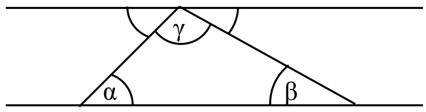
2.2. Aufgaben zu Figuren

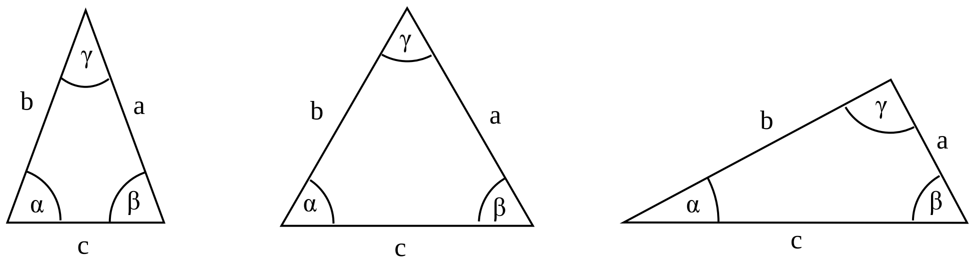
Aufgabe 1
Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β und γ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

a) A(1|2), B(8|3) und C(3|7)   b) A(0|3), B(10|1) und C(8|8)   c) A(1|7), B(3|3) und C(9|4)

Aufgabe 2
Zeige anhand der nebenstehenden Skizze, dass die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck immer 180° ist: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$



Aufgabe 3
Bestimme die Längen und Winkel in den folgenden Dreiecken und vergleiche:

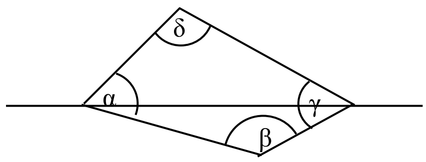


Aufgabe 4
Konstruiere:
a) ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis c = 6 cm und Schenkel a = 5 cm. **Hinweis**: Benutze einen Zirkel und zeichne zwei Kreise mit Radius 5 cm um die Eckpunkte der Basis.
b) ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis c = 8 cm und Basiswinkel α = 40°
c) ein gleichschenkliges Dreieck mit Schenkel a = 5 cm und Schenkelwinkel γ = 40°
d) ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis c = 6 cm und Schenkelwinkel α = 50°
e) ein gleichseitiges Dreieck mit den Seiten a = 4 cm.
f) ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a = 3 cm und b = 4 cm.
g) ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse c = 6 cm und α = 30°
h) ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse c = 7 cm und der Kathete a = 4 cm. **Hinweis**: Benutze eine Tangente.

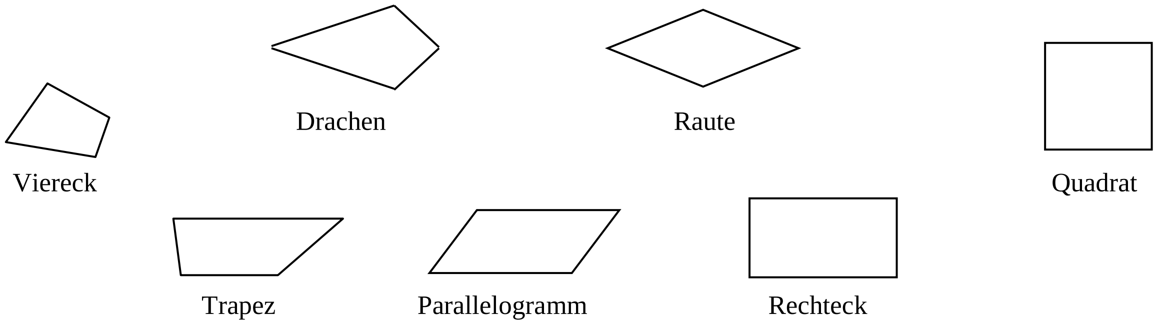
Aufgabe 5
Zeichne das Viereck ABCD in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β, γ und δ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

a) A(0|0), B(6|0), C(5|5), D(2|6)   b) A(1|4), B(5|4), C(7|0), D(7|7)   c) A(0|1), B(10|1), C(6|5), D(5|2)

Aufgabe 6
Zeige anhand der nebenstehenden Skizze und mit Hilfe von Aufgabe 2, dass die Summe der Innenwinkel in einem Viereck immer 360° ist:
$\alpha + \beta + \gamma + \varepsilon = 180°$



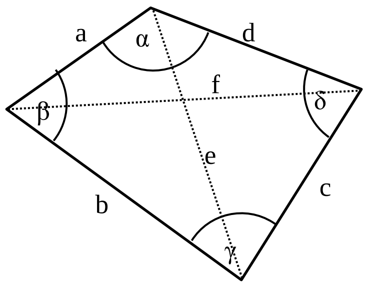
Aufgabe 7
Zeichne eventuelle Symmetriezentren und Symmetrieachsen in die folgenden Vierecke ein. Umkreise jeweils alle Vierecke, Drachen, Rauten, Trapeze, Parallelogramme, Rechtecke und Quadrate, die du findest. (!)



Aufgabe 8

Konstruiere die folgenden Vierecke (Bezeichnungen siehe rechts):

a) ein Trapez mit a = 6 cm, b = 4 cm, $\alpha = 80°$, $\beta = 120°$
b) ein Parallelogramm mit a = 8 cm, b = 2 cm, und $\alpha = 60°$
c) ein Parallelogramm mit a = 4 cm, b = 5 cm, und e = 7 cm
d) einen Drachen mit a = 6 cm, $\alpha = 60°$ und b = 4 cm.
e) einen Drachen mit a = 5 cm, b = 2 cm und e = 6 cm
f) einen Drachen mit e = 10 cm, f = 5 cm und $\alpha = 40°$
g) eine Raute mit e = 10 cm und f = 5 cm
h) eine Raute mit a = 4 cm und $\alpha = 60°$



Aufgabe 9

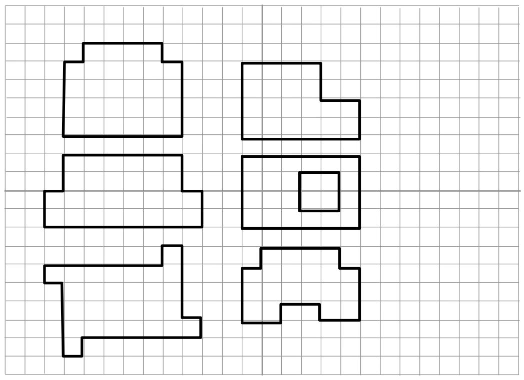
Rechne in die angegebene Einheit um:

a) 5 m^2 in dm^2, 13 dm^2 in cm^2, 33 km^2 in ha, 24 ha in a
b) 2 km^2 3 ha in ha, 7 cm^2 15 mm^2 in mm^2, 20 ha 15 a in a
c) 4 ha 9m^2 in m^2, 4 km^2 19 a in a, 3 dm^2 78 cm^2 in cm^2.
d) 730 dm^2 in m^2 und dm^2, 1250 mm^2 in cm^2 und mm^2, 14360 cm^2 in m^2, dm^2 und cm^2, 54300 dm^2 in a, m^2 und dm^2, 89771 m^2 in ha, a und m^2, 70060 ha in km^2 und ha

Aufgabe 10

Wandle jeweils in die kleinere Einheit um:

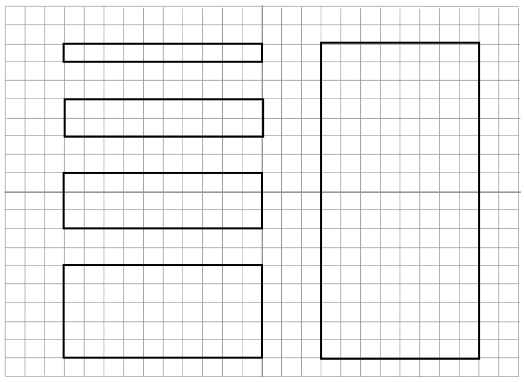
3 m^2 + 41 dm^2, 17 m^2 + 1 dm^2, 8 dm^2 + 2 cm^2, 9 dm^2 + 31 cm^2, 5 m^2 + 5 cm^2, 1 m^2 + 2 dm^2 + 5 cm^2



zu Aufgabe 11

Aufgabe 11

Bestimme den Flächeninhalt der rechts oben abgebildeten Figuren, wenn ein quadratisches Kästchen 5 mm breit ist.



zu Aufgabe 12

Aufgabe 12

Gib den Flächeninhalt der rechts oben abgebildeten Rechtecke an, wenn ein quadratisches Kästchen 1 mm bzw. 1 cm bzw. 1 dm breit ist. Welchen Flächeninhalt hat ein Rechteck, das 60 cm breit und 50 cm hoch ist?

Aufgabe 13

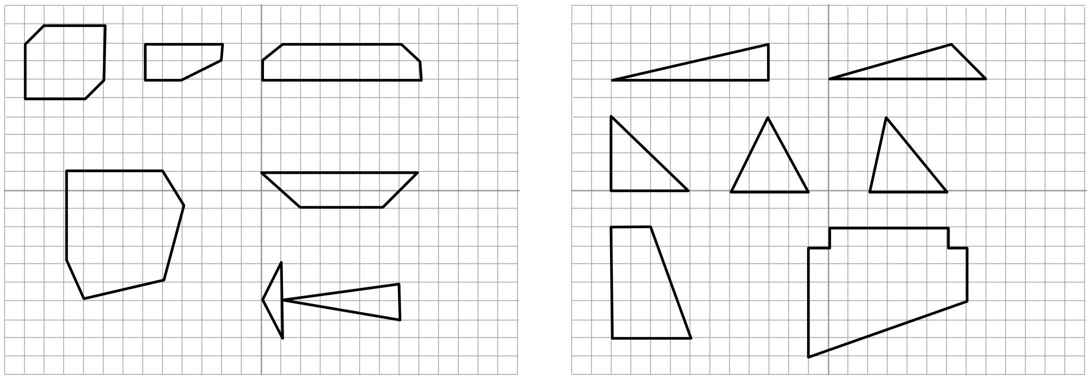
Vervollständige die Tabelle:

	a)	b)	c)	d)	e)
a	4 cm	5 m		23 mm	300 m
b	3 dm		30 cm		
A		200 m^2	60 m^2	184 cm^2	15 km^2

Aufgabe 14

a) Frau Maier will die sechs Türen ihrer Wohnung anstreichen, die alle 2 m hoch und 82 cm breit sind. Leider erhält sie nur Dosen, deren Inhalt für 12 m^2 reicht. Wie viele Dosen muss Frau Braun kaufen, wenn sie die Türen auf beiden Seiten jeweils zweimal streichen will?
b) Eine 3 m breite und 4 m lange Veranda soll mit rechteckigen Platten gepflastert werden. Die Platten sind 25 cm lang und 12 cm breit. Eine Packung mit 16 Stück kostet 8,90 €. Wie viel kosten die Platten insgesamt ?
c) Die Fensterfront eines Bungalows soll neu verglast werden. Sie besteht aus acht gleich großen Scheiben, die 1500 mm breit und 2400 mm hoch sind. Für die Erneuerung der Scheiben sind 78 € pro m^2 zu bezahlen. Wie viel kostet die gesamte Fensterfront?
d) Ein Landwirt baut auf einem 3 m breiten Streifen um seine Felder nichts an, damit Igel, Rebhühner und seltene Pflanzen hier leben können. Wie viel Fläche verliert der Landwirt dadurch von einem quadratischen, ursprünglich 4 ha großen Feld? Wie viel Fläche verliert er bei einem rechteckigen Feld von 500 x 80 m? Woher kommt der Unterschied?

Aufgabe 15
Bestimme durch Abzählen der Kästchen die Flächeninhalte der unten abgebildeten Figuren, wenn ein quadratisches Kästchen 5 mm breit ist:

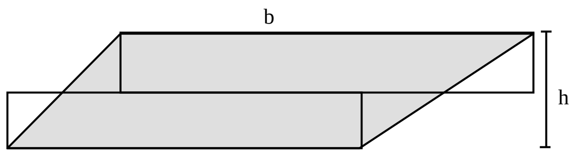


Aufgabe 16
Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke aus Aufgabe 4

Aufgabe 17
Berechne den Flächeninhalt der folgenden Figuren. Bestimme zunächst den Inhalt des umliegenden Rechtecks mit achsenparallelen Seiten und ziehe anschließend die „überstehenden" rechtwinkligen Dreiecke in den Ecken ab.

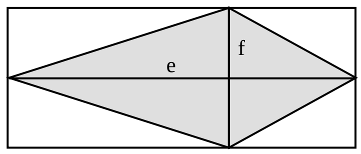
a) Dreieck A(2|1)B(5|2)C(3|5)
b) Viereck A(−6|2)B(−2|1)C(−1|3)D(−5|4)
c) Viereck A(−6|−3)B(−4|−5)C(−2|−2)D(−5|−1)
d) Viereck A(1|−1)B(2|−5)C(5|−4)D(4|−2)

Aufgabe 18
Zeige mit Hilfe der Skizze, dass ein Trapez mit den Seitenlängen a und b sowie der Höhe h den Flächeninhalt $A = \frac{1}{2}(a + b)\cdot h$ hat.



Aufgabe 19
Bestimme mit Hilfe der Skizzen den Flächeninhalt

a) eines Parallelogramms mit der Seitenlänge a und der Höhe h_a auf a
b) eines Drachen mit den Diagonalen e und f.



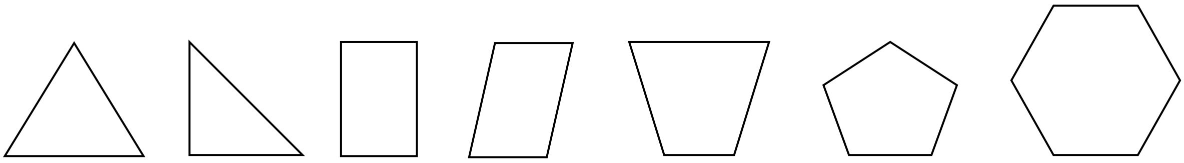
Aufgabe 20
Berechne den Flächeninhalt der Vierecke aus Aufgabe 8

Aufgabe 21
Zeichne

a) ein konvexes Hexagon
b) ein konkaves Hexagon
c) ein konvexes Heptagon
d) ein konkaves Heptagon

Aufgabe 22

a) Bestimme die Summe der Innenwinkel in den folgenden regelmäßigen Polygonen. **Hinweis**: Wenn man die Regelmäßigkeit (**Symmetrie**) der Figuren und **Nebenwinkel** geschickt nutzt, muss man jeweils nur einen **einzigen Winkel** messen!



b) Fasse Deine Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammen und stelle eine Formel auf, mit der man die Winkelsumme aus der Zahl n der Ecken berechnen kann:

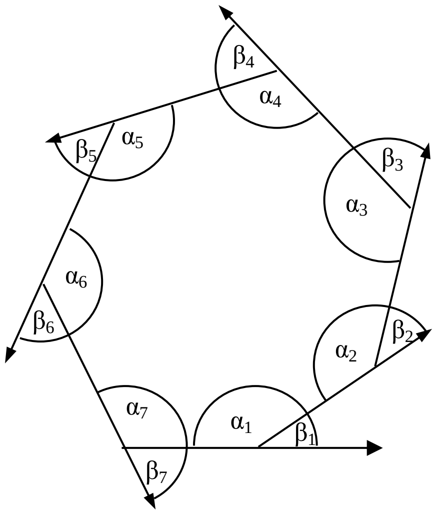
Eckenzahl	Winkelsumme
3	
4	
5	
6	
7	
n	

Aufgabe 23

Beweise den Winkelsummensatz für das unten abgebildete Siebeneck nach der folgenden Anleitung

1. Durchwandert man das Polygon einmal vollständig, so hat man sich insgesamt genau einmal um sich selbst gedreht.
2. Wenn man sich an der 1. Ecke um β_1, an der 2. Ecke um β_2, an der 3. Ecke um β_3 usw. nach links gedreht hat, muss die Summe der Außenwinkel also ____° ergeben:
   $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \ldots \beta_7 =$ ______°
3. Die Innenwinkel $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ sind die _______________ der Winkel $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots$, d.h.,
   $\beta_1 =$ ____° $- \alpha_1$, $\beta_2 =$ ____° $- \alpha_2$ usw.
4. Durch Einsetzen in die Summe der Außenwinkel erhält man

   ____ ° $- \alpha_1 +$ ____ ° $- \alpha_2 + \ldots +$ ____ ° $- \alpha_7 =$ _____ °.
5. Durch Auflösenerhält man
   $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_7 =$ _____ °



2.2. Lösungen zu den Aufgaben zu Figuren

Aufgabe 1

a) $\alpha = 60{,}0°$, $\beta = 46{,}8°$ und $\gamma = 73{,}2°$
b) $\alpha = 43{,}3°$, $\beta = 62{,}7°$ und $\gamma = 70{,}0°$
c) $\alpha = 42{,}9°$, $\beta = 107{,}1°$ und $\gamma = 30{,}0°$

Aufgaben 2 und 3

siehe Skript

Aufgabe 4

a) Höhe h = 4 cm, Basiswinkel $\alpha = 26{,}9°$, Schenkelwinkel $\gamma = 53{,}1$ °
b) Höhe h = 3,35 cm, Schenkel a = 5,2 cm, Schenkelwinkel $\gamma = 100°$
c) Höhe h = 4,7 cm, Basis c = 3,4 cm, Basiswinkel $\alpha = 70°$.
d) Höhe h = 3,57 cm, Schenkel a = 4,66 cm, Basiswinkel $\alpha = 65°$
e) Höhe h = 4,47 cm
f) Hypotenuse c = 5 cm, $\alpha = 26{,}9°$, $\beta = 53{,}1°$
g) Katheten a = 3 cm und b = 5,2 cm, $\beta = 60°$
h) b = 5,74 cm, $\alpha = 34{,}8°$, $\beta = 55{,}2°$

Aufgabe 5

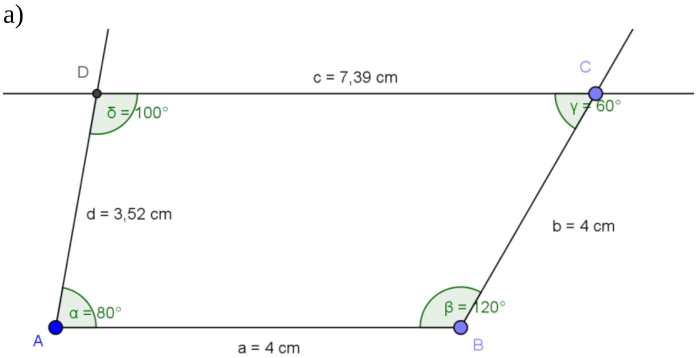
a) $\alpha = 71{,}6°$, $\beta = 55{,}5°$, $\gamma = 119{,}7°$ und $\delta = 113{,}1°$
b) $\alpha = 26{,}6°$, $\beta = 116{,}5°$, $\gamma = 26{,}6°$ und $\delta = 190{,}3°$
c) $\alpha = 11{,}3°$, $\beta = 135{,}0°$, $\gamma = 63{,}4°$ und $\delta = 150{,}3°$

Aufgaben 6 und 7

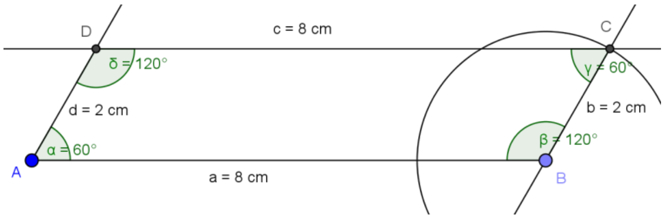
siehe Skript

Aufgabe 8

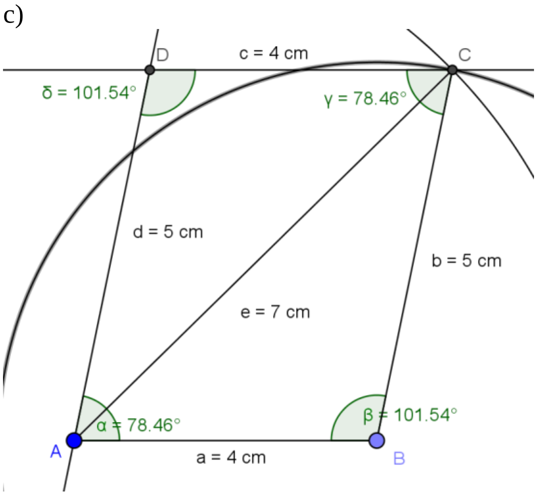
a)



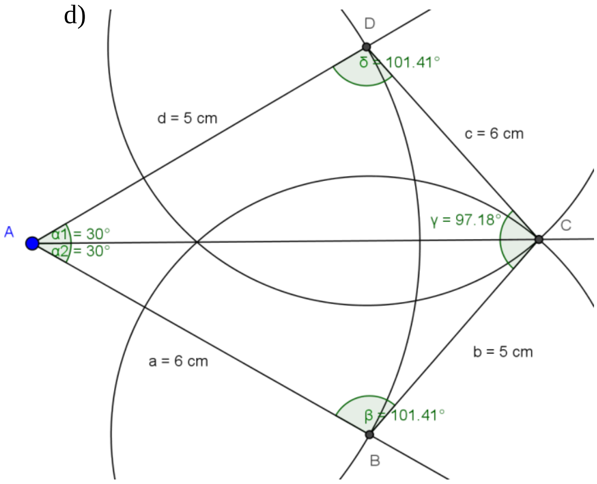
b)



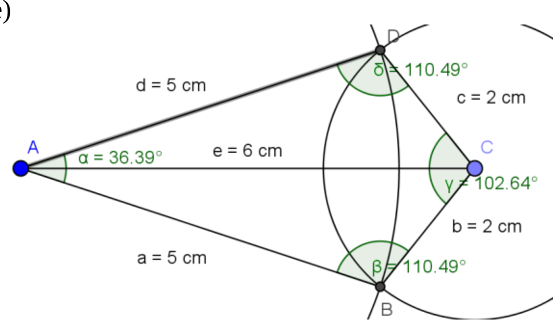
c)



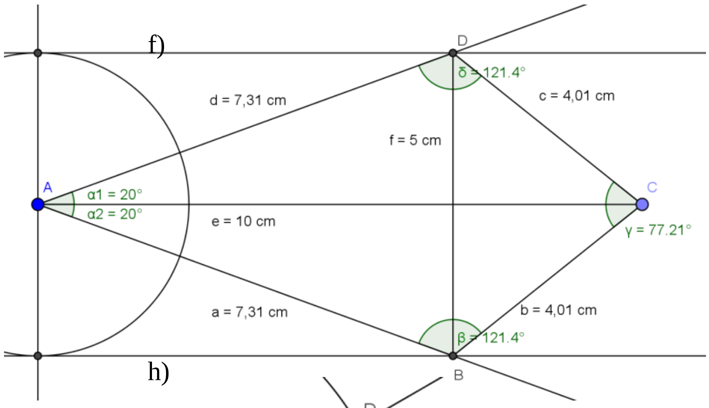
d)



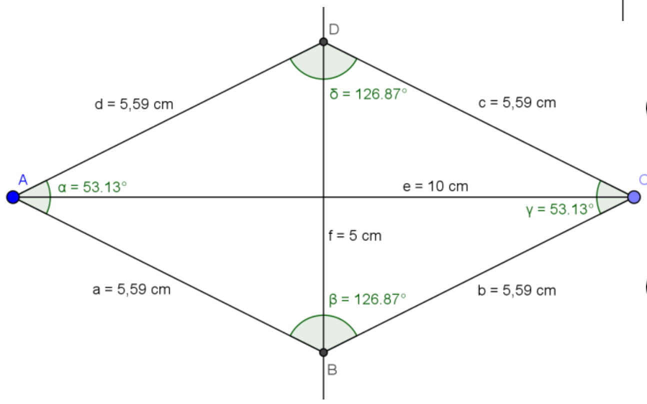
e)



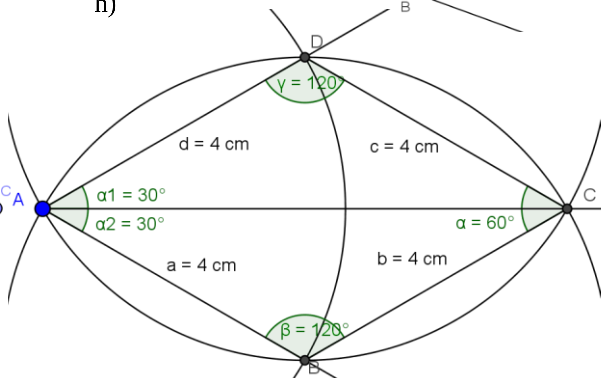
f)



g)



h)



Aufgabe 9

a) 50 dm², 1300 cm², 2200 ha, 2400 a

b) 2030 ha, 715 mm², 2015 a

c) 4 009 m², 4 019 a, 378 cm²

d) 7 m² 30 dm², 12 cm² 50 mm², 1 m² 43 dm² 60 cm², 5 a 43 m², 8 ha, 97 a 71 m², 700 km² 60 ha

Aufgabe 10

341 dm², 1701 dm², 802 cm², 931 cm², 50 005 cm², 10 205 cm².

Aufgabe 11

1. Spalte: alle 7 cm² und 2. Spalte: alle 5 cm²!

Aufgabe 12

10, 20, 30, 50 und 8·17 = 136 mm² bzw. cm² bzw. dm². Rechteck: A = 30 cm · 60 cm = 1800 cm² = 12 dm².

Aufgabe 13

	a)	b)	c)	d)	e)
a	4 cm	5 m	**200 m**	23 mm	300 m
b	3 dm	**40 m**	30 cm	**80 cm**	**50 km (!)**
A	**120 cm²**	200 m²	60 m²	184 cm²	15 km²

Aufgabe 14

a) Die Türen haben eine Gesamtfläche von 6·200 cm·82 cm = 6·16400 cm² = 6·164 dm² = 984 dm². Vorder- und Rückseite je zweimal streichen erfordert Farbe für 4·984 dm² = 3936 dm², d.h. 4 Eimer für jeweils 12 m² = 1200 dm².

b) Man kann die Terrasse ohne Verschnitt mit 16·25 = 400 Platten auslegen, das macht dann 25·8,90 = 222,50 €.

c) Die Scheiben haben eine Gesamtfläche von 8·15 dm·24 dm = 2880 dm² = 28,8 m² das macht dann 78·28,8 = 2246,40 €.

d) Das quadratische Feld hat eine Seitenlänge von 200 m. der Streifen ist dann 200 m + 194 m + 200 m + 194 m = 788 m lang mit einer Fläche von3 m·788 m = 2364 m². Bei dem rechteckigen Feld ist der Streifen 500 m + 74 m + 500 m + 74 m = 1148 m lang und benötigt eine Fläche von 3 m· 1148 m = 3444 m². Von allen Rechtecken mit der Fläche 4 ha hat das Quadrat den kleinsten Umfang.

Aufgabe 15: Ein Kästchen hat einen Inhalt von 25 mm²; vier Kästchen einen Inhalt von 100 m² = 1 cm².

Links: Oben: Sechseck: 375 mm², Fünfeck: 175 mm², Sechseck: 375 mm², Sechseck links unten: 875 mm², Trapez rechts Mitte 300 mm², kleines Dreieck: 50 mm², großes Dreieck: 150 mm².

Rechts: Oben: beide Dreiecke 200 mm², Mitte: alle Dreiecke 200 mm², Fünfeck: 450 mm², Achteck: 1050 mm².

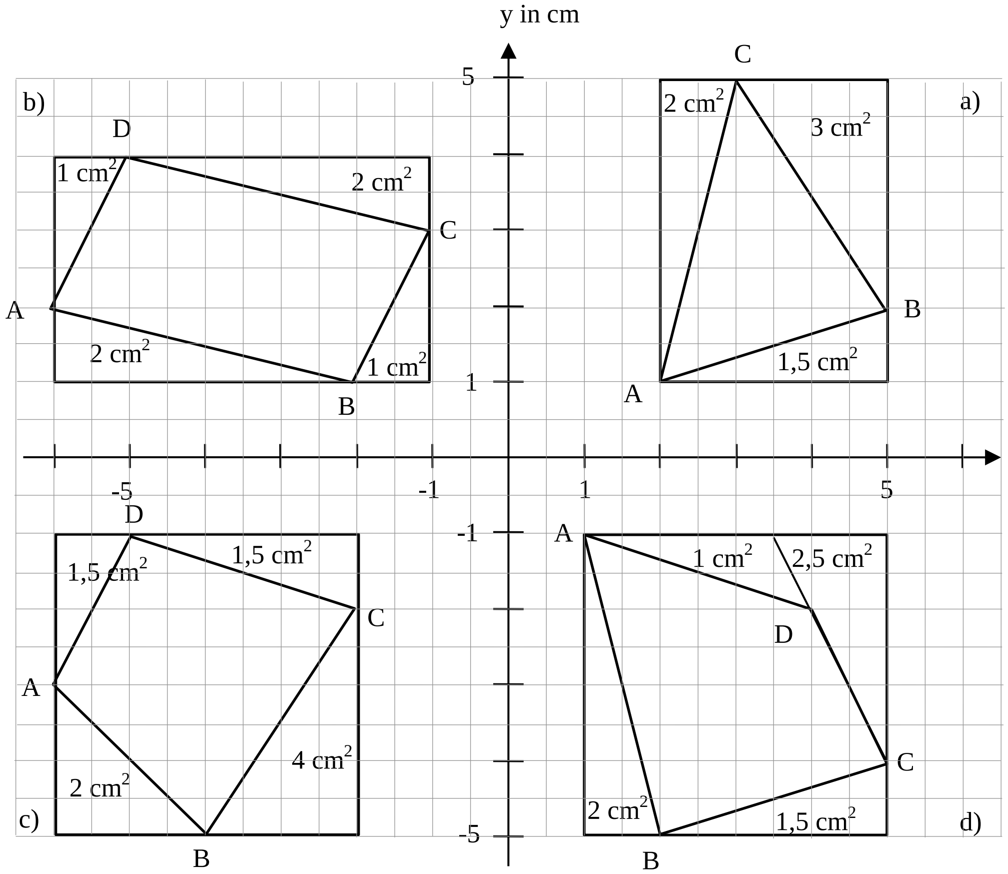
Aufgabe 16

a) 12 cm^2 b) 13,4 cm^2 c) 16 cm^2 d) 10,71 cm^2 e) 8,94 cm^2 f) 6 cm^2 g) 7,8 cm^2 h) 11,48 cm^2

Aufgabe 17

b)

$A = 15\text{ cm}^2$
$- 2\text{ cm}^2$
$- 2\text{ cm}^2$
$- 1\text{ cm}^2$
$- 1\text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{9\text{ cm}^2}}$



a)

$A = 12\text{ cm}^2$
$- 3\text{ cm}^2$
$- 2\text{ cm}^2$
$- 1{,}5\text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{5{,}5\text{ cm}^2}}$

c)

$A = 20\text{ cm}^2$
$- 1{,}5\text{ cm}^2$
$- 1{,}5\text{ cm}^2$
$- 2\text{ cm}^2$
$- 4\text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{11\text{ cm}^2}}$

d)

$A = 16\text{ cm}^2$
$- 2\text{ cm}^2$
$- 1{,}5\text{ cm}^2$
$- 2{,}5\text{ cm}^2$
$- 1\text{ cm}^2$
$= \underline{\underline{9\text{ cm}^2}}$

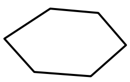
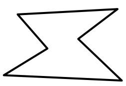
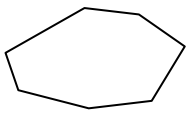
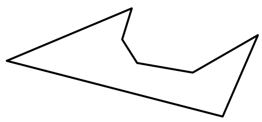
Aufgaben 18 und 19

siehe Skript

Aufgabe 20

a) 17,3 cm^2 b) 13,84 cm^2 c) 19,6 cm^2 d) 23,52 cm^2 e) 9,36 cm^2 f) 25 cm^2 g) 25 cm^2 h) 13,86 cm^2

Aufgabe 21

a)  b)  c)  d) 

Aufgaben 22 und 23

siehe Skript