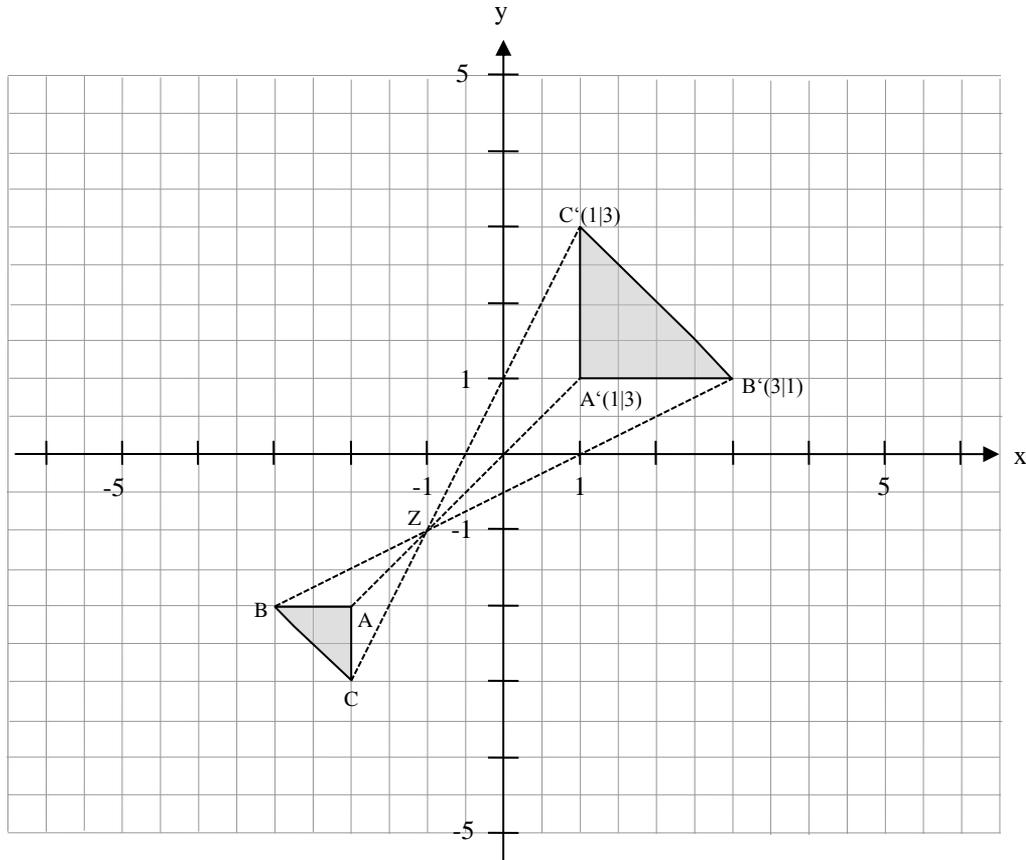


## 2.7. Prüfungsaufgaben zu Ähnlichkeitsabbildungen

### Aufgabe 1: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (6)

Gegeben ist das Dreieck ABC mit  $A(-2|-2)$ ,  $B(-3|-2)$  und  $C(-2|-3)$ . Durch eine zentrische Streckung an  $Z(-1|-1)$  mit dem Streckfaktor  $k = -2$  entsteht das Dreieck  $A'B'C'$ . Gib die Koordinaten der Eckpunkte  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$  des gestreckten Dreiecks an und berechne die Flächeninhalte der beiden Dreiecke.

### Lösung



Zeichnung mit Koordinaten

(4)

$$\text{Flächeninhalte } A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2} \text{ und } A_{A'B'C'} = k^2 \cdot A_{ABC} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

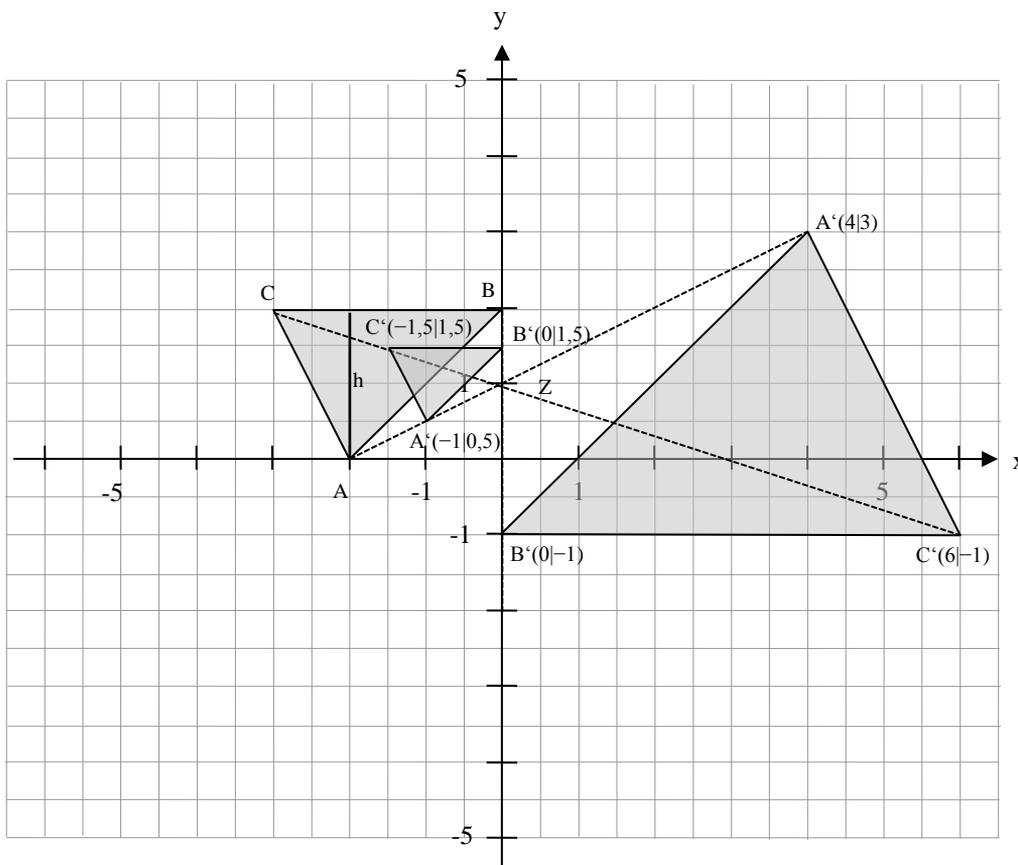
(2)

**Aufgabe 2: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (11)**

Strecke das Dreieck ABC mit A(-2|0), B(0|2) und C(-3|2) vom Zentrum Z(0|1) aus um den Faktor k. Zeichne alle drei Dreiecke in ein gemeinsames Koordinatensystem. Gib die Koordinaten aller Bildpunkte sowie die Flächeninhalte aller Dreiecke an.

- a)  $k_a = -2$
- b)  $k_b = 0,5$

**Lösung**



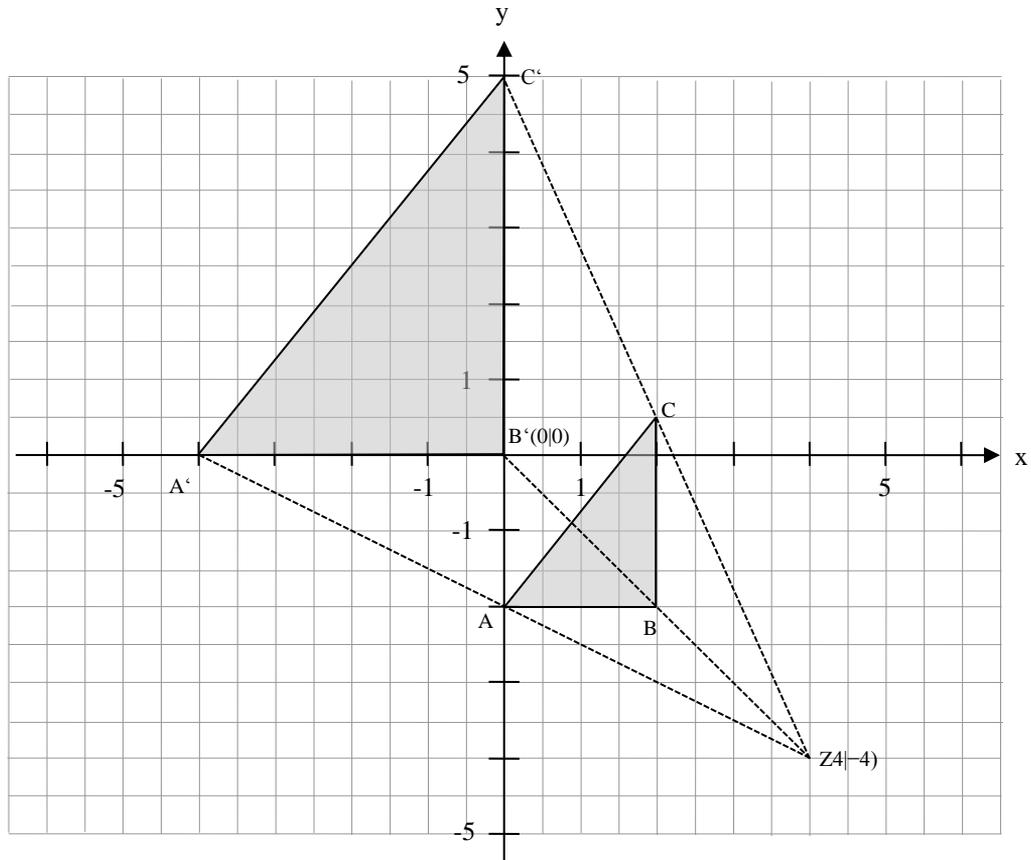
Zeichnung mit Koordinaten

Flächen:  $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ ,  $A_{A'B'C'} = k_a^2 \cdot A_{ABC} = 4 \cdot 3 = 12$  und  $A_{A''B''C''} = k_b^2 \cdot A_{ABC} = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$  (8)

(3)

### Aufgabe 3: Zentrische Streckung mit Bestimmung des Streckzentrums und Flächenberechnung (9)

- Zeichne das Dreieck ABC mit A(0|-2), B(2|-2) und C(2|0,5) in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit 1 LE = 1 cm.
- Die Strecke A'C' mit A'(-4|0) und C'(0|5) ist durch Streckung der Strecke AC von Zentrum Z aus entstanden. Bestimme zeichnerisch das Zentrum Z und den Bildpunkt B' und gib die Koordinaten dieser beiden Punkte an.
- Berechne die Längen der Strecken AB sowie A'B' und bestimme außerdem den Streckfaktor k.
- Wie groß ist die Fläche des gestreckten Dreiecks?



#### Lösung

- Zeichnung mit Koordinaten (4)
- $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{A'B'} = 4$  und  $k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2$  (3)
- $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2,5 = 2,5$  und  $A_{A'B'C'} = k^2 \cdot A_{ABC} = 4 \cdot 2,5 = 10$  (2)

### Aufgabe 4a: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)

- Zeichne das Dreieck ABC mit A(2|-1), B(8|2) und C(5|5) in ein Koordinatensystem mit  $-10 \leq x \leq 8$  und  $-1 \leq y \leq 6$  sowie 1 LE = 1 cm. (1)
- Berechne seinen Flächeninhalt (3)
- Berechne die Länge der Strecke AB. (2)
- Spiegle das Dreieck am Punkt Z(-1|2) und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- Strecke das Dreieck am Zentrum Z(-1|2) mit dem Streckfaktor  $k = \frac{2}{3}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- Strecke das Dreieck am Zentrum Z(-1|2) mit dem Streckfaktor  $k = -\frac{1}{2}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreiecks? (4)

#### Lösung

- Zeichnung (1)
- $A_{ABC} = 25,5$  FE (3)
- $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$  LE (2)
- A'(-4|5), B'(-10|2) und C'(-7|-1) (3)

e)  $A''(1|1)$ ,  $B''(5|2)$  und  $C''(3|4)$  (3)

f)  $A'''(-2,5|3,5)$ ,  $B'''(-5,5|2)$  und  $C'''(-4|0,5)$  mit  $A_{A''''B''''C''''} = \frac{3}{4}\sqrt{5}$  LE (4)

**Aufgabe 4b: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)**

a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(4|-1)$ ,  $B(10|2)$  und  $C(7|5)$  in ein Koordinatensystem mit  $-8 \leq x \leq 10$  und  $-1 \leq y \leq 6$  sowie  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ . (1)

b) Berechne seinen Flächeninhalt (3)

c) Berechne die Länge der Strecke AB. (2)

d) Spiegle das Dreieck am Punkt  $Z(1|2)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)

e) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = \frac{2}{3}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)

f) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = -\frac{1}{2}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreieckes? (3)

**Lösung**

a) Zeichnung (1)

b)  $A_{ABC} = 25,5 \text{ FE}$  (3)

c)  $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ LE}$  (2)

d)  $A'(-2|5)$ ,  $B'(-8|2)$  und  $C'(-5|-1)$  (3)

e)  $A''(3|1)$ ,  $B''(7|2)$  und  $C''(5|4)$  (3)

f)  $A'''(-0,5|3,5)$ ,  $B'''(-3,5|2)$  und  $C'''(-2|0,5)$  mit  $A_{A''''B''''C''''} = \frac{3}{4}\sqrt{5} \text{ LE}$  (4)

**Aufgabe 5a: Spiegelung (5)**

Spiegle das Dreieck ABC mit  $A(3|0)$ ,  $B(7|2)$  und  $C(5|3,5)$  an der Achse  $g = (PQ)$  mit  $P(0|1)$  und  $Q(8|5)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

**Lösung**

$A'(1|4)$ ,  $B'(5|6)$  und  $C'(5|3,5)$  (5)

**Aufgabe 5b: Spiegelung (5)**

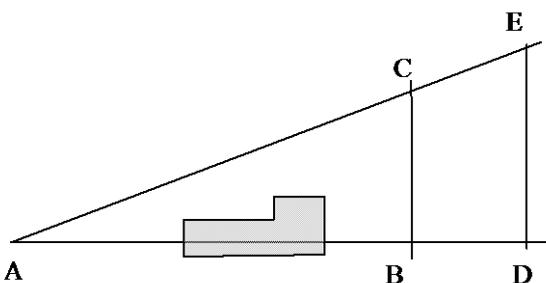
Spiegle das Dreieck ABC mit  $A(3|-2)$ ,  $B(7|0)$  und  $C(5|1,5)$  an der Achse  $g = (PQ)$  mit  $P(0|-1)$  und  $Q(8|3)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

**Lösung**

$A'(1|2)$ ,  $B'(5|4)$  und  $C'(5|1,5)$  (5)

**Aufgabe 6: Strahlensatz (6)**

Es soll die Entfernung zwischen den beiden Punkten A und D bestimmt werden. Zwischen ihnen liegt jedoch ein Gebäude. Die folgenden Strecken konnten vermessen werden.  $AC = 63 \text{ m}$ ,  $CE = 14 \text{ m}$  und  $BD = 10 \text{ m}$ . Bestimme AD.

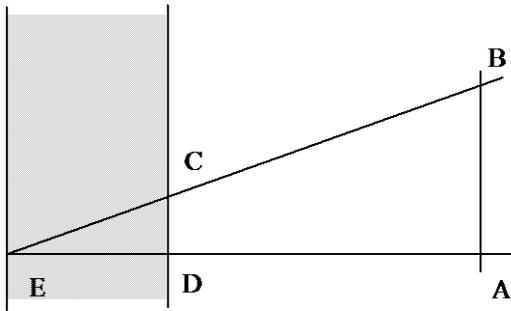


**Lösung**

$$\frac{x}{10\text{m}} = \frac{77\text{m}}{14\text{m}} \Rightarrow x = \frac{10\text{m} \cdot 77\text{m}}{14\text{m}} = 55\text{m}$$

### Aufgabe 7: Strahlensatz (6)

Berechne die Breite des Flusses (siehe Skizze), wenn folgende Längen gegeben sind:  $\overline{AB} = 160 \text{ m}$ ,  $\overline{AD} = 60 \text{ m}$  und  $\overline{CD} = 40 \text{ m}$ .

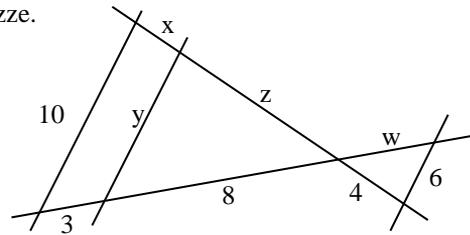


#### Lösung

$$\frac{x}{40\text{m}} = \frac{x + 60\text{m}}{160\text{m}} \Leftrightarrow 4x = x + 60 \text{ m} \Leftrightarrow 3x = 60 \text{ m} \Leftrightarrow x = 20 \text{ m}$$

### Aufgabe 8: Strahlensätze (4)

Berechne die fehlenden Größen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $w$  in der rechts abgebildeten Skizze.



#### Lösung

$$\frac{6}{10} = \frac{w}{3+8} \Rightarrow w = 11 \cdot \frac{6}{10} = \frac{33}{5} = 6,6 \quad (1)$$

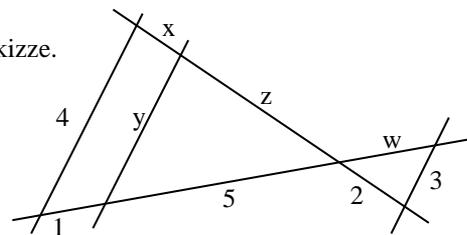
$$\frac{8}{w} = \frac{z}{4} \Rightarrow z = 4 \cdot \frac{8}{w} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 5}{33} = \frac{160}{33} = 4,8\overline{4} \quad (1)$$

$$\frac{8}{w} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = 6 \cdot \frac{8}{w} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 6}{33} = \frac{80}{11} = 7,2\overline{7} \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3}{8} \Rightarrow x = z \cdot \frac{3}{8} = \frac{160}{33} \cdot \frac{3}{8} = \frac{20}{11} = 1,8\overline{1} \quad (1)$$

### Aufgabe 9: Strahlensätze (4)

Berechne die fehlenden Größen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $w$  in der rechts abgebildeten Skizze.



#### Lösung

$$\frac{3}{4} = \frac{w}{1+5} \Rightarrow w = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{2} = 4,5 \quad (1)$$

$$\frac{5}{w} = \frac{z}{2} \Rightarrow z = 2 \cdot \frac{5}{w} = \frac{20}{9} = 2,2\overline{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{w} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \frac{5}{w} = \frac{15}{w} = \frac{10}{3} = 3,3\overline{3} \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = z \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{9} = 0,4\overline{4} \quad (1)$$