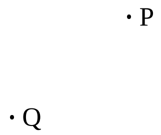
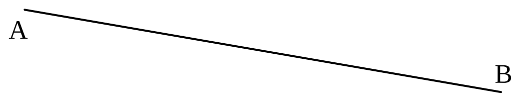
2.4. Aufgaben zu Ortslinien

Aufgabe 1
Markiere alle Punkte auf dem Blatt, die von P und Q den gleichen Abstand haben. Welche Figur ergeben diese Punkte?



Aufgabe 2
Zeichne ein beliebiges Dreieck und konstruiere die Mittelsenkrechten zu allen drei Seiten des Dreiecks. Was stellst Du fest? Ziehe einen Kreis um den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten durch einen Eckpunkt. Was stellst Du fest?

Aufgabe 3
Teile die Strecke AB mit Zirkel und Lineal in zwei bzw. vier bzw. acht gleiche Teile



Aufgabe 4
Zeichne eine 5 cm lange Strecke AB.

a) Konstruiere einen Kreis mit dem Radius 4 cm, der durch A und B geht.
b) Bestimme diejenigen Punkte des Kreises aus a), die vom Kreismittelpunkt M und der Mitte von AB gleich weit entfernt sind. Beschreibe die Konstruktion

Aufgabe 5

Zeichne eine Gerade g und zwei Punkte $P \notin g$ und $Q \notin g$. Konstruiere einen Kreis durch P und Q, dessen Mittelpunkt auf g liegt.

Aufgabe 6

a) Welche Punkte sind von $A(1|2)$ weiter entfernt als von $B(3|8)$? Färbe die entsprechende Fläche im Koordinatensystem.

b) Gibt es Punkte, die näher an $P(1|6)$ liegen als an $Q(5|2)$ und höchstens 2 LE (Längeneinheiten von Q entfernt sind?

Aufgabe 7

Bestimme den Abstand des Punkts $P(2|-1)$ von der Geraden g durch $A(0|1)$ und $B(4|3)$ nach der folgenden Anleitung:

1. Ziehe einen Kreis um P, der g in zwei Punkten schneidet.
2. Ziehe zwei weitere Kreise mit dem gleichen Radius um die beiden Schnittpunkte des ersten Kreises mit g.
3. Zeichne die Gerade l durch die Schnittpunkte P und P' der beiden Kreise aus 2.
4. Beschreibe die Lage der beiden Punkte P und P' bezüglich der Geraden g in Worten.
5. Beschreibe die Lage der Geraden l bezüglich der Geraden g in Worten.
6. Bestimme den gesuchten Abstand und begründe.

Aufgabe 8

Bestimme den Abstand des Punkts $P(-2|-2)$ von der Geraden g durch $A(-1|5)$ und $B(5|-3)$.

Aufgabe 9

a) Zeichne eine Gerade g, einen Punkt $P \in g$ und einen zweiten Punkt $Q \notin g$. Konstruiere einen Kreis, der die Gerade g in P berührt und durch Q geht.

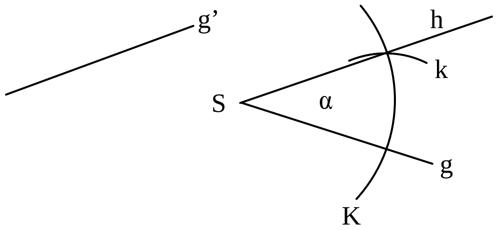
b) Zeichne einen Kreis k, einen Punkt $P \in k$ und einen zweiten Punkt $Q \notin k$. Konstruiere einen zweiten Kreis, der den Kreis k g in P berührt und durch Q geht.

Aufgabe 10

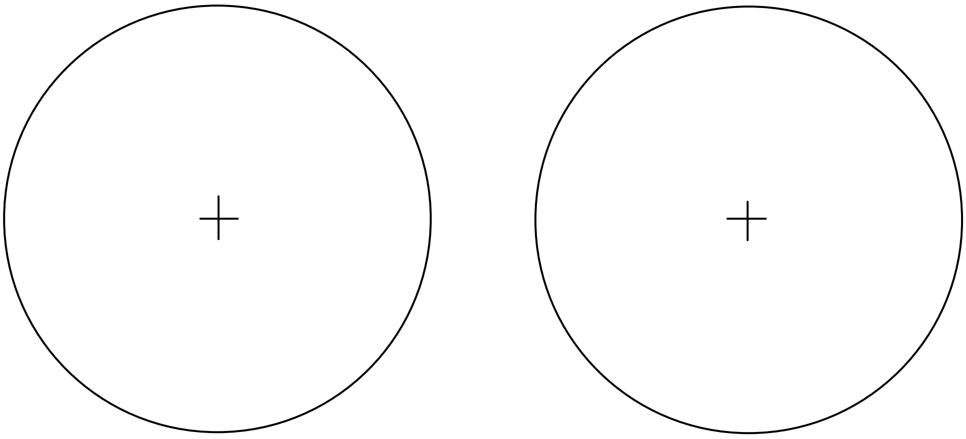
a) Zeichne einen Winkel $\alpha = 60°$ mit dem Scheitel S. Konstruiere einen Kreis, der beiden Schenkel berührt und dessen Mittelpunkt 5 cm von S entfernt ist.
b) Zeichne einen Winkel $\beta = 50°$ und eine beliebige Gerade g, die seine Schenkel schneidet. Konstruiere einen Kreis, dessen Mittelpunkt auf g liegt und der beide Schenkel von β berührt.
c) Zeichne einen Winkel $\gamma = 40°$ und eine beliebige Gerade g, die seine Schenkel schneidet. Konstruiere einen Kreis, der die Gerade g und beide Schenkel berührt.

Aufgabe 11
Zeichne ein beliebiges Dreieck. Konstruiere einen Kreis, der alle drei Seiten berührt.

Aufgabe 12
Übertrage den Winkel α mit Hilfe des Zirkels auf den neuen Schenkel g'. Verwende dabei die beiden Kreise K und k am Winkel α.

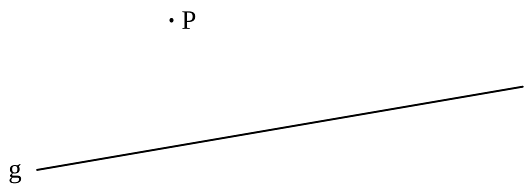


Aufgabe 13
Konstruiere mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges Sechseck und ein regelmäßiges Achteck in die beiden abgebildeten Kreise.



Aufgabe 14
Konstruiere die Parallele zur Geraden g durch den Punkt P mit Zirkel und Lineal durch Übertragung der Stufenwinkel nach der folgenden Anleitung:

1. Zeichne eine Gerade h durch P, die g in einem Punkt S schneidet.
2. Zeichne zwei Kreise mit gleichem Radius um P und S.
3. Stelle den Zirkel auf den Abstand der beiden Schnittpunkte des Kreises um S mit g und h ein.
4. Zeichne einen dritten Kreis mit dem eingestellten Radius um den Schnittpunkt des Kreises um P mit der Geraden h.
5. Der dritte Kreis schneidet den Kreis um P ein zweites Mal in einem Punkt T.
6. Zeichne die gesuchte Parallele durch die Punkte P und T.



Aufgabe 15
Zeichne zwei Geraden g und h, die sich außerhalb des Zeichenblattes in einem Punkt S schneiden. Wie lässt sich auf dem Zeichenblatt eine dritte Gerade finden, die ebenfalls durch S geht?

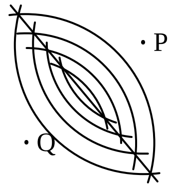
Aufgabe 16
Zeichne eine Gerade g und einen Kreis k, der keinen Punkt mit g gemeinsam hat. Konstruiere drei verschiedene Kreise, die sowohl k als auch g berühren.

Aufgabe 17
Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen 9,6 cm, 8,1 cm und 4,6 cm. Prüfe durch Konstruktion, ob sich gleichzeitig eine 1-Cent-Münze mit 16 mm Durchmesser, eine 5-Cent-Münze mit 21 mm Durchmesser und eine 2 Euro-Münze mit 25 mm Durchmesser in dem Dreieck unterbringen lassen.

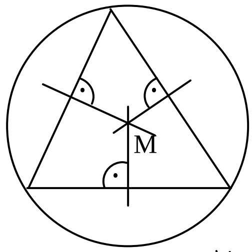
Aufgabe 18
Teile eine 11,8 cm lange Strecke geometrisch in sieben gleich große Abschnitte.

2.4. Lösungen zu den Aufgaben zu Ortslinien

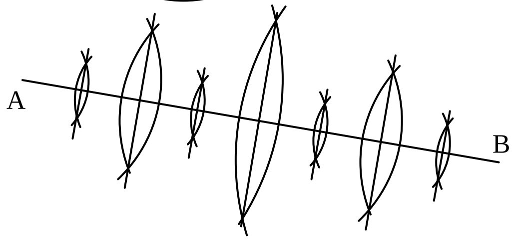
Aufgabe 1
Zieht man zwei Kreise mit gleichem Radius um P und Q, so liegen auf den Schnittpunkten dieser Kreiese jeweils Punkt mit dem gleichen Abstand zu P und Q. Die Menge aller solcher Schnittpunkte bildet eine Gerade, die **Mittelsenkrechte** zu P und Q



Aufgabe 2
Die Mittelsenkrechte schneiden sich alle in einem gemeinsamen Punkt, dem **Umkreismittelpunkt** M. Er hat von allen drei Ecken den gleichen Abstand: Zieht man einen Kreis um M durch eine der Ecken, so liegen auch die anderen Ecken auf dieses Kreis. Der Kreis ist der kleinste Kreis, der das ganze Dreieck enthält und wird **Umkreis** genannt



Aufgabe 3
Die Strecken werden dreimal hintereinander mit Hilfe von Mittelsenkrechten halbiert:



Aufgabe 4
a) Der Mittelpunkt des gesuchten Kreises ist der Schnittpunkt zweier Kreise um A und B mit dem Radius 4 cm.
b) Man bestimmt die Mitte M_{AB} von AB mit Hilfe der Mittelsenkrechten. Nun konstruiert man eine zweite Mittelsenkrechte zu den Punkte M und M_{AB}. Die Schnittpunkte dieser zweiten Mittelsenkrechten mit dem Kreis aus a) sind die gesuchten Punkte.

Aufgabe 5
Der Mittelpunkt des Kreises liegt auf dem Schnittpunkt der Mitteldenkrechten der Strecke PQ mit der Geraden g.

Aufgabe 6
a) Die gesuchten Punkte liegen in der Halbebene oberhalb von der Mittelsenkrechten m. $y = -\frac{1}{3}x + 5\frac{2}{3}$.
b) Nein, da der Abstand $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$ mehr als doppelt so groß wie 2 ist.

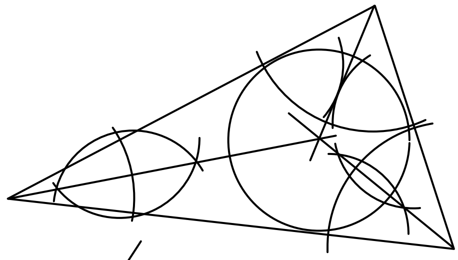
Aufgabe 7
Die Gerade $g(x) = \frac{1}{2}x + 1$ schneidet die Lotgerade $l(x) = -2x + 3$ im Lotfußpunkt $L(\frac{4}{5}|\frac{7}{5})$. Der gesuchte Abstand ist also $\overline{PL} = \frac{6}{5}\sqrt{5}$

Aufgabe 8
Die Gerade $g(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$ schneidet die Lotgerade $l(x) = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ im Lotfußpunkt $L(2|1)$. Der gesuchte Abstand ist also $\overline{PL} = 5$

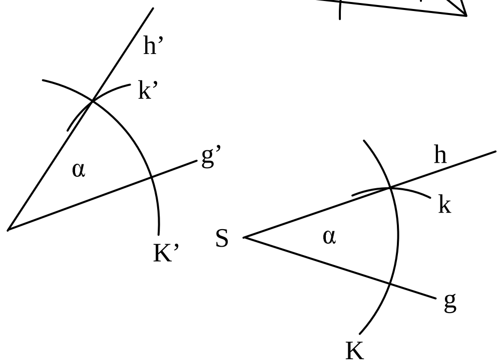
Aufgabe 9
a) Der Mittelpunkt des Kreises liegt auf dem Schnittpunkt der Lotgeraden zu g durch P und der Mittelsenkrechten der Strecke PQ.
b) Der Mittelpunkt des zweiten Kreises liegt auf dem Schnittpunkte der Zentralen durch P und der Mittelsenkrechten der Strecke PQ.

Aufgabe 10
a) Der Mittelpunkt liegt 5 cm vom Scheitel S entfernt auf der Winkelhalbierenden.
b) Der Mittelpunkt liegt auf dem Schnittpunkt der Winkelhalbierenden mit der Geraden g.
c) Die Gerade g bildet mit den beiden Schenkeln die Winkel α und β. Der Mittelpunkt liegt auf dem Schnittpunkt der Winkelhalbierenden von γ und α bzw. γ und β.

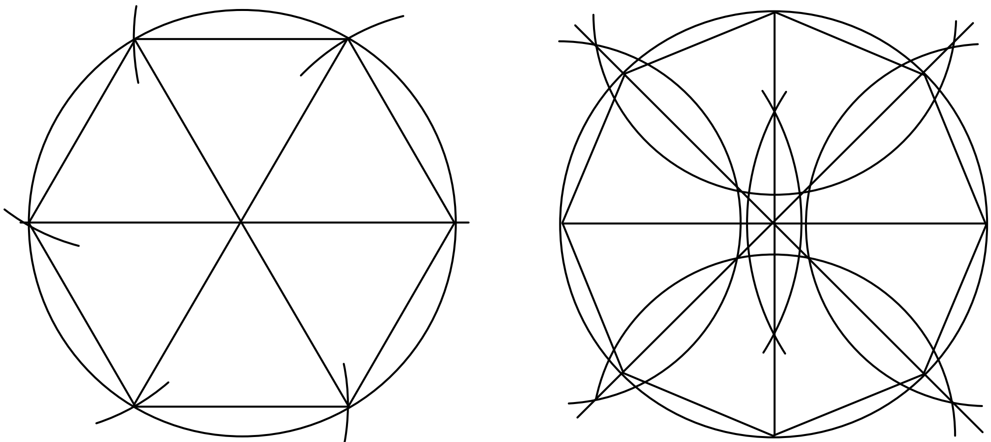
Aufgabe 11
Alle Winkelhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, der von allen drei Seiten den gleichen Abstand hat. Er ist der Mittelpunkt des **Inkreises**, der alle drei Seiten berührt und der größte Kreis ist, den man in das Dreieck zeichnen kann, vgl. Aufgabe 2 zum **Umkreis**.



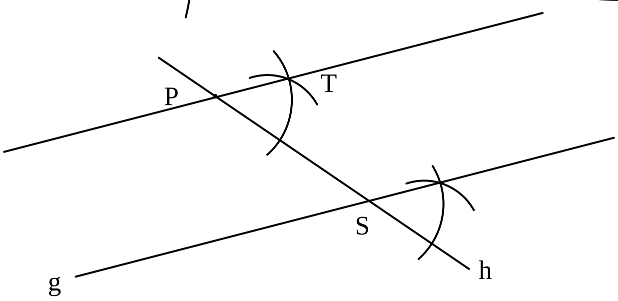
Aufgabe 12
1. Ziehe einen Kreis K um den Scheitel S.
2. Ziehe einen weiteren Kreis k um den Schnittpunkt von K mit dem ersten Schenkel g durch den Schnittpunkt mit dem zweiten Schenkel h.
3. Übertrage beide Kreise auf die neuen Schenkel g'.
4. Der gesuchte zweite Schenkel h' verläuft dann durch die Schnittpunkte der beiden neuen Kreise K' und k'.



Aufgabe 13
Sechseck: Da die Diagonalen eines regelmäßiges Sechseckes sechs gleichseitige Dreiecken mit gleichen Innenwinkeln (60°) bilden, genügt es, die Innenwinkel auf den äußeren Kreis zu übertragen: Zeichne zunächst eine Zentrale und dann zwei Kreise mit dem gleichen Radius wie der vorgegebene Kreis um die Schnittpunkte der Zentralen mit dem Kreis. Die vier Schnittpunkte der beiden neuen Kreise mit dem alten Kreis sind die vier übrigen Ecken des Sechsecks.
Achteck: Die Diagonalen eines regelmäßigen Achteckes erhält man durch zweimaliges Halbieren des Winkels 180°: Man konstruiert zunächst die Zentrale, dann die Mittelsenkrechte und zum Schluss die Winkelhalbierenden zwischen Zentrale und Mittelsenkrechte.



Aufgabe 14



Aufgabe 15
Konstruiere je zwei Parallelen zu g und h mit verschiedenen Abständen. Die gesuchte Gerade, die sogar die Winkelhalbierende ist, geht durch die Schnittpunkt der Parallelen mit jeweils gleichen Abständen zu g und h.
Aufgabe 16
Der Kreis habe den Mittelpunkt M und den Radius r. Der Mittelpunkt eines gesuchten Kreises liegt auf dem Schnittpunkt der Parallelen im Abstand d zu g und des Kreises mit Radius r + d um M.
Aufgabe 17
Zeichne die Parallelen im Abstand 8 mm, 10,5 mm und 12,5 mm zu den Seiten. Die Mittelpunkte der Münzen müssen auf den Schnittpunkten von je zwei Parallelen gleichen Abstands liegen, um nicht über das Dreieck hinauszuragen. Drei solcher Schnittpunkte müssen außerdem ein Dreieck mit Seitenlängen von mindestens 8 + 10,5 = 18,5 mm, 10,5 + 12,5 = 23 mm und 12,5 + 8 = 20,5 mm bilden, damit die Münzen sich nicht gegenseitig überschneiden.
Aufgabe 18: siehe Skript