

2.6. Prüfungsaufgaben zu Kongruenzabbildungen

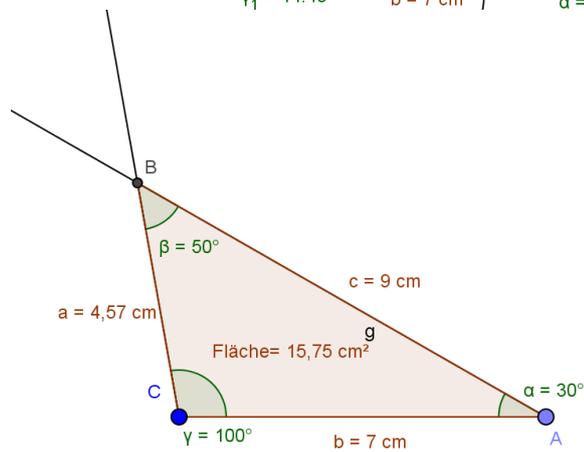
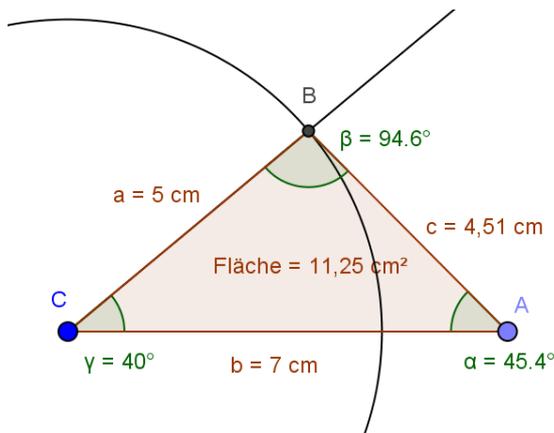
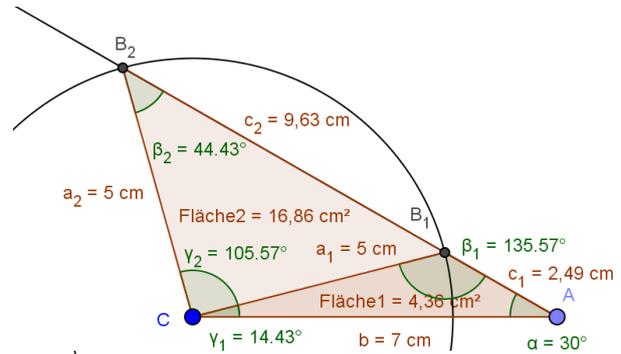
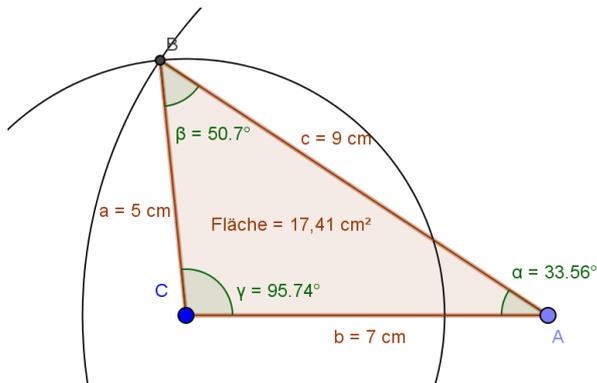
Aufgabe 1: Kongruenzsätze

Konstruiere die Dreiecke aus den gegebenen Größen und ergänze die fehlenden Größen:

Teil	a	b	c	α	β	γ	A
a)	5 cm	7 cm	9 cm				
b)	5 cm	7 cm		30°			
c)	5 cm	7 cm				30°	
d)		7 cm			120°	30°	

Aufgabe 1: Kongruenzsätze

Teil	a	b	c	α	β	γ	A
a)	5 cm	7 cm	9 cm	$33,6^\circ$	$50,7^\circ$	$95,7^\circ$	$17,4 \text{ cm}^2$
b)	5 cm	7 cm	2,5 cm 9,6 cm	30°	$135,6^\circ$ $44,4^\circ$	$14,4^\circ$ $105,6^\circ$	$4,4 \text{ cm}^2$ $16,9 \text{ cm}^2$
c)	5 cm	7 cm	4,5 cm	$45,4^\circ$	$94,6^\circ$	30°	$11,2 \text{ cm}^2$
d)	4,6 cm	7 cm	9 cm	30°	120°	30°	$15,8 \text{ cm}^2$



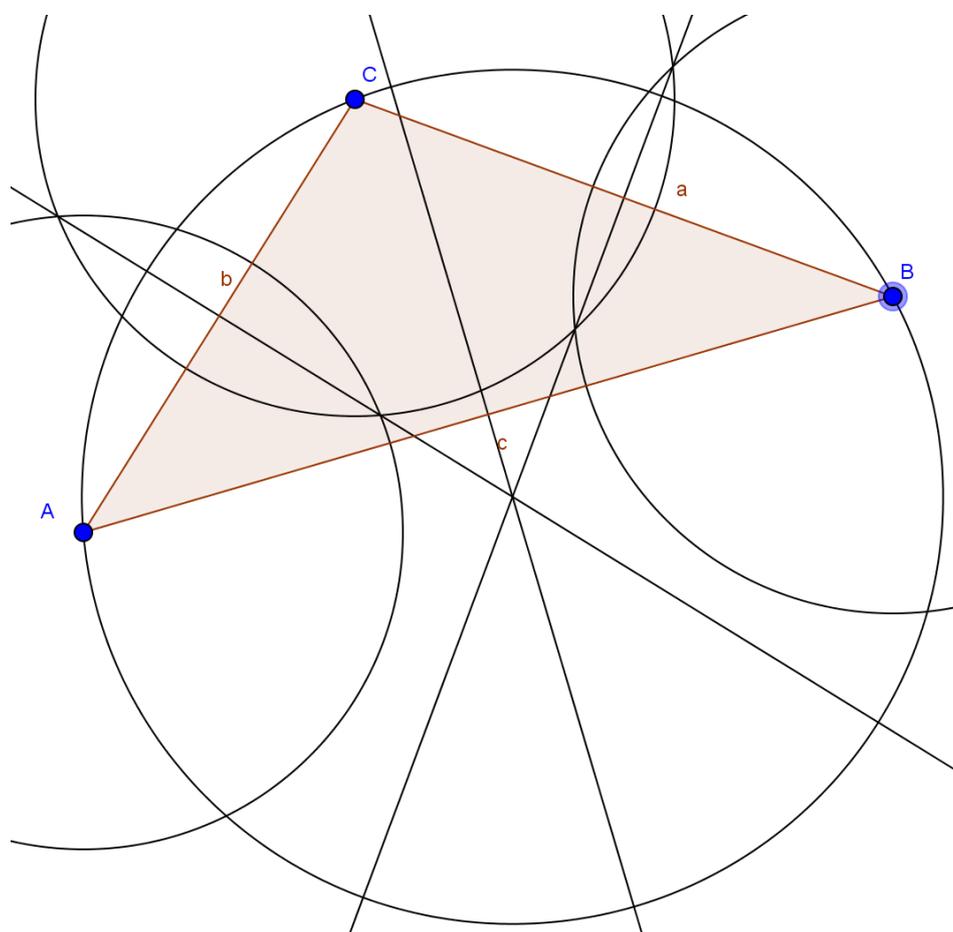
Aufgabe 2: Umkreis

Konstruiere den Kreis durch die drei Punkte A, B und C.



Lösung:

Es muss der Umkreis des Dreiecks ABC konstruiert werden.



Aufgabe 3a: Konstruktionsbeschreibung (2)

Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke mit $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ und $\beta = 30^\circ$ und beschreibe die Konstruktion. Bestimme jeweils alle fehlenden Maße

Lösung:

1. Zeichne die Strecke $a = BC$
2. Zeichne die Gerade c im Winkel β zu a durch B .
3. Zeichne einen Kreis mit Radius b um C
4. Die beiden möglichen Punkte A und A' sind die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden.
 $c \approx 1,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 138^\circ$ und $\gamma \approx 12^\circ$ oder $c' \approx 5,7 \text{ cm}$, $\alpha \approx 42^\circ$ und $\gamma \approx 108^\circ$

Aufgabe 3b: Konstruktionsbeschreibung (2)

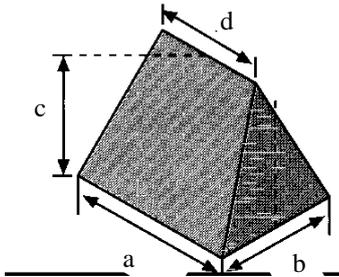
Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke mit $a = 5 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ und $\beta = 20^\circ$ und beschreibe die Konstruktion. Bestimme jeweils alle fehlenden Maße

Lösung:

1. Zeichne die Strecke $a = BC$
2. Zeichne die Gerade c im Winkel β zu a durch B .
3. Zeichne einen Kreis mit Radius b um C
4. Die beiden möglichen Punkte A und A' sind die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden.
 $c \approx 2,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 146^\circ$ und $\gamma \approx 14^\circ$ oder $c' \approx 7,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 34^\circ$ und $\gamma \approx 146^\circ$

Aufgabe 4a: Flächenbestimmung (7)

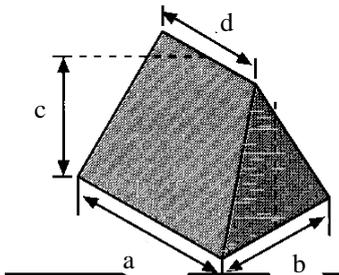
Die Maße des abgebildeten Daches sind $a = 10 \text{ m}$, $b = 6 \text{ m}$, $c = 4 \text{ m}$ und $d = 6 \text{ m}$. Bestimme seine Fläche.

**Lösung**

- Die Giebelflächen sind $h_g \approx 4,5 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_g = b \cdot h_g = 27 \text{ m}^2$ (3)
 Die Seitenflächen sind $h_s = 5 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_s = (a + d) \cdot h_s = 80 \text{ m}^2$ (3)
 Das Dach hat also den Flächeninhalt $A = A_g + A_s \approx 107 \text{ m}^2$ (1)

Aufgabe 4b: Flächenbestimmung (7)

Die Maße des abgebildeten Daches sind $a = 12 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $c = 6 \text{ m}$ und $d = 8 \text{ m}$. Bestimme seine Fläche.

**Lösung**

- Die Giebelflächen sind $h_g \approx 6,3 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_g = b \cdot h_g = 50,4 \text{ m}^2$ (3)
 Die Seitenflächen sind $h_s \approx 7,2 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_s = (a + d) \cdot h_s \approx 144 \text{ m}^2$ (3)
 Das Dach hat also den Flächeninhalt $A = A_g + A_s \approx 194,4 \text{ m}^2$ (1)

Aufgabe 5: Raumdiagonale (5)

Bestimme die Länge der Raumdiagonalen in einem Quader mit den Kantenlängen $a = 3 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ und $c = 7 \text{ cm}$.

Lösung

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Flächendiagonale $d_{ab} \approx 5,83 \text{ cm}$ oder $d_{bc} \approx 8,60 \text{ cm}$ oder $d_{ac} \approx 7,61 \text{ cm}$ (2)

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Raumdiagonale $d \approx 9,11 \text{ cm}$ (3)

Aufgabe 6: Raumdiagonale (5)

Bestimme die Länge der Raumdiagonalen in einem Quader mit den Kantenlängen $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$ und $c = 9 \text{ cm}$.

Lösung

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Flächendiagonale $d_{ab} \approx 8,60 \text{ cm}$ oder $d_{bc} \approx 11,40 \text{ cm}$ oder $d_{ac} \approx 10,30 \text{ cm}$ (2)

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Raumdiagonale $d \approx 12,45 \text{ cm}$ (3)

Aufgabe 7: Entfernungen (4)

Die beiden Messpunkte sind 20 m voneinander entfernt. Die Winkel betragen $\alpha = 69,5^\circ$ und $\beta = 76^\circ$. Wie hoch ist der Münsterturm?

Lösung

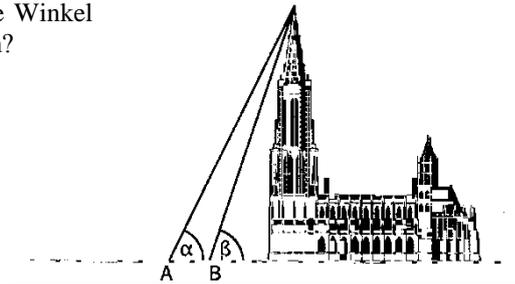
Maßstab z.B. 1:1000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

Antwortsatz (1)

Die Höhe beträgt 160,5 m

**Aufgabe 8: Entfernungen (4)**

Von einer 20 m über dem Ufer gelegenen Mauer werden die unter den gegebenen Winkeln angepeilt. Wie breit ist der Fluss den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung

**Lösung**

Maßstab z.B. 1:1000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

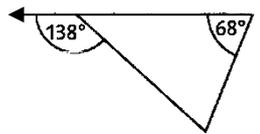
Kongruenzsatz wsw (1)

Antwortsatz (1)

Die Breite beträgt 76,8 m

Aufgabe 9: Entfernungen (5)

Die Fahrtlinie eines Bootes ist 150 m vom Standpunkt des Beobachters entfernt. Der Winkel zwischen der Fahrtrichtung und der Richtung zum Standpunkt beträgt 68° . Zwei Minuten später beträgt der entsprechende Winkel 138° . Bestimme daraus die zurückgelegte Strecke und die Geschwindigkeit des Bootes. Gib den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung an.

**Lösung**

Maßstab z.B. 1:2000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

Geschwindigkeit (1)

Antwortsatz (1)

Die zurück gelegte Strecke ist 227,2 m lang. Die Geschwindigkeit

beträgt also $v = \frac{227,2 \text{ m}}{2 \text{ min}} = 6,8 \text{ km/h}$

Aufgabe 10: Entfernungen (4)

Der Eiffelturm ist 300 m hoch. Wie weit sind die beiden Messpunkte voneinander entfernt? Gib den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung an.

Lösung

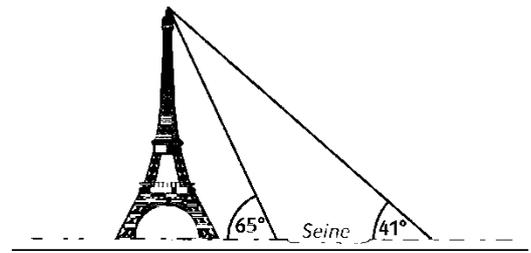
Maßstab z.B. 1:2000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

Antwortsatz (1)

Die Punkte sind 140 und 345 m vom Fußpunkt entfernt. Der Abstand beträgt 205 m



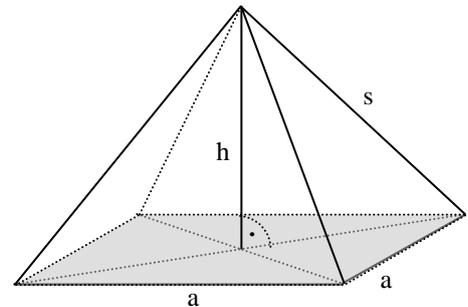
Aufgabe 11: Höhe einer Pyramide (5)

Bestimme die Höhe h der abgebildeten Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Grundkanten sind $a = 5$ cm lang und die Seitenkanten $s = 8$ cm. Gib jeweils den verwendeten Kongruenzsatz an.

Lösung

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz sws und Flächendiagonale $d \approx 7,1$ cm (2)

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz Ssw und Höhe $h \approx 7,2$ cm (3)



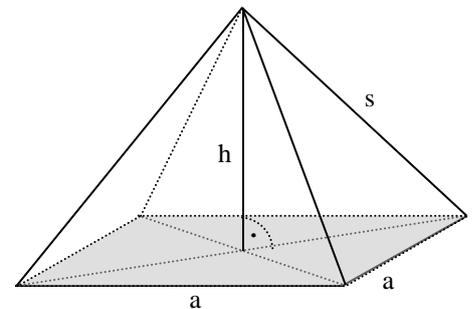
Aufgabe 12: Höhe einer Pyramide (5)

Bestimme die Höhe h der abgebildeten Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Grundkanten sind $a = 4$ cm lang und die Seitenkanten $s = 7$ cm. Gib jeweils den verwendeten Kongruenzsatz an.

Lösung

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz sws und Flächendiagonale $d \approx 5,7$ cm (2)

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz Ssw und Höhe $h \approx 6,4$ cm (3)



Aufgabe 13: Beweisaufgabe (5)

Wenn man auf den Seiten eines Quadrates jeweils gleich lange Strecken abträgt, erhält man ein neues Viereck. Zeige, dass dieses Viereck ein Quadrat ist.

Lösung

Die Dreiecke $AB'A'$, $BC'B'$, $CD'C'$ und $DA'D'$ sind nach dem Kongruenzsatz sws zueinander kongruent. (2)

Daher sind die Strecken $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ und $D'A'$ gleich lang. (1)

Da die entsprechenden Winkel aller Dreiecke gleich groß sind und mit dem Innenwinkel des Vierecks jeweils 180° ergeben, müssen diese Innenwinkel auch alle gleich groß sein. (1)

Ein gleichseitiges Viereck mit gleichen Winkeln ist ein Quadrat. (1)

