

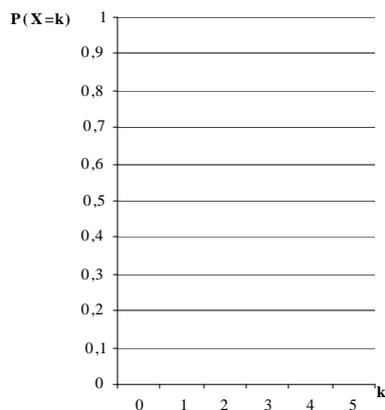
3.3. Aufgaben zu Verteilungsfunktionen

Aufgabe 1: Ziehen ohne Zurücklegen (Hypergeometrische Verteilung)

Eine Urne enthält 10 Kugeln, davon r rote. Es werden 5 Kugeln mit einem Griff gezogen. Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele rote Kugeln in der Stichprobe enthalten sind.

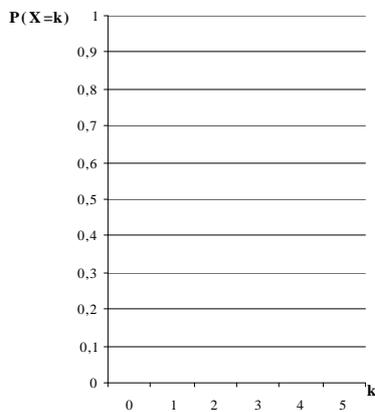
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$.
- Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion $f_X(k)$ und die Verteilungsfunktion $F_X(k)$ für die gegebenen r in Form von Balkendiagrammen in die folgenden Koordinatensysteme
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden höchstens zwei rote Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mindestens drei und höchstens vier rote Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden fünf Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aus c) - d) als Flächen bzw. Strecken in das Diagramm für $r = 6$ ein.

$r = 3$

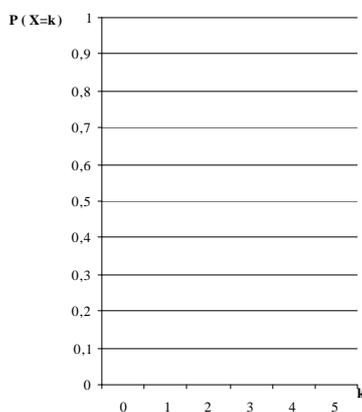


k	$f_{5,3,10}(k)$	$F_{5,3,10}(k)$	$f_{5,4,10}(k)$	$F_{5,4,10}(k)$	$f_{5,5,10}(k)$	$F_{5,5,10}(k)$	$f_{5,6,10}(k)$	$F_{5,6,10}(k)$
0								
1								
2								
3								
4								
5								

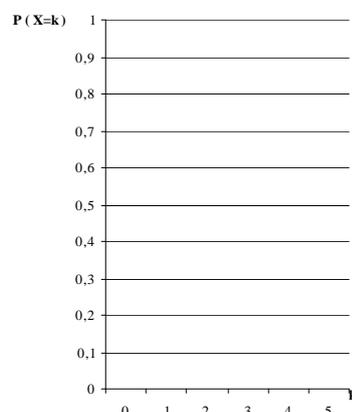
$r = 4$



$r = 5$



$r = 6$

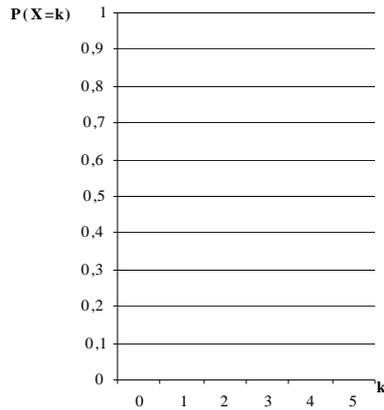


Aufgabe 2: Ziehen mit Zurücklegen (Binomialverteilung)

Eine Urne enthält 10 Kugeln, davon r rote. Es werden 5 Kugeln **mit** Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele rote Kugeln in der Stichprobe enthalten sind.

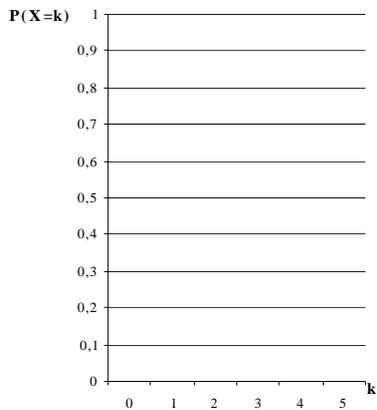
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$.
- Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion $f_X(k)$ und die Verteilungsfunktion $F_X(k)$ für die gegebenen r in Form von Balkendiagrammen (Histogrammen) in die folgenden Koordinatensysteme.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden höchstens zwei rote Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden mindestens drei und höchstens vier rote Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden fünf Kugeln gezogen, wenn $r = 6$ ist?
- Zeichnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aus c) - d) als Flächen bzw. Strecken in das Diagramm für $r = 6$ ein.

$r = 3$

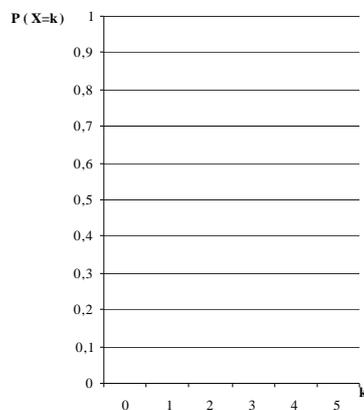


k	$f_{5,0,3}(k)$	$F_{5,0,3}(k)$	$f_{5,0,4}(k)$	$F_{5,0,4}(k)$	$f_{5,0,5}(k)$	$F_{5,0,5}(k)$	$f_{5,0,6}(k)$	$F_{5,0,6}(k)$
0								
1								
2								
3								
4								
5								

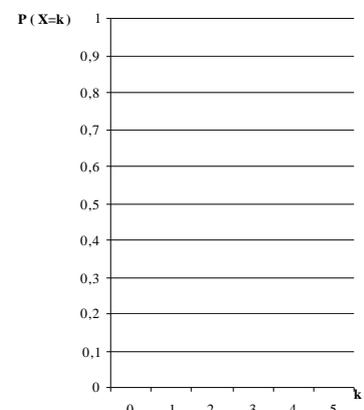
$r = 4$



$r = 5$



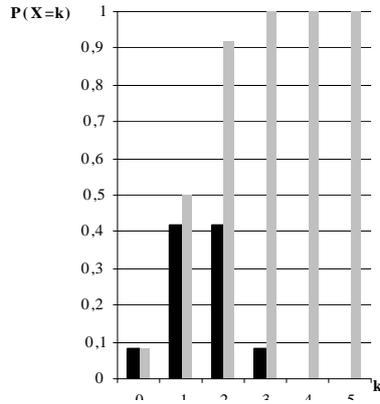
$r = 6$



3.3. Lösungen zu den Aufgaben zu Verteilungsfunktionen

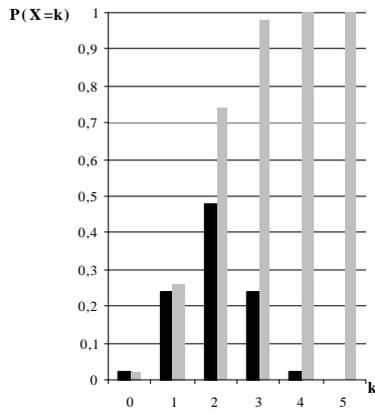
Aufgabe 1: Ziehen ohne Zurücklegen (Hypergeometrische Verteilung)

$r = 3$

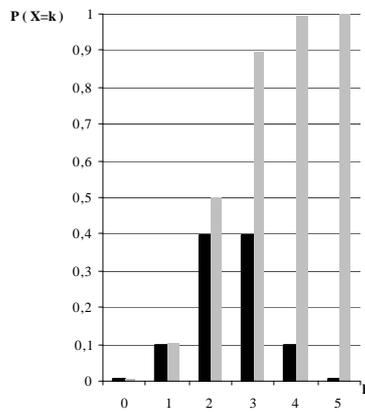


k	$f_{5,3,10}(k)$	$F_{5,3,10}(k)$	$f_{5,4,10}(k)$	$F_{5,4,10}(k)$	$f_{5,5,10}(k)$	$F_{5,5,10}(k)$	$f_{5,6,10}(k)$	$F_{5,6,10}(k)$
0	0,083	0,083	0,024	0,023	0,004	0,004	0	0
1	0,416	0,5	0,238	0,261	0,099	0,103	0,024	0,024
2	0,416	0,916	0,476	0,738	0,397	0,5	0,238	0,262
3	0,083	1	0,238	0,976	0,397	0,897	0,476	0,738
4	0	1	0,023	1	0,099	0,996	0,238	0,976
5	0	1	0	1	0,004	1	0,024	1

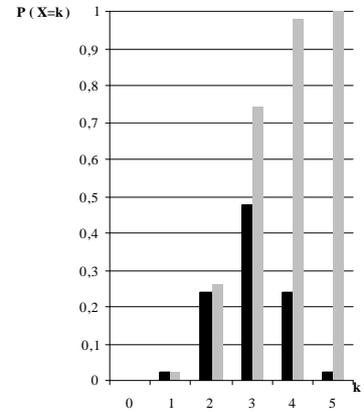
$r = 4$



$r = 5$

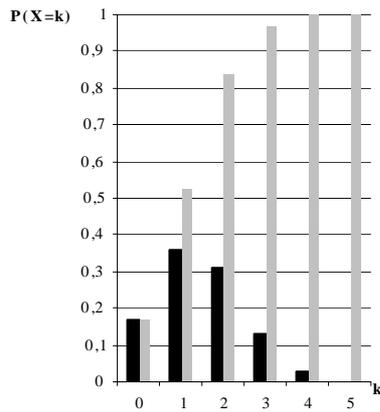


$r = 6$



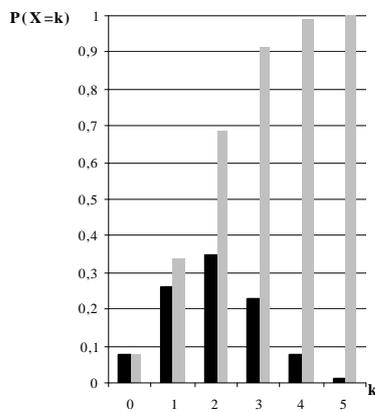
Aufgabe 2: Ziehen mit Zurücklegen (Binomialverteilung)

$r = 3$

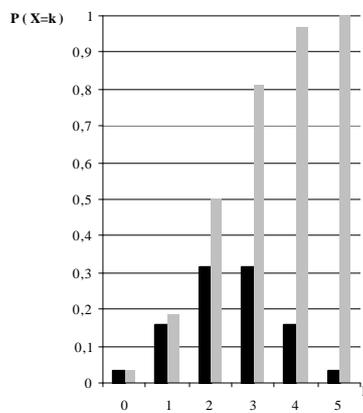


k	$f_{5,0,3}(k)$	$F_{5,0,3}(k)$	$f_{5,0,4}(k)$	$F_{5,0,4}(k)$	$f_{5,0,5}(k)$	$F_{5,0,5}(k)$	$f_{5,0,6}(k)$	$F_{5,0,6}(k)$
0	0,16807	0,16807	0,07776	0,07776	0,03125	0,03125	0,01024	0,01024
1	0,36015	0,52822	0,2592	0,33696	0,15625	0,1875	0,0768	0,08704
2	0,3087	0,83692	0,3456	0,68256	0,3125	0,5	0,2304	0,31744
3	0,1323	0,96922	0,2304	0,91296	0,3125	0,8125	0,3456	0,66304
4	0,02835	0,99757	0,0768	0,98976	0,15625	0,96875	0,2592	0,92224
5	0,00243	1	0,01024	1	0,03125	1	0,07776	1

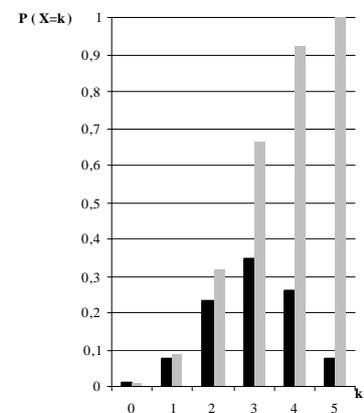
$r = 4$



$r = 5$



$r = 6$



Wertetabelle für $r = 6$:

k	0	1	2	3	4	5
$P(X = k) = \binom{5}{k} 0,6^k \cdot 0,4^{5-k} = \binom{5}{k} \cdot 0,4^5 \cdot 1,5^k$	0,0102	0,0717	0,2150	0,3456	0,2592	0,0777

c) $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,2969$

d) $P(3 \leq X \leq 4) = P(X = 3) + P(X = 4) = 0,5992$

e) $P(X = 5) = 0,0777$.