4.1. Anwendungsaufgaben zu linearen Funktionen

Aufgabe 1: Stück- und Fixkosten (11)
Eine Textilfabrik will T-shirts zum Stückpreis von 36 € verkaufen. Die Stückkosten betragen 12 € und die Fixkosten 45000 €.

a) Stelle die Funktionsgleichungen für den Erlös E(x) und die Gesamtkosten K(x) für jeweils x T–shirts auf. (4)
b) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (y–Achse: 1 cm = 10000 €; x–Achse: 1 cm = 500 Stück) (2)
c) Berechne den Erlös, die Gesamtkosten und den Gewinn bzw. Verlust bei einer Stückzahl von 800 und von 2500 verkauften T–shirts. (3)
d) Wieviele T–shirts müssen verkauft werden, damit der Erlös die Gesamtkosten deckt? (2)

Lösung

a) $E(x) = 36x$ und $K(x) = 12x + 45000$ (4)
b) Graphen (2)
c) $E(800) = 28800$ € und $K(800) = 54600$ € $\Rightarrow$ $G(800) = -25800$ € (Verlust) (1,5)
$E(2500) = 90000$ € und $K(2500) = 75000$ € $\Rightarrow$ $G(2500) = 15000$ € (Gewinn) (1,5)
d) $x = 1875$ (2)

Aufgabe 2: Stück- und Fixkosten (11)
Eine pharmazeutische Fabrik will Cremedosen zum Stückpreis von 48 € verkaufen. Die Stückkosten betragen 24 € und die Fixkosten 90000 €.

a) Stelle die Funktionsgleichungen für den Erlös E(x) und die Gesamtkosten K(x) für jeweils x Cremedosen auf. (4)
b) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (y-Achse: 1 cm = 20000 €; x-Achse: 1 cm = 1000 Stück) (2)
c) Berechne den Erlös, die Gesamtkosten und den Gewinn bzw. Verlust bei einer Stückzahl von 1600 und von 5000 verkauften Cremedosen. (3)
d) Wie viele Cremedosen müssen verkauft werden, damit der Erlös die Gesamtkosten deckt? (2)

Lösung

a) $E(x) = 48x$ und $K(x) = 24x + 90000$ (4)
b) Graphen (2)
c) $E(1600) = 76800$ € und $K(1600) = 128400$ € $\Rightarrow G(1600) = -51600$ € (Verlust) (1,5)
$E(5000) = 240000$ € und $K(5000) = 210000$ € $\Rightarrow$ $G(5000) = 30000$ € (Gewinn) (1,5)
d) $x = 3750$ (2)

Aufgabe 3: Tarifvergleich (7)
Ein Popstar hat die Wahl zwischen zwei Verträgen: Bei Vertrag 1 erhält er einen Grundbetrag von 10000 € und zusätzlich 0,30 € pro Besucher. Bei Vertrag 2 erhält er pauschal 7000 € und 0,70 € pro Besucher.

a) Stelle die Funktionsgleichungen für die Einnahmen $E_1(x)$ und $E_2(x)$ für jeweils x Besucher auf. (2)
b) Zeichne die Graphen der beiden Funktionen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem (y-Achse: 1 cm = 2000 €; x-Achse: 1 cm = 2000 Besucher) (2)
c) Bei welchen Besucherzahlen ist Vertrag 1 günstiger? (3)

Lösung

a) $E_1(x) = 0,3x + 10000$ und $E_2(x) = 0,5x + 7000$ (2)
b) Graphen (2)
c) Für $0 \leq x \leq 18000$ ist $E_1(x) \geq E_2(x)$. (3)

Aufgabe 4: Tarifvergleich (7)
Ein Taxiunternehmen A verlangt von jedem Fahrgast eine Grundgebühr von 3,– € und zusätzlich 50 Ct für jeden zurückgelegten Kilometer. Das Konkurrenzunternehmen B verlangt eine Grundgebühr von 2,20 € und außerdem pro km 55 Ct. Stelle die Tariffunktionen A(x) und B(x) in Abhängigkeit der gefahrenen Strecke x in km auf und gib an, unter welchen Bedingungen der Tarif A günstiger ist als B. Zeichne dazu zunächst die Schaubilder von A(x) und B(x) in ein Koordinatensystem mit der Skalierung 2 € = 1 cm und 2 km = 1 cm.

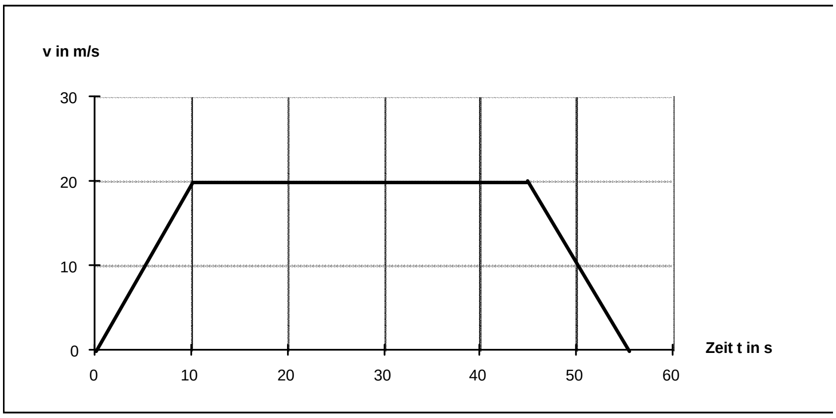
Lösung:
A ist günstiger für Fahrten von mehr als 16km (entspricht nach beiden Tarifen 11 €).

Aufgabe 5: Tarifvergleich (7)
Die Telekom verlangte 2004 für einen Telefonanschluß eine monatliche Grundgebühr von 24,60 € und für jede Einheit 23 Ct. Als Bonus wurden jeden Monat 10 Einheiten gratis gewährt. Stelle die Tariffunktion T(x) in Abhängigkeit von der Zahl der verbrauchten Einheiten x auf. Zeichne dazu zunächst ein Schaubild in ein Koordinatensystem mit der Skalierung 2 € = 1 cm und 10 Tarifeinheiten = 1 cm. Der Übersichtlichkeit halber kann die x–Achse (Einheiten) nach oben verschoben werden, so daß sie die y–Achse (€) erst bei y = 20 € schneidet.

Lösung:
$T(x) = 24{,}60\ €$ für $0 \le x \le 10$,

$T(x) = 0{,}23\ \frac{€}{\text{Einheit}} + 22{,}30\ €$ für $10 \le x$.

Aufgabe 6: Fahrtenschreiber (3)
Stelle die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion v(t) für den folgenden Ausschnitt eines Fahrtenschreibers auf. (Es sind drei verschiedene Gleichungen für die drei Abschnitte aufzustellen)



Lösung:

$$v(t) = \begin{cases} 2\ \frac{m}{s^2} \cdot t & \text{für} \quad 0s \le t \le 10s \\ 20\ \frac{m}{s} & \text{für} \quad 10s \le t \le 45s \\ 110\ \frac{m}{s} - 2\ \frac{m}{s^2} \cdot t & \text{für} \quad 45s \le t \le 55s \end{cases}$$

Aufgabe 7: Überholvorgang
Der Fahrer eines 5m langen Mercedes Diesel will mit 108 km/h einen 20 m langen Lastzug überholen, der mit 72 km/h vor ihm her fährt. Zu Beginn des Überholvorganges (t = 0 s) haben die beiden Fahrzeuge einen Abstand von 10 m.
a) Nach wie vielen Sekunden sind die beiden Fahrzeuge auf gleicher Höhe?
b) Welche Strecke hat der Mercedes bis dahin zurückgelegt?
c) Nach wie vielen s haben die beiden Fahrzeuge wieder einen Abstand von 10 m erreicht?
d) Welche Strecke hat das überholende Fahrzeug dann insgesamt zurückgelegt?
Zeichne zunächst ein Ort–Zeit–Diagramm mit dem Maßstab 10 m = 1 cm auf der s-Achse und 1 s = 1 cm auf der t-Achse. Trage dann die Ort-Zeit-Linien für PKW und Lastzug ein:
PKW-Heck: $s_{1h}(t)$ beginnend mit $s_{1h}(0s) = 0m$
PKW-Front: $s_{1f}(t)$ beginnend mit $s_{1f}(0s) = 5m$
Lastzug-Heck: $s_{2h}(t)$ beginnend mit $s_{2f}(0s) = 15m$
Lastzug-Front: $s_{2f}(t)$ beginnend mit $s_{2f}(0s) = 35m$

Lösung:

$s_{1h}(t) = 30\ \frac{m}{s} \cdot t$, $s_{1f}(t) = 30\ \frac{m}{s} \cdot t + 5\ m$, $s_{2h}(t) = 20\ \frac{m}{s} \cdot t + 15\ m$, $s_{2f}(t) = 20\ \frac{m}{s} \cdot t + 35\ m$

a) $t_0 = 3s$, b) $s_{1f}(3s) = s_{2f}(3s) = 95\ m$, c) $t_1 = 4{,}5\ s$, d) $s_{1h}(4{,}5s) = s_{2f}(4{,}5s) + 10\ m = 135\ m$

Aufgabe 8: Treffpunkt und -zeit.

Bauer Löffler fährt mit seinem Schlepper (54 km/h) von Waldshut nach Gurtweil (5 km). Sein Nachbar ist zur gleichen Zeit wie Löffler ($t = 0\ s$) in Gurtweil gestartet und rollt im Leerlauf mit 90 km/h hinunter nach Waldshut. Wann und wo treffen sich die beiden?

Zeichne zunächst ein Ort-Zeit-Diagramm mit dem Maßstab 1000 m = 1 cm auf der s-Achse und 20 s = 1 cm auf der t-Achse. Trage dann die beiden Ort-Zeit-Linien ein:

Löffler: $s_1(t)$ beginnend mit $s_1(0\ s) = 0\ m$ (Nullpunkt der s-Achse also nach Waldshut gelegt)

Nachbar: $s_n(t)$ beginnend mit $s_n(0\ s) = 5000\ m$ (s-Achse zeigt also Richtung Gurtweil).

Lösung:

$s_1(t) = 15\ \frac{m}{s} \cdot t$ und $s_n(t) = 5000\ m - 25\ \frac{m}{s} \cdot t$

$\Rightarrow$ Begegnung nach $t = 125\ s$ in $s_1(125\ s) = s_n(125\ s) = 3125\ m$ Entfernung von Waldshut.