

4.4. Prüfungsaufgaben zu Umkehrfunktionen

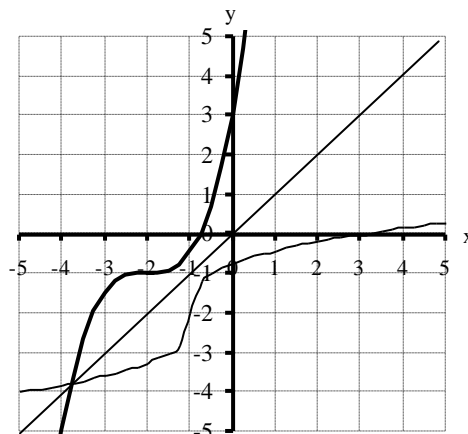
Aufgabe 1a (8)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^3 - 1$

- Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$. (3)
- Skizziere die Schaubilder von f und f^{-1} in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-4 \leq x, y \leq 4$ und 1 LE = 2 cm. (5)

Lösung

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2(x+1)} - 2$$



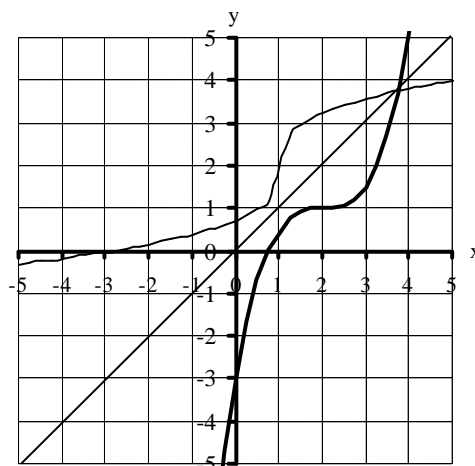
Aufgabe 1b (8)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^3 + 1$

- Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$. (3)
- Skizziere die Schaubilder von f und f^{-1} in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-4 \leq x, y \leq 4$ und 1 LE = 2 cm. (5)

Lösung

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2(x-1)} + 2$$



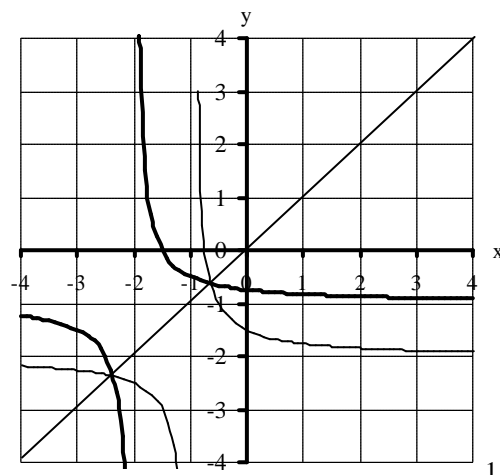
Aufgabe 2a (8)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^{-1} - 1$

- Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
- Bestimme den Definitionsbereich der Umkehrfunktion.
- Skizziere die Schaubilder von f und f^{-1} in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-4 \leq x, y \leq 4$ und 1 LE = 2 cm.

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^{-1} - 2 \text{ mit } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$



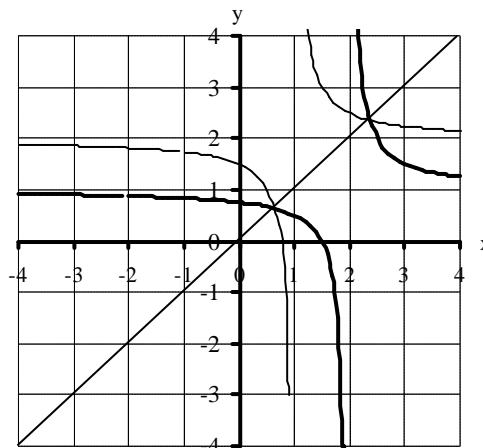
Aufgabe 2b (8)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}(x - 2)^{-1} + 1$

- a) Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$.
- b) Bestimme den Definitionsbereich der Umkehrfunktion.
- c) Skizziere die Schaubilder von f und f^{-1} in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-4 \leq x, y \leq 4$ und 1 LE = 2 cm.

Lösung

$f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^{-1} + 2$ mit $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

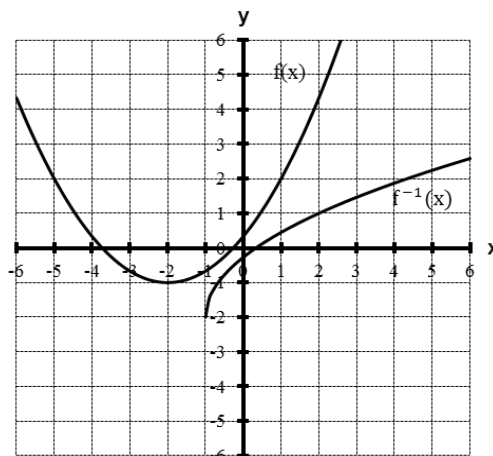


Aufgabe 3 (8)

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} zu $f(x) = \frac{1}{3}(x + 2)^2 - 1$. Untersuche f und f^{-1} auf Defintions- sowie Wertebereich und zeichne beide Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösungen:

Gleichung	$f(x) = \frac{1}{3}(x + 2)^2 - 1$	$f^{-1}(x) = \sqrt{3(x + 1)} - 2$
D =	$[-2; \infty[$	$[-1; \infty[$
W =	$[-1; \infty[$	$[-2; \infty[$



Aufgabe 4 (8)

Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} zu $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 2x + 1}$. Untersuche f und f^{-1} auf Defintions- sowie Wertebereich und zeichne beide Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösungen:

Gleichung	$f(x) = -\frac{1}{(x + 1)^2} + 1$	$f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}(1 - x)}} - 1$
D =	$] -1; \infty[$	$] -1; -\infty[$
W =	$] -1; -\infty[$	$] -1; \infty[$

