

2.6. Aufgaben zu Kongruenzabbildungen

Aufgabe 1

Gegeben sind die Dreiecke ABC mit A(0|1), B(1|0) und C(3|0) sowie A'B'C' mit A'(2|2), B'(3|1) und C'(5|1). Beschreibe die Abbildung, die das Dreieck ABC auf das Dreieck A'B'C' abbildet. Formuliere eine Regel, mit der sich die Koordinaten der Bildpunkte ohne Zeichnung aus den Koordinaten der Originalpunkte berechnen lassen.

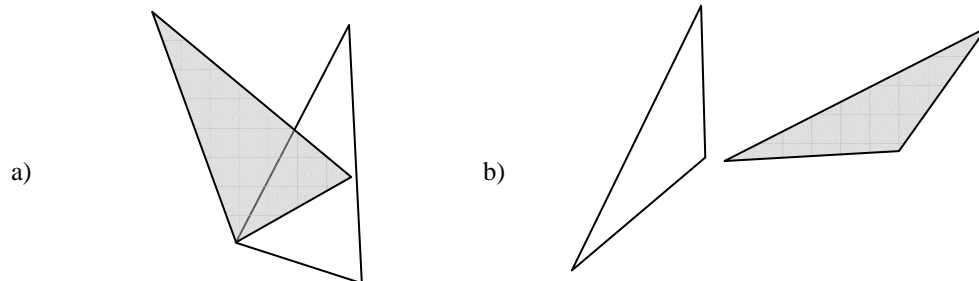
Aufgabe 2

Verschiebe den Punkt A(2|-2) in der angegebenen Reihenfolge und zeichne alle Bildpunkte in ein gemeinsames Koordinatensystem. Bilde die Summe aller Verschiebungen jeweils in x-Richtung und in y-Richtung und erkläre das Ergebnis anhand der Zeichnung.

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1,5 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1,5 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} -1,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1,5 \end{pmatrix}, \vec{v}_6 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1,5 \end{pmatrix}, \vec{v}_7 = \begin{pmatrix} -1,5 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{v}_8 = \begin{pmatrix} 1,5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Beschreibe mit Hilfe eines Punktes und eines Winkels die Abbildung, die das weiße Dreieck auf das graue Dreieck abbildet. Wie lassen sich der Punkt und der Winkel zeichnerisch bestimmen?

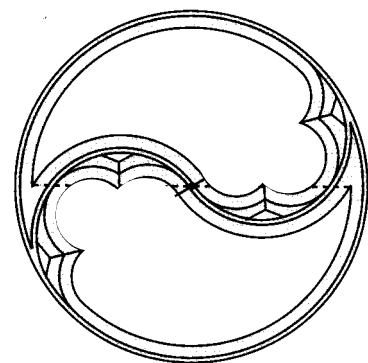
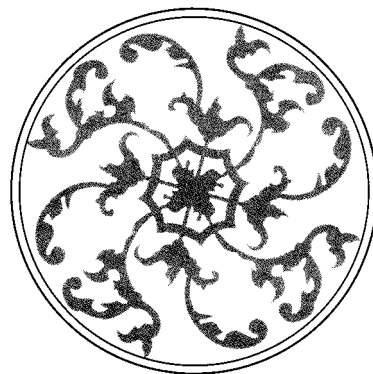


Aufgabe 4

Gegeben sind die Punkte A(3|5), B(3|-1), C(4|1) und Z(3|-5). Drehe das Dreieck ABC erst an Z um $+36,9^\circ$ und dann am Bildpunkt A' um $-36,9^\circ$. Durch welche Abbildung gelangt man direkt von ABC zu A''B''C''?

Aufgabe 5

Beschreibe die Symmetrie der folgenden Figuren mit Hilfe eines geeigneten Dreh- oder Spiegelpunktes.



Aufgabe 6

Gegeben sind die Punkte A(2|1), B(4|2), C(3|5), A'(0|1), B'(-2|0), C'(-1|-3) und Z(1|1). Verbinde jeweils Original und Bildpunkt durch eine Strecke. Beschreibe, wie das Dreieck A'B'C' aus ABC hervorgegangen ist.

Aufgabe 7

Gegeben sind die Punkte A(-1|-1), B(0|2), C(3|3), D(4|0) und Z(0|1). Spiegele das Viereck ABCD an Z.

Aufgabe 8

Welche Buchstaben des Alphabets sind punktsymmetrisch?

Aufgabe 9

Beschreibe die Symmetrie der linken drei Figuren mit Hilfe einer geeigneten Geraden. Vervollständige entsprechend die rechte Figur.



Aufgabe 10

Spiegele das Dreieck ABC mit $A(3|0)$, $B(5|1,5)$ und $C(3,5|3,5)$ zuerst an der Geraden $g: y = 2x - 1$, dann an der Geraden $h: y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ und zum Schluss wieder an g .

Aufgabe 11

Gegeben sind die Punkte $A(-5|-2)$, $B(-3|1)$ und $C(-5|0)$.

a) Verschiebe das Dreieck ABC zunächst um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$. Drehe dann das Dreieck ABC um -90° am Punkt $P(1|0)$. Spiegele dann das Bild $A'B'C'$ an der Geraden $g: y = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$.

b) Verschiebe das Dreieck ABC zunächst um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Drehe dann das Bild $A'B'C'$ um $+90^\circ$ am Punkt $Q(-1|2)$. Spiegele zum Schluss das Bild $A''B''C''$ an der Geraden $h: y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{4}$.

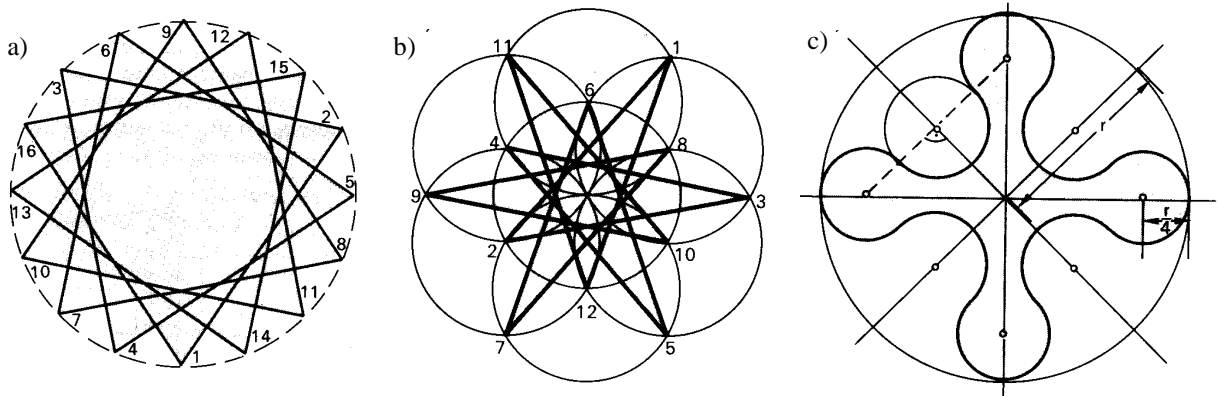
Aufgabe 12

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(1|3)$, $B(5|2)$ und $C(3|3)$.

- Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden $y = 2$.
- Spiegele die beiden Dreiecke aus a) an der Geraden $x = 1$.
- Drehe die vier Dreiecke aus a) und b) um 90° am Punkt $P(1|2)$.
- Wie viele Symmetrieachsen hat die nun entstandene Figur?

Aufgabe 13

Übertrage die unten abgebildeten Figuren in geeignetem Maßstab ins Heft und beschreibe ihre Symmetrieeigenschaften:

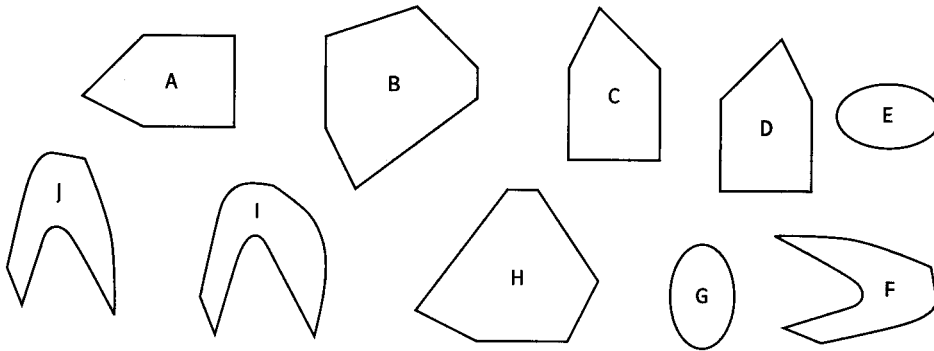


Aufgabe 14

Beschreibe zwei Abbildungen, mit denen man das Dreieck $A(-4|-1,5)$ $B(1|-3)$ $C(-0,5|-1,5)$ in das Dreieck $A''(-2|5)$ $B''(-0,5|5)$ $C''(-2|1,5)$ überführen kann.

Aufgabe 15

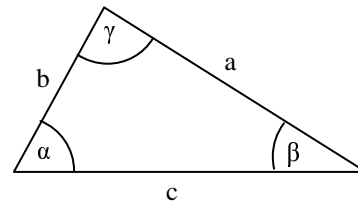
Welche der folgenden Figuren sind zueinander kongruent?



Aufgabe 16

Ergänze die fehlenden Maße durch Konstruktion eines passenden Dreiecks. In welchen Fällen gibt es auch andere Lösungen?

	a	b	c	α	β	γ
1.	6 cm	4 cm	6,6 cm			
2.	6 cm	4 cm		$^{\circ}$		80°
3.	6 cm	4 cm		$53,4^{\circ}$		
4.	6 cm	4 cm			$36,6^{\circ}$	
5.			6,6 cm	$53,4^{\circ}$	$36,6^{\circ}$	
6.	6 cm		6,6 cm		36,6	
7.	6 cm		6,6 cm	$53,4^{\circ}$		
8.				$53,4^{\circ}$	36,6	80°



Aufgabe 17

Zeichne die folgenden Figuren und bestimme die fehlenden Größen:

- In einem rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse 10 cm lang und ein anliegender Winkel 60° groß
- In einem rechtwinkligen Dreieck ist eine Kathete 4 cm lang und der anliegende Winkel $36,9^{\circ}$ groß
- in einem Parallelogramm sind zwei benachbarte Seiten 3 und 4 cm lang und der dazwischen liegende Winkel 45° groß.
- In einer Raute ist eine Seite 4 cm lang und ein Winkel 60° groß.
- In einem Drachen ist die längere Diagonale 7 cm lang und die beiden gegenüberliegenden Winkel 90° und $73,8^{\circ}$ groß.
- In einem regelmäßigen Fünfeck sind drei Winkel 90° groß. Die von zwei rechten Winkeln eingeschlossene Seite ist 4 cm lang und die benachbarte Seite ist 3 cm lang.

2.6. Lösungen zu den Aufgaben zu Kongruenzabbildungen

Aufgabe 1

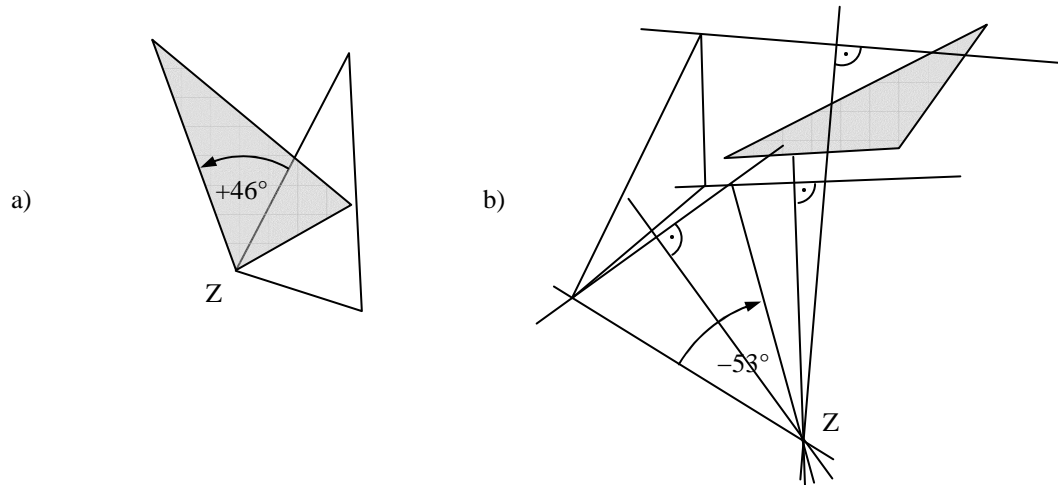
$A'B'C'$ entsteht aus ABC durch Verschiebung um 1 Einheit in x -Richtung und 2 Einheiten in y -Richtung. Die Koordinaten der Bildpunkte erhält man, indem man zu den Koordinaten der Originalpunkte die Verschiebungsstrecken hinzuaddiert.

Aufgabe 2

Die Punkte beschreiben einen vierstrahligen Stern. Zum Schluss trifft man wieder auf den Ausgangspunkt, da die Summe der Verschiebungen sowohl in x -Richtung als auch in y -Richtung null ist.

Aufgabe 3

Es handelt sich um Drehungen am Zentrum Z um den Winkel $+46^\circ$ gegen den Uhrzeigersinn und -53° im Uhrzeigersinn. In b) erhält man das Drehzentrum als Schnittpunkt der **Mittelsenkrechten** von Original- und Bildpunkt:



Aufgabe 4

$A' = A''(-3|3)$, $B' = B''(-3|-3)$ und $C' = C''(-2|-1)$ erhält man auch direkt durch die Verschiebung um $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

Die Figuren sind punktsymmetrisch zum Mittelpunkt Z . Spiegelt man sie an Z oder dreht man sie um 180° an Z , so erhält man wieder das gleiche Bild.

Aufgabe 6

$A'B'C'$ entsteht aus ABC durch Drehung an $Z(1|1)$ um 180° bzw. Punktspiegelung an Z .

Aufgabe 7

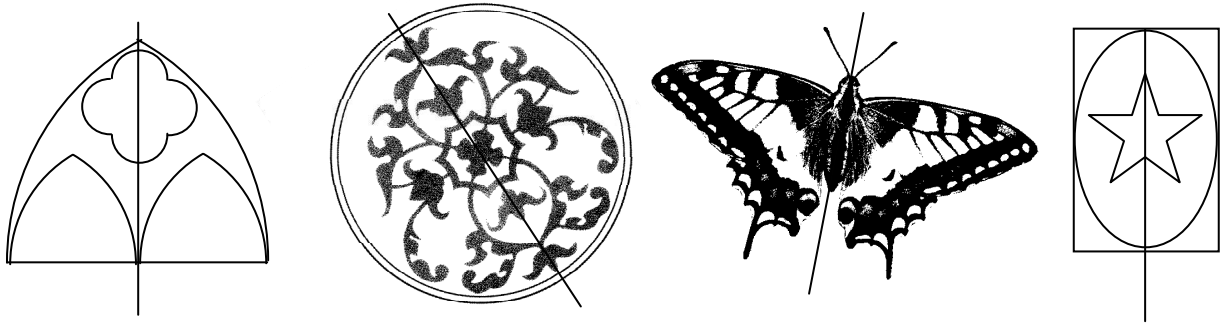
$A'(1|3)$, $B'(0|0)$, $C'(-3|-1)$ und $D'(-4|2)$

Aufgabe 8

H, I, O, S, X, Z

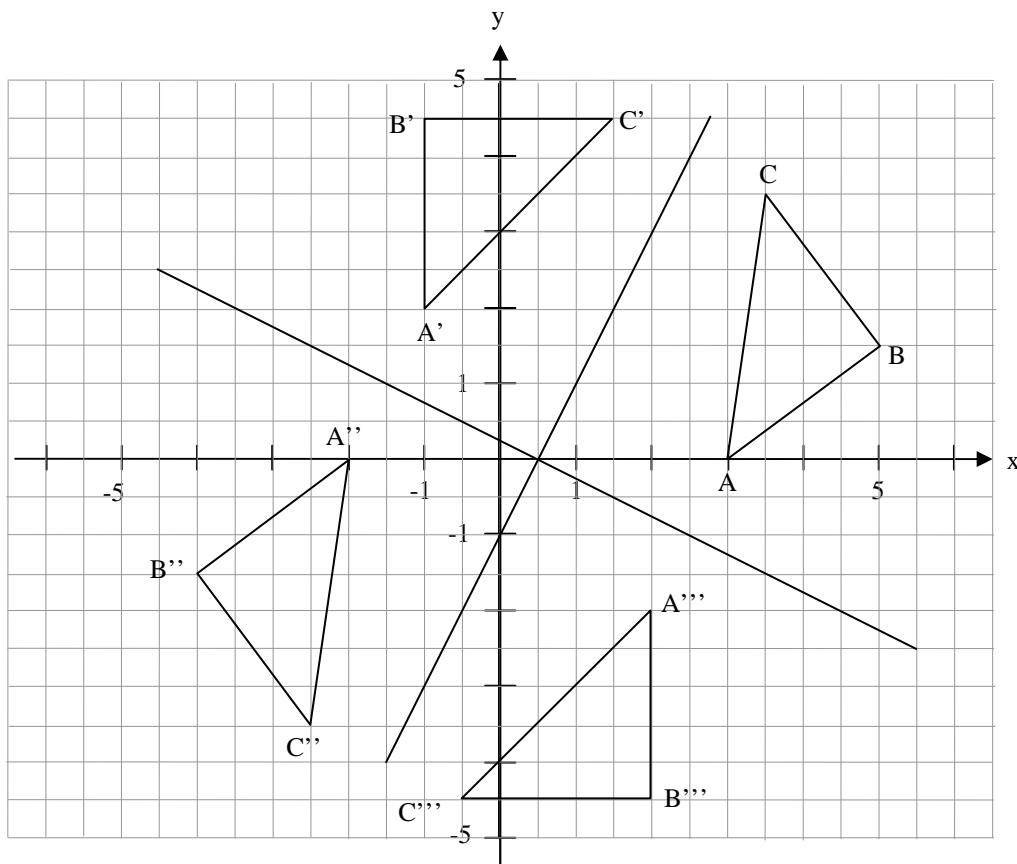
Aufgabe 9

Die Figuren sind achsensymmetrisch zur Geraden g: Bei der Spiegelung an dieser Geraden wird es auf sich selbst abgebildet.



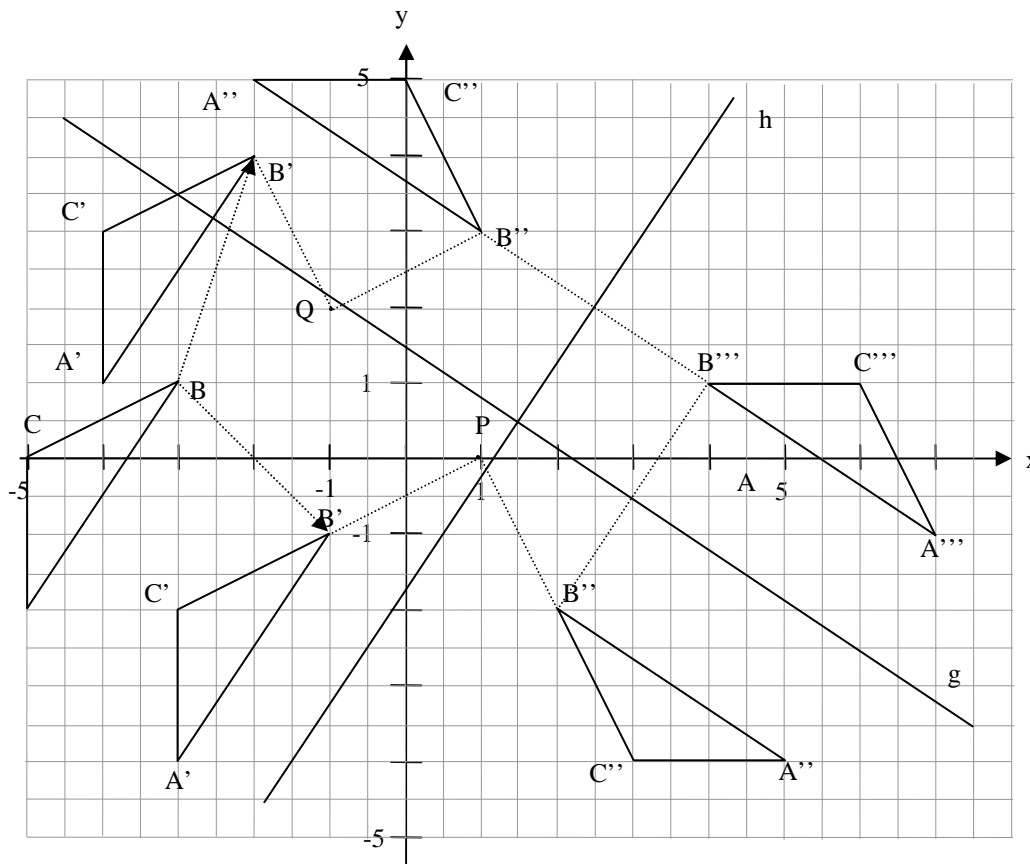
Aufgabe 10

1. Spiegelung an g: $A'(-1|2)$, $B'(-1|4,5)$ und $C'(1,5|4,5)$
2. Spiegelung an h: $A''(-2|0)$, $B''(-4|-1,5)$ und $C''(-2,5|-3,5)$
3. Spiegelung an g: $A'''(2|-2)$, $B'''(2|-4,5)$ und $C'''(-0,5|-4,5)$



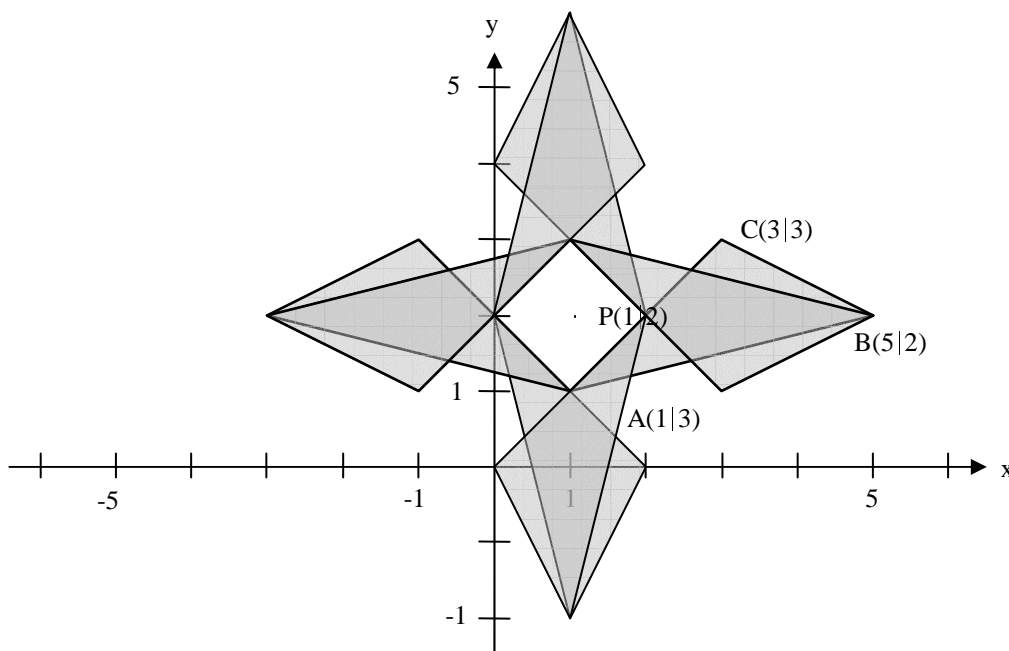
Aufgabe 11

- a) Verschiebung auf $A'(-3|-4)$, $B'(-1|-1)$ und $C'(-3|-2)$. Drehung auf $A''(5|-4)$, $B''(2|-2)$ und $C''(3|-4)$.
 Spiegelung auf $A'''(7|-1)$, $B'''(4|1)$ und $C'''(1|6)$
- b) Verschiebung auf $A'(-4|1)$, $B'(-2|4)$ und $C'(-4|3)$. Drehung auf $A''(-2|5)$, $B''(1|3)$ und $C''(0|5)$.
 Spiegelung auf $A'''(7|-1)$, $B'''(4|1)$ und $C'''(1|6)$.



Aufgabe 12

Die Figur hat 4 Symmetrieachsen

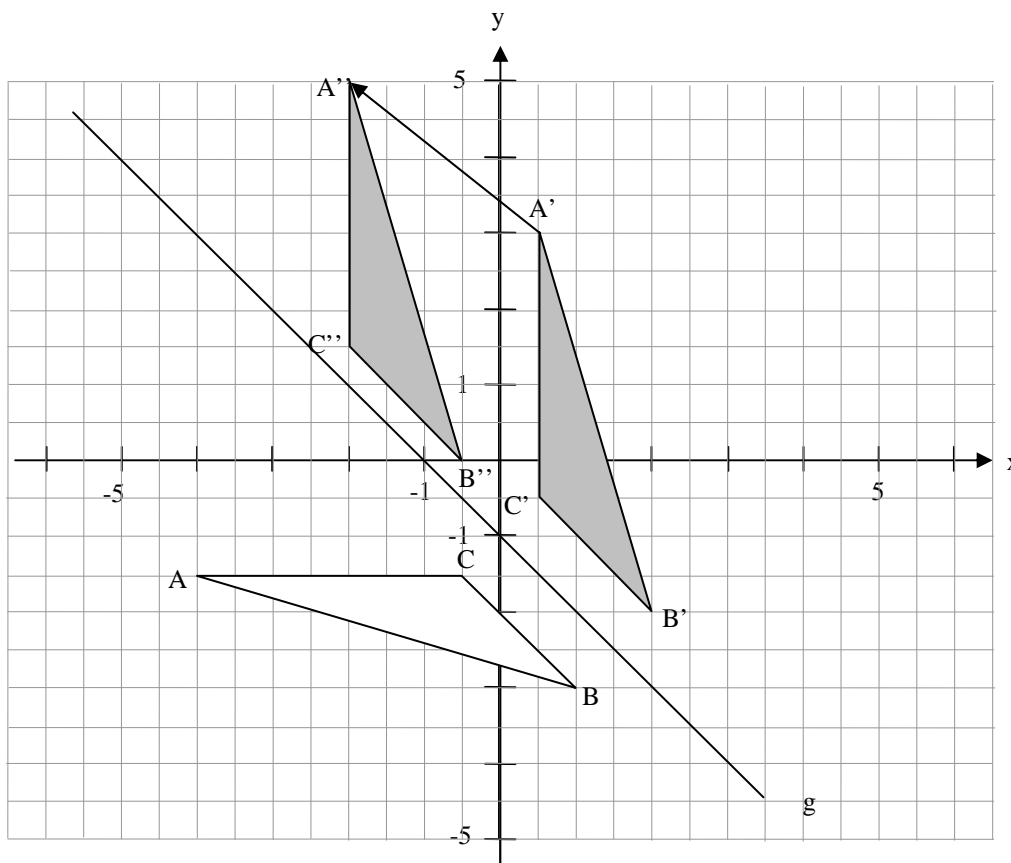


Aufgabe 13

- Man konstruiert einen Kreis, dann die Zentrale, dazu die Mittelsenkrechte und halbiert dann zweimal hintereinander den rechten Winkel zwischen Zentrale und Mittelsenkrechter. So erhält man ein regelmäßiges Sechseck. Nun verbindet man jeden 5. Punkt miteinander. Die Figur ist symmetrisch zum Kreismittelpunkt. Ähnliche Sterne erhält man, wenn man jeden n . Punkt verbindet, wobei n eine Primzahl sein muss.
- Man zeichnet einen Kreis und einen weiteren Kreis mit gleichem Radius um einen beliebigen Punkt des ersten Kreises, einen dritten Kreis mit gleichem Radius um den Schnittpunkt der beiden vorigen Kreises, u.s.w. Man erhält so ein regelmäßiges Sechseck. Die Schnittpunkte werden dann entsprechend der Vorlage miteinander verbunden. Der Stern hat 6 Symmetrieachsen und ein Symmetriezentrum. Jeweils 4 Spitzen liegen auf einer Geraden.
- Die Konstruktion ergibt sich aus der Vorlage. Die Figur hat 4 Symmetrieachsen und ein Symmetriezentrum.

Aufgabe 14

Z. B. durch Spiegelung an $g: y = -x - 1$ und anschließende Verschiebung um $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2,5 \\ 2 \end{pmatrix}$:

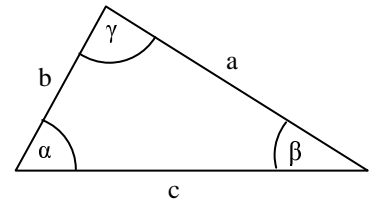


Aufgabe 15

A, C, D und I, J, F und B, H und E, G sind jeweils kongruent

Aufgabe 16

	a	b	c	α	β	γ
1.	6 cm	4 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ$	80°
2.	6 cm	4 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ$	80°
3.	6 cm	4 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ$	80°
4.	6 cm	4 cm	6,6 cm/2,1 cm	$53,4^\circ/126,6^\circ$	$36,6^\circ$	$80^\circ/6,8^\circ$
5.	6 cm	4 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ$	80°
6.	6 cm	4 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ$	80°
7.	6 cm	4 cm/1,9 cm	6,6 cm	$53,4^\circ$	$36,6^\circ/16,6^\circ$	$80^\circ/110^\circ$
8.	6 cm 9 cm 12 cm ...	4 cm 6 cm 8 cm ...	6,6 cm/ 9,9 cm 13,2 cm ...	$53,4^\circ$	36,6	80°



Aufgabe 17

