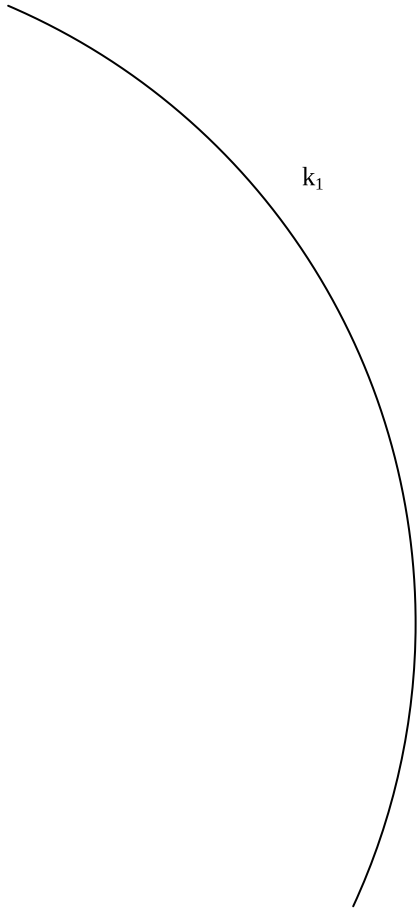
2.5. Aufgaben zu Dreieckskonstruktionen

Aufgabe 1

Zeichne das Dreieck ABC mit A(−1|2), B(5|0) und C(3|6) und konstruiere seinen Umkreis. Gib den Radius und den Mittelpunkt des Umkreises an.

Aufgabe 2
Konstruiere den Mittelpunkt des rechts abgebildeten Kreisausschnittes k_1.



Aufgabe 3
Konstruiere einen Kreis k_2 durch die unten eingezeichneten Punkte A, B und C.

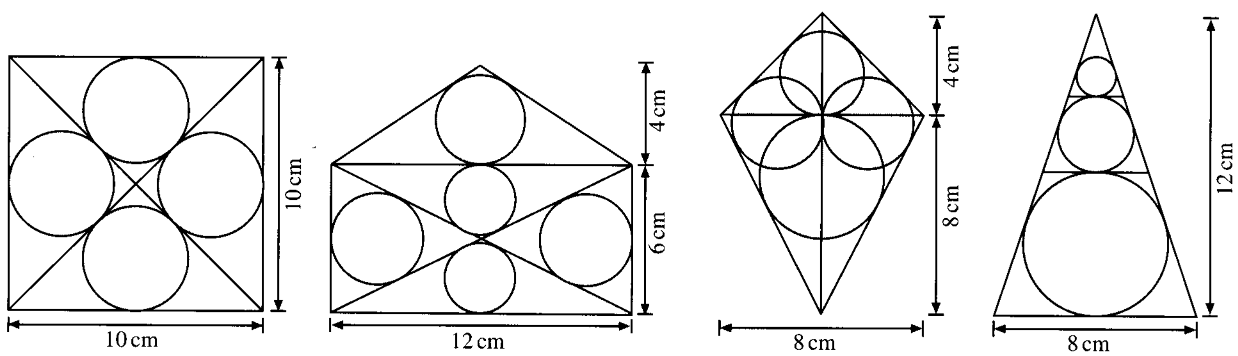
Aufgabe 4

a) Zeichne das Dreieck ABC mit A(−3|0), B(6|−3) und C(3|4) und konstruiere seinen Inkreis. Gib den Radius und den Mittelpunkt des Inkreises an.

b) Konstruiere den fehlenden Punkt C eines Dreiecks ABC mit den Eckpunkte A(2|19 und B(9|3) sowie dem Inkreismittelpunkt I(6|4)

c) Konstruiere das Dreieck, dessen Inkreis die Seiten in den Punkte D(5|0), E(4|6) und F(0|4) berührt.

Aufgabe 5
Konstruiere die folgenden Figuren ins Heft:



Aufgabe 6

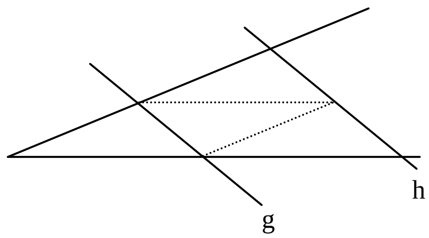
a) Zeichne drei Geraden, die keinen Punkt besitzen, der von allen drei Geraden den gleichen Abstand hat.

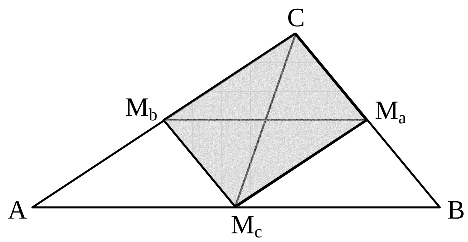
b) Zeichne zwei parallele Geraden g und h sowie eine dritte Gerade k, die g und h schneidet. Konstruiere alle Punkte, die von allen drei Geraden den gleichen Abstand haben. Wie viele sind es?

Aufgabe 7
Bestimme die Koordinaten der fehlenden Punkte mit Hilfe der Gitterlinien im Koordinatensystem. Hinweis zu h): Der Schwerpunkt des Dreiecks ABC ist gleichzeitig der Schwerpunkt des Dreiecks $M_aM_bM_c$.

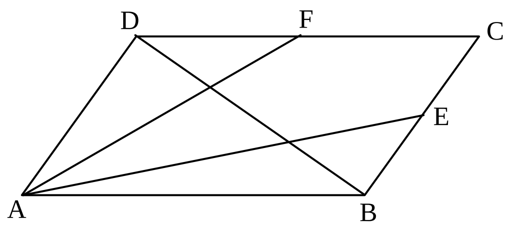
	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
A	$A(1\vert 1)$	$A(1\vert 2)$	$A(0\vert 2)$		$A(2\vert 1)$			
B	$B(5\vert 0)$	$B(8\vert 3)$						
C	$C(3\vert 5)$			$C(5\vert 6)$		$C(3\vert 6)$		
M_a		$M_a(7\vert 5)$		$M_a(7\vert 2)$		$M_a(6\vert 4)$	$M_a(6\vert 2{,}5)$	$M_a(5{,}5\vert 2{,}5)$
M_b			$M_b(2\vert 3)$				$M_b(3\vert 3)$	$M_b(3{,}5\vert 3)$
M_c			$M_c(4\vert 1)$	$M_c(5\vert 0)$	$M_c(4\vert 2)$			$M_c(3\vert 0{,}5)$
S					$S(3\vert 3{,}5)$	$S(4\vert 3)$	$S(5\vert 2)$	

Aufgabe 8
Der Satz über die Streckenteilung durch parallele Geraden lautet: Die beiden Geraden g und h sind genau dann parallel, wenn sie die beiden Schenkel des Winkels in gleich lange Abschnitte unterteilen (Abbildung links). Wende das Prinzip der Streckenteilung durch Parallelen an, um zu zeigen, dass der Schwerpunkt des gr0ßen Dreiecks ABC ist gleichzeitig der Schwerpunkt des kleinen Dreiecks $M_aM_bM_c$ ist. (Abbildung rechts)

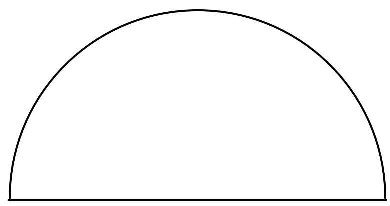




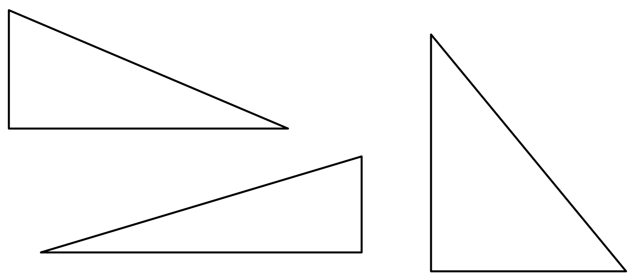
Aufgabe 9
Beweise mit Hilfe des Satzes vom Schwerpunkt, dass die Seitenhalbierenden AE und AF des Parallelogramms ABCD die Diagonale BD in drei gleich lange Abschnitte teilt



Aufgabe 10
Wähle auf dem rechts abgebildeten Halbkreis vier beliebige Punkte und verbinde sie jeweils mit den beiden Enden des Durchmessers. Bestimme die Innenwinkel der vier Dreiecke. Was stellst Du fest? Formuliere eine allgemeine Regel.



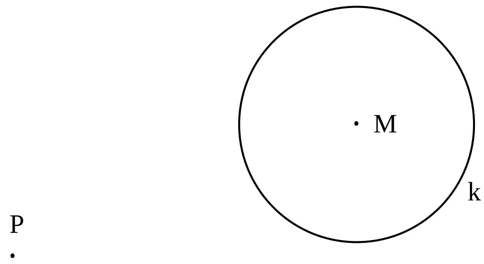
Aufgabe 11
Vergleiche die Längen der Seitenhalbierenden CM_c und der Hypotenuse AB bei den rechts abgebildeten rechtwinkligen Dreiecken. Was stellst Du fest? Formuliere eine allgemeine Regel.



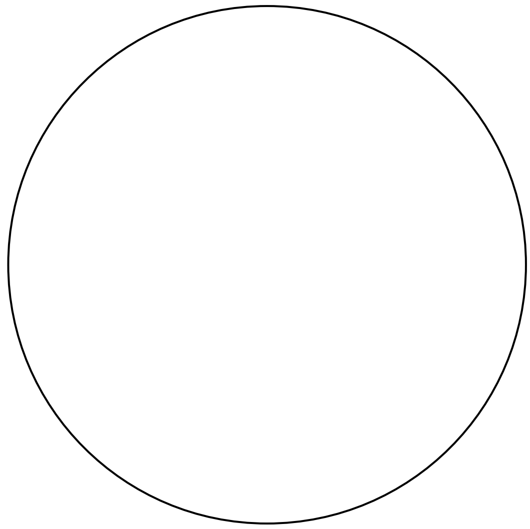
Aufgabe 12
Konstruiere ein Dreieck ABC nach den folgenden Angaben und beschreibe die Konstruktion

a) $c = 6$ cm, $\gamma = 90°$ und $h_c = 2$ cm
b) $a = 5$ cm, $\alpha = 90°$ und $h_a = 1{,}5$ cm
c) $b = 7{,}8$ cm, $\beta = 90°$ und $h_b = 3{,}2$ cm

Aufgabe 13
Konstruiere die Tangenten durch den Punkt P am Kreis k mit Mittelpunkt M mit Hilfe des Thaleskreises:



Aufgabe 14
Konstruiere den Mittelpunkt des rechts abgebildeten Kreises mit Hilfe des rechten Winkels am Geodreieck.



Aufgabe 15
Konstruiere ein 5 cm langes Rechteck mit einer 6 cm langen Diagonalen

a) mit
b) ohne

Thaleskreis.

2.5. Lösungen zu den Aufgaben zu Dreieckskonstruktionen

Aufgabe 1

Die Mittelsenkrechten s_a: $y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$ durch $M_a(4|3)$, s_b: $y = -x + 5$ durch $M_b(2|4)$ und s_c: $y = 3x - 5$ durch $M_c(2|1)$ schneiden sich in $S(\frac{5}{2}|\frac{5}{2})$ mit Umkreisradius $r = \sqrt{2}\cdot\frac{5}{2}$. (Zeichnung siehe Anhang)

Aufgabe 2

Wähle drei beliebige Punkte A, B und C auf k_1 und konstruiere die Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC. Ihr Schnittpunkt ist der gesuchte Mittelpunkt des Umkreises k_1. (Zeichnung siehe Anhang)

Aufgabe 3

Konstruiere die Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC. Ihr Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des gesuchten Umkreises k_2. (Zeichnung siehe Anhang)

Aufgabe 4 (Zeichnungen siehe Anhang)

a) Der Inkreis hat den Mittelpunkt M(2,01|0,67) und den Radius r = 2,22.
b) Bestimme zunächst die Entfernung r = 1,79 des Inkreismittelpunktes I zur Dreiecksseite AB. Zeichne dann des Inkreis k um I mir Radius r. Die Tangenten durch A und B an k schneiden sich im gesuchten Eckpunkt C(5,87;7,15)
c) Konstruiere zunächst den **Umkreis k** des Dreiecks DEF. Er hat den Mittelpunkt M(3,12|2,77). Konstruiere dann die **Tangenten** an k in den Punkten D, E und F. Die Tangenten schneiden sich in den Eckpunkte A(4|−6,13), B(11|4,08) und C(1,10|6,79) des gesuchten Dreiecks. Der Kreis k ist der **Umkreis** des Dreiecks ABC und der **Inkreis** des Dreiecks DEF

Aufgabe 5

Es handelt sich ausnahmslos um Inkreise, wobei sich der Aufwand durch Ausnutzung der Symmetrie wesentlich verringern lässt. In der Figur ganz rechts müssen die Inkreise von **unten nach oben** konstruiert werden!

Aufgabe 6

a) Es genügen drei beliebige parallele Geraden.
b) Es gibt nur einen Punkt und zwar den Schnittpunkt der beiden Winkelhalbierenden von g und k bzw. h und k.

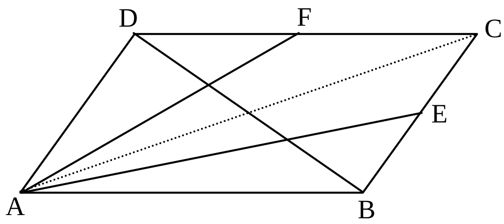
Aufgabe 7

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
A	A(1|1)	A(1|2)	A(0|2)	**A(1|2)**	A(2|1)	**A(0|1)**	**A(3|1)**	**A(1|1)**
B	B(5|0)	B(8|3)	**B(8|0)**	**B(9|−2)**	**B(6|3)**	**B(9|2)**	**B(9|0)**	**B(5|0)**
C	C(3|5)	**C(6|7)**	**C(4|4)**	C(5|6)	**C(1|6,5)**	C(3|6)	**C(3|5)**	**C(6|5)**
M_a	**M_a(4|2,5)**	M_a(7|5)	**M_a(6|2)**	M_a(7|2)	**M_a(3,5|4,75)**	M_a(6|4)	M_a(6|2,5)	M_a(5,5|2,5)
M_b	**M_b(2|3)**	**M_b(3,5|4,5)**	M_b(2|3)	**M_b(7|2)**	**M_b(1,5|3,75)**	**M_b(1,5|3,5)**	M_b(3|3)	M_b(3,5|3)
M_c	**M_c(3|0,5)**	**M_c(4,5|2,5)**	M_c(4|1)	M_c(5|0)	M_c(4|2)	**M_c(4,5|1,5)**	**M_c(6|0,5)**	M_c(3|0,5)
S	**S(3|2)**	**S(5|4)**	**S(4|3)**	**S(5|2)**	S(3|3,5)	S(4|3)	S(5|2)	**S(4|2)**

Aufgabe 8

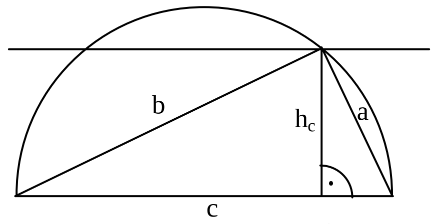
Die Strecken M_aM_b und AB sind parallel, weil sie die beiden Schenkel CA und CB im gleich lang Abschnitte teilen. Die Seitenhalbierende CM_c der großen Dreiecks ABC ist dann auch Seitenhalbierende des kleinen Dreiecks ist dann auch Seitenhalbierende des kleinen Dreiecks $M_aM_bM_c$, weil sich die Diagonalen im Parallelogramm $M_aM_bM_cC$ gegenseitig halbieren. Da die beiden Dreiecke die gleichen Seitenhalbierenden haben, haben sie auch den gleichen Schwerpunkt.

Aufgabe 9
Durch Einzeichnen der fehlenden Diagonale BD sieht man, dass die zwei Hälften der Diagonale BD als Seitenhalbierende der Dreiecke ABC und ACD betrachtet werden können. Sie werden durch die Schnittpunkte mit den anderen Seitenhalbierenden AE und AF im Verhältnis 2 : 1 bzw. 1 : 2 geteilt. Die gesuchten Abstände haben also das Verhältnis 2 : (1 + 1) : 2 = 2 : 2 : 2, d.h. sie sind gleich lang.

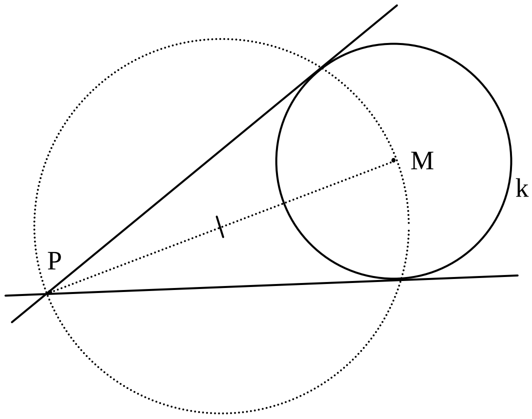


Aufgaben 10 und 11
siehe Skript

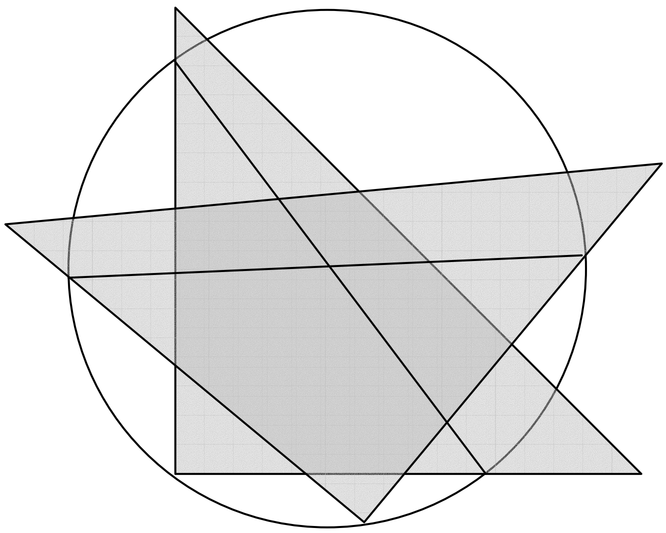
Aufgabe 12
Man zeichnet den Thaleskreis und dann eine Parallele im Abstand h zum Durchmesser. Die fehlende Ecke des Dreiecks ist der Schnittpunkt des Thaleskreises mit der Parallele:
a = 2,14 cm, b = 5,61 cm, α = 20,9° und β = 69,1 °
a = 1,59 cm, c = 4,74 cm, β = 18,5 ° und γ = 71,5 °
a = 6,88 cm, c = 3,54 cm, α = 63,1° und γ = 26,9°



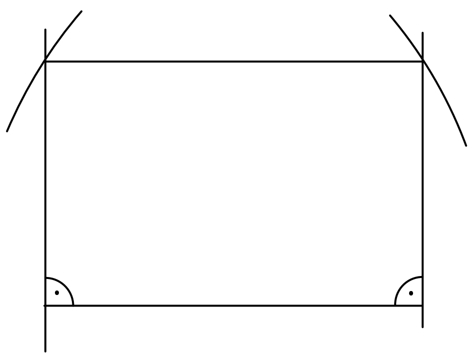
Aufgabe 13
Da der Abstand des Mittelpunktes zu den gesuchten Tangenten gleich dem Radius des Kreises ist, stehen die Tangentem senkrecht auf den Berührradien. Die gesuchten Berührpunkte sind also die Schnittpunkte des Thaleskreises mit dem Durchmesser PM und des Kreises k.

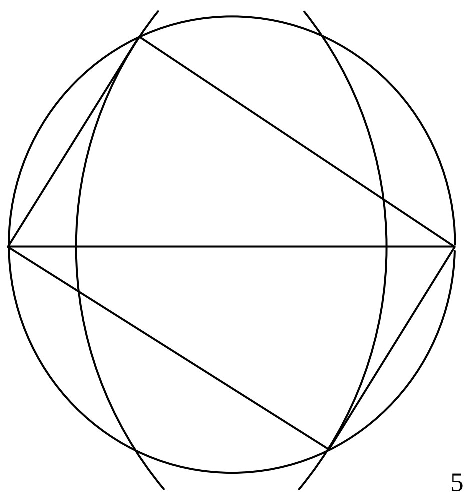


Aufgabe 14
Man legt das Geodreieck so, dass seine Spitze den Kreis berührt und markiert dann die Schnittpunkte der beiden Schenkel des Geodreiecks mit dem Kreis. Nach der Umkehrung des Thalessatzes ist die Hypotenuse dieses rechtwinkligen Dreieckes ein Durchmesser des Thaleskreises. Der gesuchte Mittelpunkt ist der Schnittpunkt zweier solcher Durchmesser.



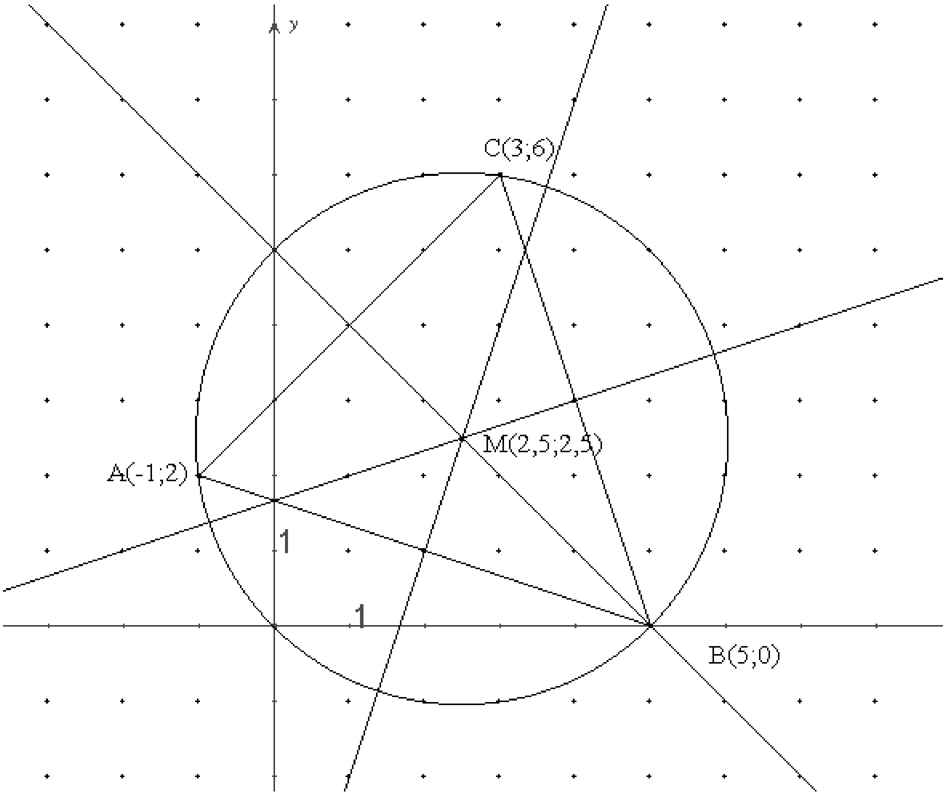
Aufgabe 15
a) Zeichne einen Thaleskreis mit Durchmesser 6 cm und zwei weitere Kreises mit Radius 5 cm um die beiden Endpunkte des Durchmessers. Die beiden anderen Eckpunkte des Rechteckes sind dann die Schnittpunkte der beiden Kreise mit dem Thaleskreis.
b) Zeichne eine 5 cm lange Strecke. Zeichne dann durch beide Endpunkte der Strecke jeweils eine Senkrechte und einen Kreis mit Radius 6 cm. Die gesuchten anderen beiden Eckpunkte sind die Schnittpunkte der Senkrechten mit dem jeweils gegenüberliegenden Kreis.





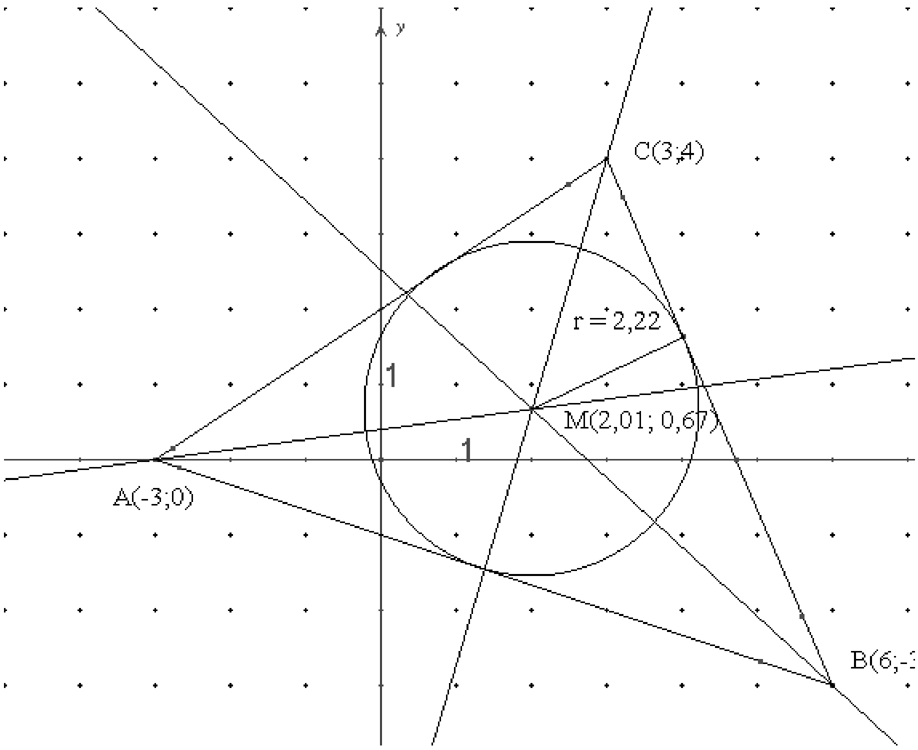
0.5. Anhang: Zeichnungen zu den Lösungen der Aufgaben zu Dreieckskonstruktionen

Aufgabe 1

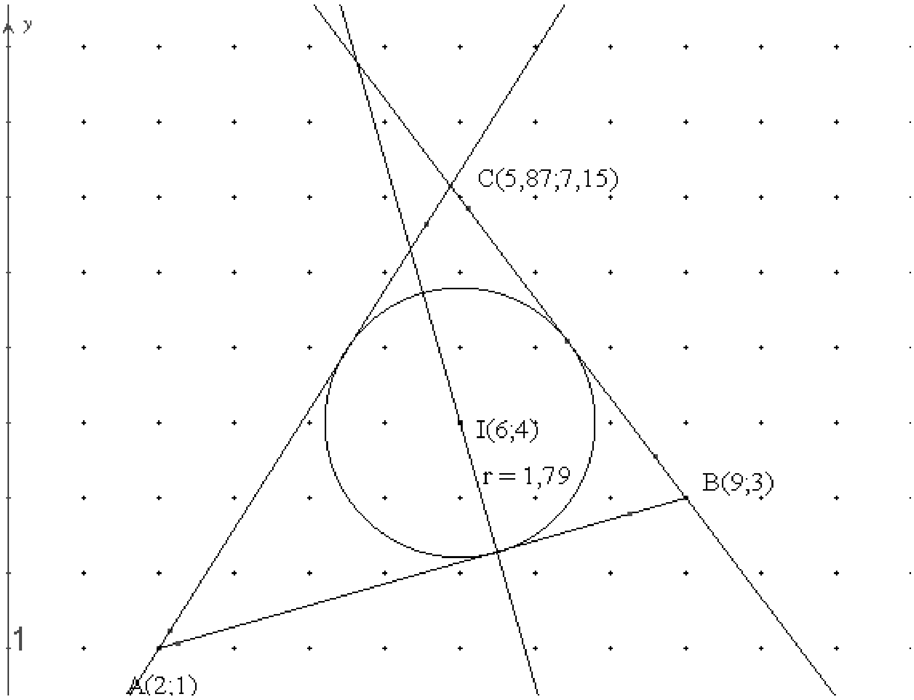


Aufgaben 2 und 3 : siehe folgenden Seite

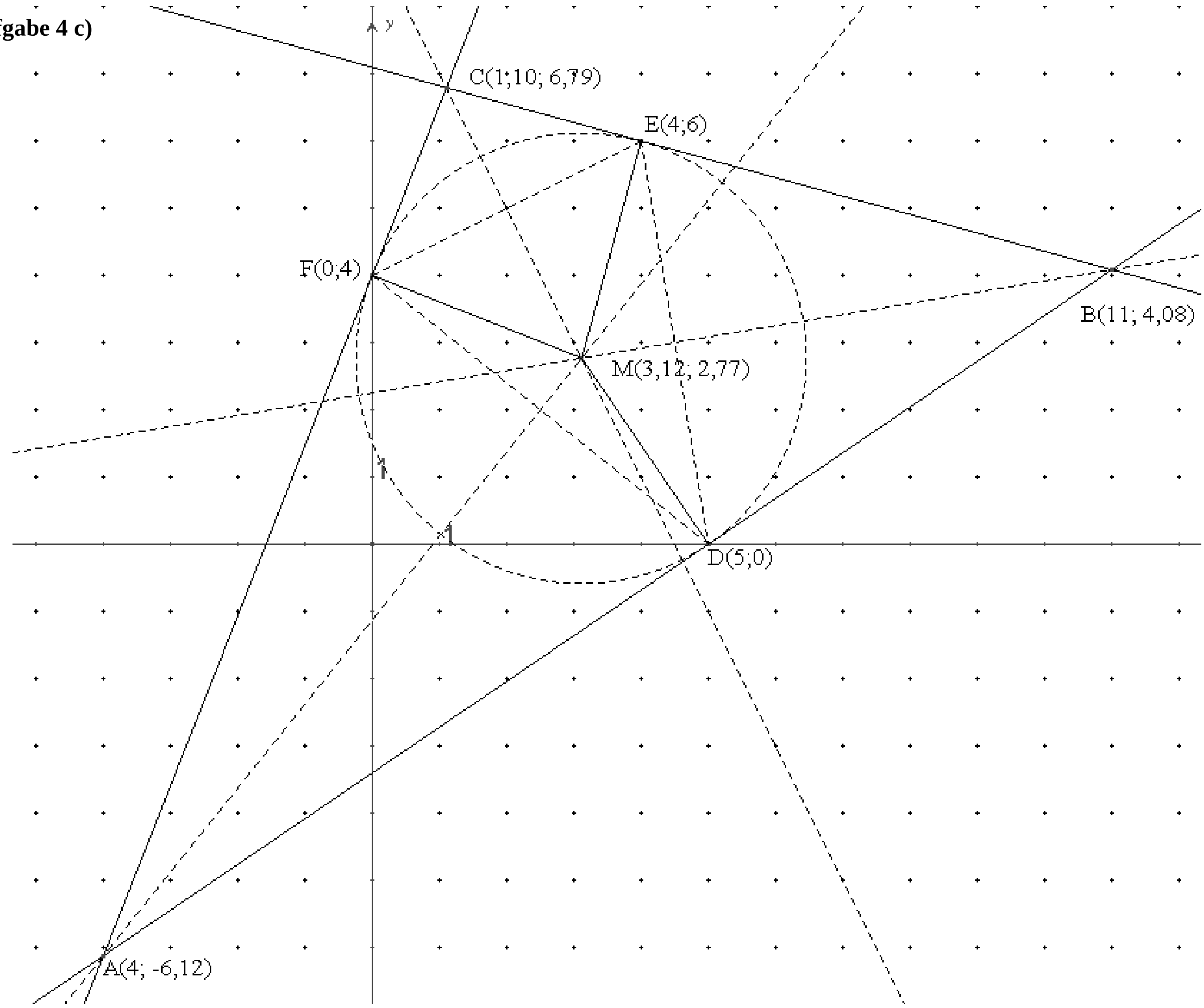
Aufgabe 4 a)



Aufgabe 4 b)



Aufgabe 4 c)



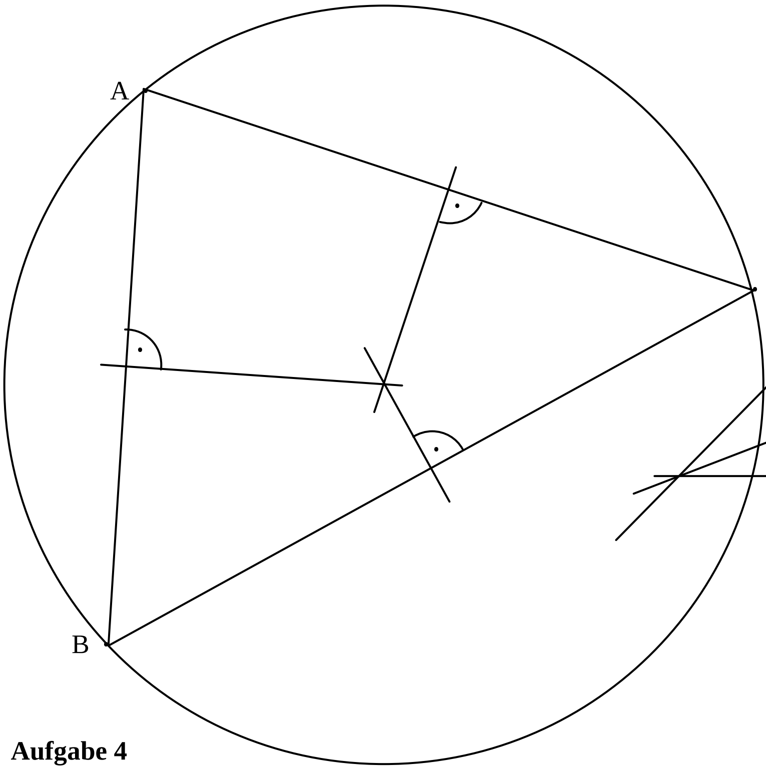
5. Aufgaben zu Dreieckskonstruktionen

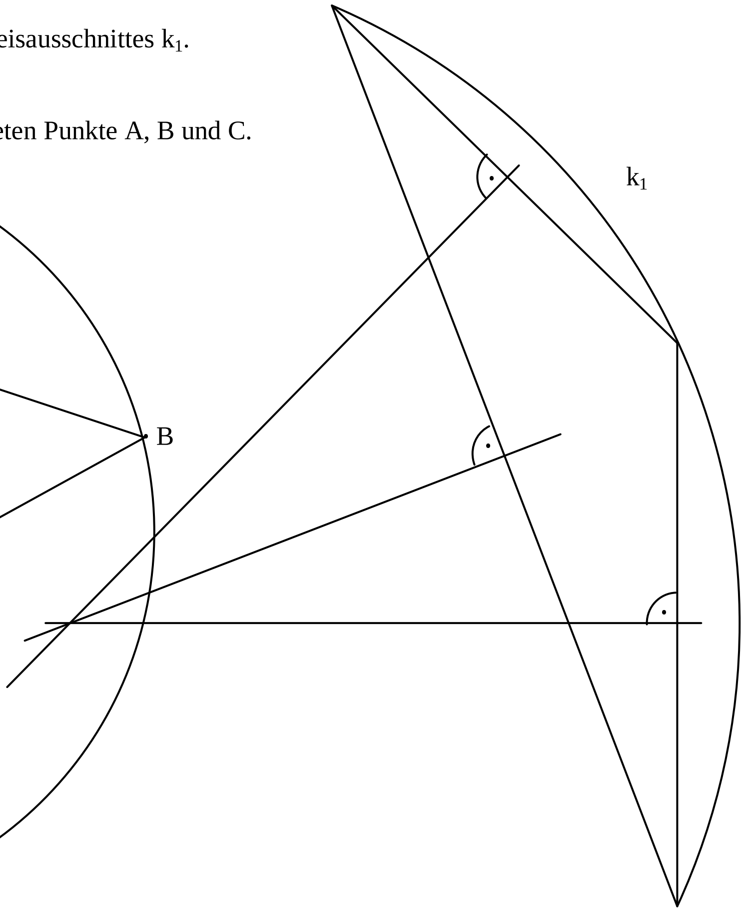
Aufgabe 1

Zeichne das Dreieck ABC mit A(−1|2), B(5|0) und C(3|6) und konstruiere seinen Umkreis. Gib den Radius und den Mittelpunkt des Umkreises an.

Aufgabe 2
Konstruiere den Mittelpunkt des rechts abgebildeten Kreisausschnittes k_1.

Aufgabe 3
Konstruiere einen Kreis k_2 durch die unten eingezeichneten Punkte A, B und C.





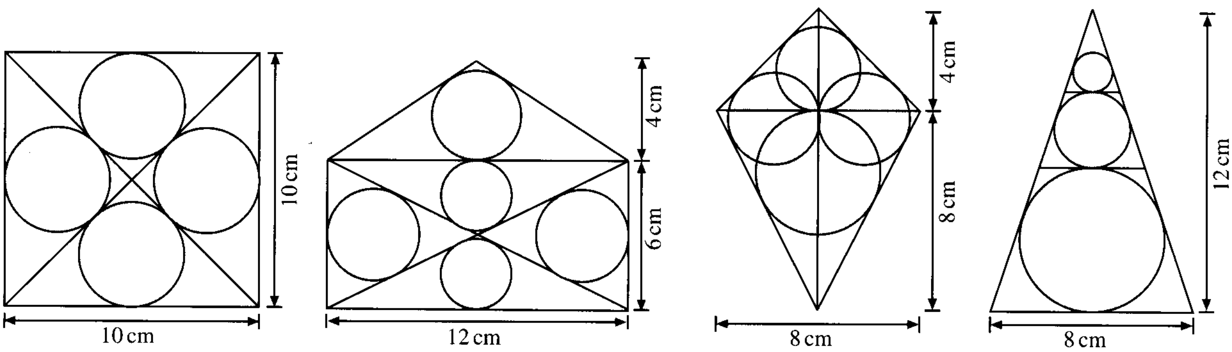
Aufgabe 4

d) Zeichne das Dreieck ABC mit A(−3|0), B(6|−3) und C(3|4) und konstruiere seinen Inkreis. Gib den Radius und den Mittelpunkt des Inkreises an.

e) Konstruiere den fehlenden Punkt C eines Dreiecks ABC mit den Eckpunkte A(2|19 und B(9|3) sowie dem Inkreismittelpunkt I(6|4)

f) Konstruiere das Dreieck, dessen Inkreis die Seiten in den Punkte D(5|0), E(4|6) und F(0|4) berührt.

Aufgabe 5
Konstruiere die folgenden Figuren ins Heft:



Aufgabe 6

c) Zeichne drei Geraden, die keinen Punkt besitzen, der von allen drei Geraden den gleichen Abstand hat.

d) Zeichne zwei parallele Geraden g und h sowie eine dritte Gerade k, die g und h schneidet. Konstruiere alle Punkte, die von allen drei Geraden den gleichen Abstand haben. Wie viele sind es?