 120°

Übungen: Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 7 und 8

Nebenwinkel und Scheitelwinkel an Einfachkreuzungen
Am Schnittpunkt zweier Geraden treten vier Winkel auf. Benachbarte Winkel heißen **Nebenwinkel** und ergeben zusammen 180°. Gegenüber liegende Winkel heißen **Scheitelwinkel** und sind gleich groß:

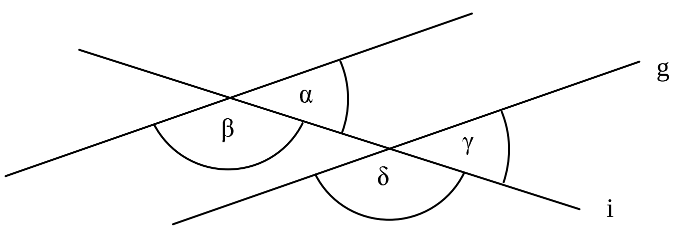
Scheitelwinkel
$\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$
Nebenwinkel
$\alpha + \beta = 180°$
$\beta + \gamma = 180°$
$\gamma + \delta = 180°$
$\delta + \alpha = 180°$



Stufenwinkel und Wechselwinkel an Doppelkreuzungen
An den Schnittpunkten eines parallelen Geradenpaars mit einer dritten Geraden treten gleiche **Stufenwinkel** auf. Die Auf gegenüber liegenden Seiten liegenden **Wechselwinkel** ergeben zusammen 180°:

Stufenwinkel
$\alpha = \gamma$ und $\beta = \delta$

Wechselwinkel
$\alpha + \delta = 180°$
$\beta + \gamma = 180°$



Übungen: Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen Nr. 9 - 14