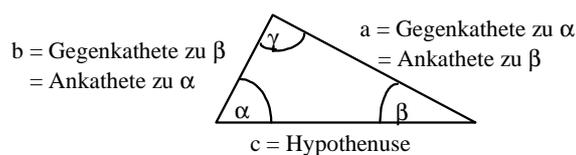


## 2.11. Trigonometrie



Nach dem **Winkelsummensatz** ist in beliebigen Dreiecken  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ , im **rechtwinkligen Dreieck** gilt wegen  $\gamma = 90^\circ$  daher  $\alpha + \beta = 90^\circ$

Nach dem **Strahlensatz** sind rechtwinklige Dreiecke **ähnlich**, wenn sie in einem Winkel übereinstimmen. Die folgende Definition ist also eindeutig:

### Definition

Im rechtwinkligen Dreieck ( $0 \leq \alpha, \beta \leq 90^\circ$ ) sind die trigonometrischen Funktionen Sinus, Kosinus, Tangens und Kotangens durch die folgenden Seitenverhältnisse definiert:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta,$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \cot \beta.$$

### Satz

Im rechtwinkligen Dreieck ( $0 \leq \alpha, \beta \leq 90^\circ$ ) gelten die folgenden Beziehungen:

1.  $\sin \alpha = \cos \beta = \cos(90^\circ - \alpha)$

2.  $\sin \beta = \cos \alpha = \cos(90^\circ - \beta)$

3.  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

4.  $(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$

### Beweis:

1. Definition

2. Definition

3.  $\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{c}{c} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

4. Pythagoras:  $c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 1 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Leftrightarrow 1 = (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2$

Übungen. Aufgaben zur Trigonometrie Nr. 1 - 6