

4.3. Aufgaben zu Wurzel- und Betragsfunktionen

Aufgabe 1: Verschiebung von Wurzelfunktionen

Bestimme den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen. Beschreibe die Lage ihres Schaubildes durch Angabe des „Scheitelpunktes“ sowie der „Öffnung“ und skizziere ihr Schaubild.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| a) $f(x) = \sqrt{x}$ | e) $f(x) = 2\sqrt{x}$ | i) $f(x) = \sqrt{3x-2}$ |
| b) $f(x) = \sqrt{x} + 2$ | f) $f(x) = 2\sqrt{x+1}$ | j) $f(x) = \sqrt{-x}$ |
| c) $f(x) = \sqrt{x-3}$ | g) $f(x) = 2\sqrt{x+1} - 3$ | k) $f(x) = \sqrt{2-x}$ |
| d) $f(x) = \sqrt{x-3} + 2$ | h) $f(x) = -3\sqrt{x-2}$ | l) $f(x) = \sqrt{4-3x} + 1$ |

Aufgabe 2: Umkehrfunktionen

Bestimme Funktionsgleichung und Definitionsbereich der Umkehrfunktion:

- | | | | |
|------------------------------|--------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) $f(x) = 2x$ | c) $f(x) = -x + 3$ | e) $f(x) = (x-1)^2 + 3$ | g) $f(x) = -5(x+1)^2 + 4$ |
| b) $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ | d) $f(x) = x^2 + 4x + 1$ | f) $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$ | h) $f(x) = \sqrt{4-3x} + 1$ |

Aufgabe 3: Verschiebung der Betragsfunktion

Bestimme den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen. Beschreibe die Lage ihres Schaubildes durch Angabe des „Scheitelpunktes“ sowie der „Öffnung“ und skizziere ihr Schaubild.

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-------------------------|
| a) $f(x) = x+2 - 1$ | c) $f(x) = x-3 - 3$ | e) $f(x) = x+2 + 3$ |
| b) $f(x) = x+2 + 1$ | d) $f(x) = x-1 - 2$ | f) $f(x) = -3 x+1 + 6$ |

Aufgabe 4: Betragsgleichungen

Bestimme die Nullstellen der Funktionen aus Aufgabe 4

Aufgabe 5: Betragungleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Betragungleichungen

- | | | | |
|------------------------------|-----------------------|--------------------|-----------------------|
| a) $f(x) = x+1 - 2 \neq 0$ | c) $ x+1 - 3 < 0$ | e) $ 2x+4 \leq 1$ | g) $ 0,5x^2 - 1 > 0$ |
| b) $ x-3 + 2 \neq 0$ | d) $ x-2 - 3 \geq 0$ | f) $ x-5 > 3$ | h) $ x+2 \leq 1$ |

4.3. Lösungen zu den Aufgaben zu Wurzel- und Betragsfunktionen

Aufgabe 1: Verschiebung von Wurzelfunktionen

Abkürzungen für die Öffnungsrichtung: r. = rechts, l. = links, o. = oben, u. = unten

- a) $D = [0; \infty[$, $S(0|0)$, r.o. e) $D = [0; \infty[$, $S(0|0)$, r.o. i) $D = [2/3; \infty[$, $S(3/3|0)$, r.o.
b) $D = [0; \infty[$, $S(0|2)$, r.o. f) $D = [-1; \infty[$, $S(-1|0)$, r.o. j) $D = [0; -\infty[$, $S(0|0)$, l.o.
c) $D = [3; \infty[$, $S(3|0)$, r.o. g) $D = [-1; \infty[$, $S(-1|-3)$, r.o. k) $D = [2; -\infty[$, $S(2|0)$, l.o.
d) $D = [3; \infty[$, $S(3|2)$, r.o. h) $D = [2; \infty[$, $S(2|0)$, r.u. l) $D = [4/3; -\infty[$, $S(4/3|0)$, l.o.

Aufgabe 2: Umkehrfunktionen

- a) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x$ mit $D = \mathbb{R}$ e) $f^{-1}(x) = \sqrt{x-3} + 1$ mit $D = [3; \infty[$
b) $f^{-1}(x) = 2x - 2$ mit $D = \mathbb{R}$ f) $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{1}{2}(x+1)} + 2$ mit $D = [-1; \infty[$
c) $f^{-1}(x) = -x + 3$ mit $D = \mathbb{R}$ g) $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{4}{5}(4-x)} - 1$ mit $D = [-4; \infty[$
d) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+3} - 2$ mit $D = [-3; \infty[$ h) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + \frac{4}{3}$ mit $D = [1; \infty[$

Aufgaben 3 und 4: Verschiebung und Nullstellen von Betragsfunktionen

- a) $S(-2|-1) \Rightarrow L = \{-3; -1\}$ c) $S(3|-3) \Rightarrow L = \{0; 6\}$ e) $S(-2|3) \Rightarrow L = \{\}$
b) $S(-2|1) \Rightarrow L = \{\}$ d) $S(1|-2) \Rightarrow L = \{-1; 3\}$ f) $S(-1|6) \Rightarrow L = \{-3; 1\}$

Aufgabe 5: Betragsungleichungen

- a) $L = \mathbb{R} \setminus]-3; 1[$ c) $L =]-4; 2[$ e) $L = [-2,5; -1,5]$ g) $L =]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$
b) $L = \mathbb{R}$ d) $L = \mathbb{R} \setminus [-1; 5]$ f) $L =]2; 8[$ h) $L = [-3; -1]$