

2.9. Aufgaben zu Kreisberechnungen

Aufgabe 1

Bestimme Durchmesser (Geodreieck) und Umfang (Bindfaden) verschiedener Gegenstände mit kreisförmigem Querschnitt. Bilde dann den Mittelwert des Verhältnisses des Umfangs zum Durchmesser.

u															
d															
$\frac{u}{d}$															

Mittelwert: Kreiszahl $\pi = \frac{u}{d} = \underline{\hspace{2cm}}$

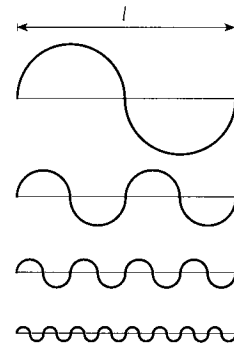
Aufgabe 2

Vervollständige die folgende Tabelle:

u		1 m		2 km		3 dm
r	1 m		1,5 km		4 cm	

Aufgabe 3

- Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h. Wie oft dreht sich jedes Rad in 1 Sekunde, wenn es einen Durchmesser von 60 cm hat?
- Der Äquator hat eine Länge von etwa 40 000 km. Wie groß ist der Erdradius R?
- 200 m lackierter Kupferdraht von 0,5 mm Durchmesser werden auf ein Papprohr von 7 cm Durchmesser nebeneinander dicht gewickelt. Welche Länge hat der entstehende Spulenkörper?



Aufgabe 4

Die Wellenlinie nähert sich mehr und mehr der geraden Strecke. Nähert sich die Länge der Wellenlinie dabei auch der Länge dieser Strecke?

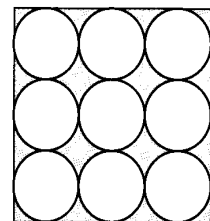
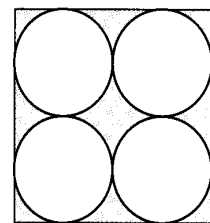
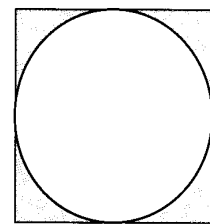
Aufgabe 5

Vervollständige die folgende Tabelle:

A		1 m ²		4 cm ²		1 ha
r	1 m		1,5 km		2 cm	

Aufgabe 6

- Von einem 1,30 m breiten Stoffballen soll eine Decke für einen kreisrunden Tisch mit dem Durchmesser $d = 90$ cm aus einem Stück geschnitten werden. Die Decke soll überall 15 cm überhängen. Wie groß ist der Abfall?
- Aus einem quadratischen Blech werden gleichgroße Kreisflächen ausgestanzt. (siehe Abbildung rechts) Berechne in den drei angegebenen Fällen jeweils den Abfall in Prozent. Vergleiche. Was fällt auf?
- Wie breit ist ein Kreisring mit dem inneren Radius $r_1 = 50$ cm, dessen Flächeninhalt 630 cm² beträgt?
- Ein 10 m² großes kreisförmiges Blumenbeet soll ringförmig mit einer ebenfalls 10 m² großen Rasenfläche umgeben werden. Wie breit wird diese?
- Ein Sportplatz bildet ein 110 m langes und 75 m breites Rechteck, an dessen Schmalseiten Halbkreise angesetzt sind. Der Platz wird mit einem 2 m breiten Sandstreifen umgeben. 1 m² kostet $4,80$ €. Wie teuer wird der Streifen?



Aufgabe 7

Zeige: Bei einem gleichseitigen Dreieck ist der Flächeninhalt des Kreisrings zwischen In- und Umkreis gleich groß wie der Inhalt des Thaleskreises über einer Dreiecksseite.

Aufgabe 8

Vervollständige die folgende Tabelle:

α	45°	45°		60°		
r	1 m		1 m		5 cm	
b		1 m	1 m			1 dm
A				20 cm^2	5 cm^2	1 dm^2

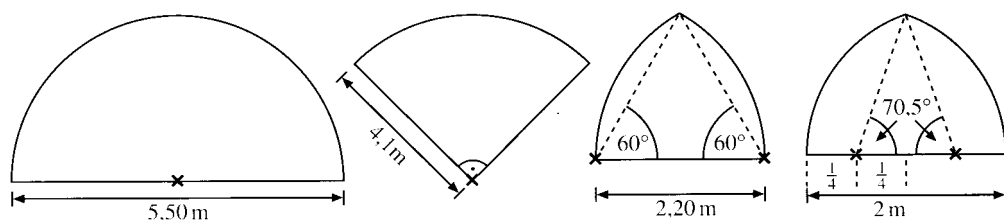
Aufgabe 9

- Eine Seemeile (sm) ist die Bogenlänge, die auf dem Äquator zum Mittelpunktswinkel 1 Winkelminute = $1/60$ Grad gehört. Der Erdradius am Äquator beträgt 6378 km. Gib 1 sm in km an.
- Ein Satellit umkreist die Erde in 280 km Höhe über dem Erdboden. Zu einer Umrundung braucht er etwa 1,5 h. Welchen Weg legt der Satellit in 1 Stunde zurück? Welche Bahngeschwindigkeit in km/s hat er?

Aufgabe 10

Berechne die Länge der Bogen für die vier angegebenen Fälle:

- romanischer Rundbogen
- romanischer Flachbogen
- gotischer Spitzbogen
- gedrückter gotischer Spitzbogen



Aufgabe 11

Berechne den Flächeninhalt des Kreisabschnitts in den folgenden Fällen:

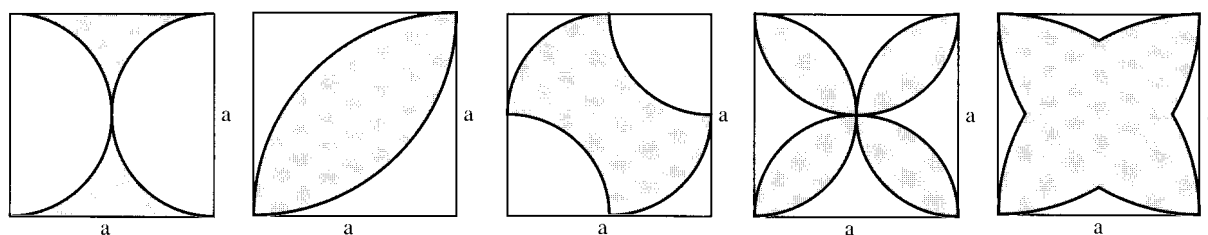
- $r = 4 \text{ cm}$ und $\alpha = 90^\circ$
- $r = 6 \text{ cm}$ und $\alpha = 60^\circ$
- $r = 8 \text{ cm}$ und $\alpha = 120^\circ$

Aufgabe 12

Zeichne zwei Kreise mit Radius $r = 4 \text{ cm}$, von denen jeder durch den Mittelpunkt des anderen geht. Wie groß ist die Schnittfläche?

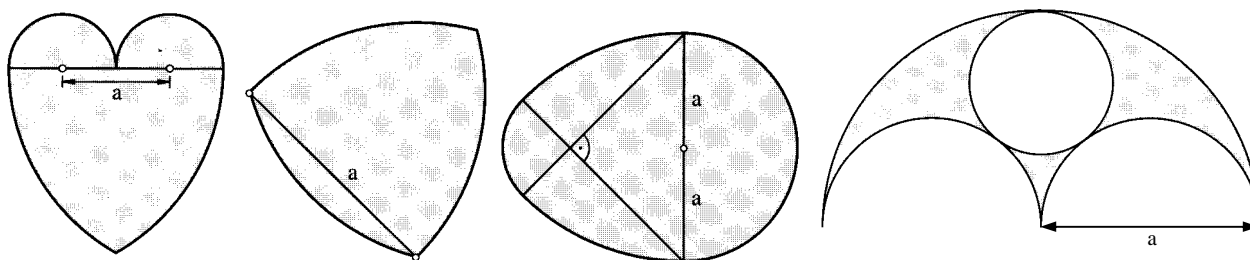
Aufgabe 13

Berechne den Flächeninhalt der folgenden Figuren:



Aufgabe 14

Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der folgenden Figuren:



2.9. Lösungen zu den Aufgaben zu Kreisberechnungen

Aufgabe 1

siehe Skript

Aufgabe 2

Vervollständige die folgende Tabelle:

u	6,28 m	1 m	9,42 km	2 km	25,1 cm	3 dm
r	1 m	15,9 cm	1,5 km	318,3 m	4 cm	47,7 cm

Aufgabe 3

- a) $100 \text{ km/h} \approx 27,78 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Drehzahl } n \approx 14,74 \text{ 1/s.}$
 b) $R \approx 6366,2 \text{ km.}$
 c) $\frac{200 \text{ m}}{\pi \cdot 0,07 \text{ m}} \approx 909,5 \text{ Windungen} \Rightarrow \text{Länge } l \approx 909,5 \cdot 0,5 \text{ mm} \approx 45,5 \text{ cm.}$

Aufgabe 4

Die Länge der Wellenlinien ist $u = \pi \cdot \frac{1}{2} l = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} l = 4 \cdot \pi \cdot \frac{1}{8} l = \dots = \text{konstant!}$

Aufgabe 5

A	3,14 m ²	1 m ²	7,07 km ²	4 cm ²	12,57 cm ²	1 ha
r	1 m	56,4 cm	1,5 km	1,13 cm	2 cm	56,4 m

Aufgabe 6

- a) Das Stoffstück ist 1,2 m lang. Der Abfall hat also den Flächeninhalt $(1,56 - 0,36 \pi) \text{ m}^2 \approx 0,429 \text{ m}^2$ bzw. 27,5 %
 b) Der Abfall beträgt bei allen Figuren $(1 - \frac{\pi}{4}) \approx 21,46 \%$
 c) Der Flächeninhalt des Kreisring ist $A = \pi \cdot (r_a^2 - r_i^2) \Leftrightarrow 630 \text{ cm}^2 = \pi \cdot (r_a^2 - 50^2 \text{ cm}^2) \Leftrightarrow r_a = \sqrt{\frac{630}{\pi} + 50^2} \text{ cm} \approx 51,97 \text{ cm.}$
 d) Die Rasenfläche wird $(\sqrt{\frac{20}{\pi}} - \sqrt{\frac{10}{\pi}}) \approx 0,74 \text{ m}$ breit
 e) Der Streifen hat einen Flächeninhalt von $(440 + 154 \cdot \pi) \text{ m}^2 \approx 923,8 \text{ m}^2$ und kostet 4 434,27 €.

Aufgabe 7

In einem gleichseitigen Dreieck der Seitenlänge a haben die Winkelhalbierenden = Mittelsenkrechten die Länge $\frac{1}{2} \sqrt{3} a$. Da sie außerdem die Seitenhalbierenden sind, schneiden sie sich im Verhältnis 1 : 2. Der Inkreis hat also den Radius $r_i = \frac{1}{6} \sqrt{3} a$ und der Umkreis den Radius $r_a = \frac{1}{3} \sqrt{3} a$. Der Flächeninhalt des Kreisrings ist $A = \pi \cdot (r_a^2 - r_i^2) = \pi \cdot (\frac{1}{3} - \frac{1}{12}) a^2 = \frac{\pi}{4} a^2$. Der Flächeninhalt des Thaleskreises ist ebenfalls $\pi \cdot (\frac{a}{2})^2 = \frac{\pi}{4} a^2$.

Aufgabe 8

α	45°	45°	57,3°	60°	22,9°	28,6°
r	1 m	1,27 m	1 m	6,18 cm	5 cm	2 dm
b	78,5 cm	1 m	1 m	6,47 cm	2 cm	1 dm
A	0,39 m ²	0,64 m ²	0,5 m ²	20 cm ²	5 cm ²	1 dm ²

Aufgabe 9

- a) $1 \text{ sm} \approx 1,855 \text{ km}$
 b) Der Satellit hat die Bahngeschwindigkeit $v \approx 27 890 \text{ km/h} \approx 7,75 \text{ km/s}$

Aufgabe 10

$$a) \quad b = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 5,5 \text{ m} \approx 8,64 \text{ m}$$

$$b) \quad b = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 4,1 \text{ m} \approx 6,44 \text{ m}$$

$$c) \quad b = 2 \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 2,2 \text{ m} \approx 4,61 \text{ m}$$

$$d) \quad b = 2 \cdot \frac{70,5^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 1,5 \text{ m} \approx 3,69 \text{ m}$$

Aufgabe 11

$$a) \quad A \approx 21,21 \text{ m}^2$$

$$b) \quad A \approx 50,89 \text{ m}^2$$

$$c) \quad A \approx 148,28 \text{ dm}^2$$

Aufgabe 12

Die Schnittfläche setzt sich aus zwei Kreisabschnitten mit Mittelpunktswinkel 120° und Radius r (= Kreisradius)

zusammen und hat den Inhalt $A = 2\left(\frac{\pi}{3}r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}r^2\right) \approx 1,23 r^2$.

Aufgabe 13

$$A_1 = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)a^2$$

$$A_2 = \left(\frac{\pi}{2} - 1\right)a^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2}a^2$$

$$A_4 = A_2$$

$$A_5 = \left(\frac{2}{3}\pi - 3 + \sqrt{3}\right)a^2.$$

Aufgabe 14

$$A_1 = A_{\text{Kreis mit } r=0,5a} + 2 \cdot A_{\text{Kreisausschnitt mit } \alpha=60^\circ \text{ und } r=2a} - A_{\text{gleichseitiges Dreieck mit } s=2a} = \left(\frac{19}{12}\pi - \sqrt{3}\right)a^2 \text{ und } u_1 = \frac{7}{3}\pi a$$

$$A_2 = 3 \cdot A_{\text{Kreisausschnitt mit } \alpha=60^\circ \text{ und } r=a} - 2 A_{\text{gleichseitiges Dreieck mit } s=a} = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a^2 \text{ und } u_2 = \pi a.$$

$$A_3 = A_{\text{Halbkreis mit } r=a} + 2 \cdot A_{\text{Achtelkreis } r=2a} - A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Viertelkreis mit } r=(2-\sqrt{2})a} = \left(\frac{7\pi}{2} - \sqrt{2}\pi - 1\right)a^2, u_3 = \left(3 - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\pi a.$$

$$A_4 = A_{\text{Höbckreis mit } r=a} - 2 \cdot A_{\text{Halbkreis mit } r=a/2} - A_{\text{Kreis mit } r=a/3} = \frac{5}{36}\pi a^2 \text{ und } u_4 = \frac{8}{3}\pi a.$$