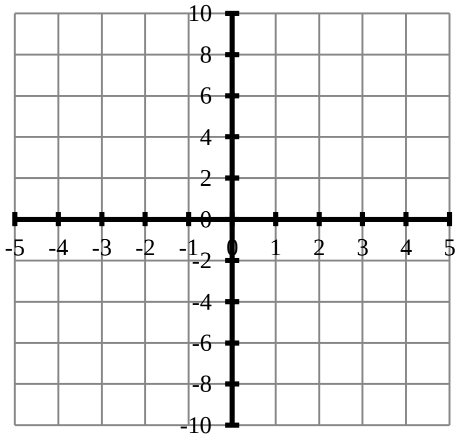
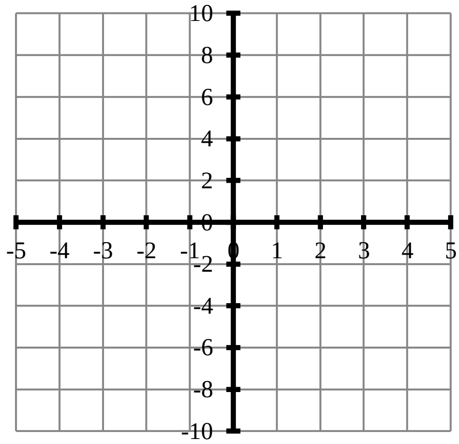
4.5. Beispiele zu ganzrationalen Funktionen

Bestimme die Normalform und zeichne die Schaubilder im vorgegebenen Bereich:

Grad n = 1 mit Leitkoeffizient $a_1 = 1$: von ________ nach ________:

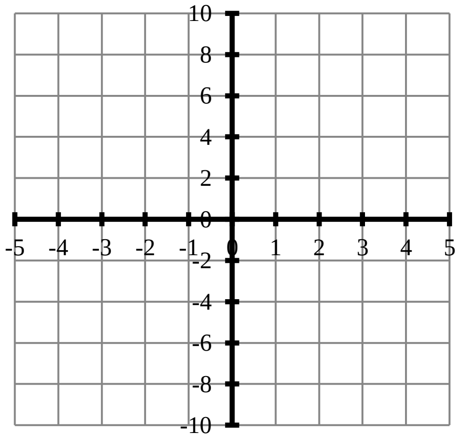


$f(x) = x$

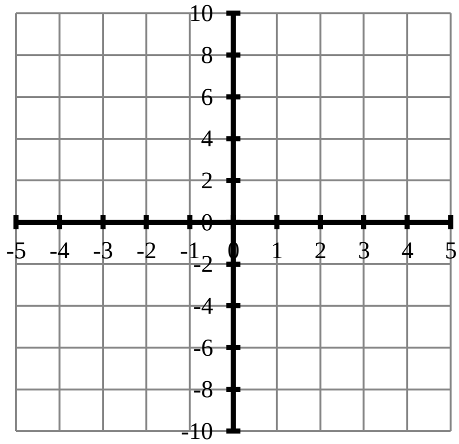


$f(x) = x + 1$

Grad n = 2 mit Leitkoeffizient $a_2 = 1$: von ________ nach ________:

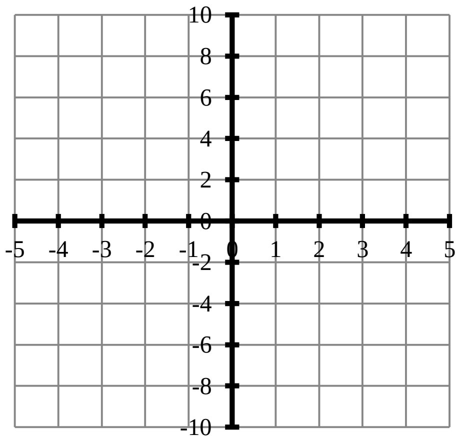


$f(x) = x^2$

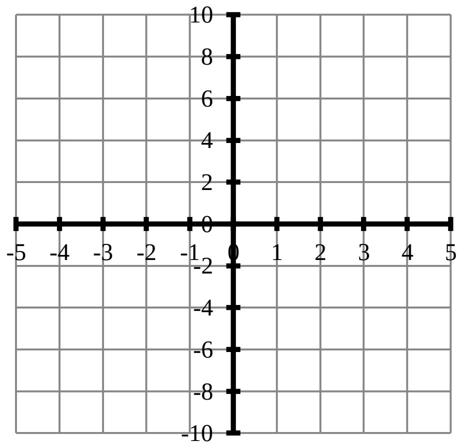


$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 2) =$

Grad n = 3 mit Leitkoeffizient $a_3 = 1$: von ________ nach ________:



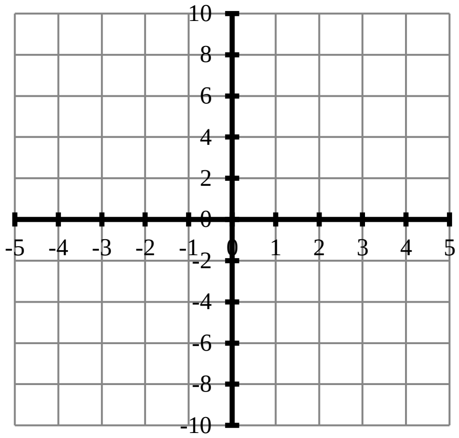
$f(x) = x^3$



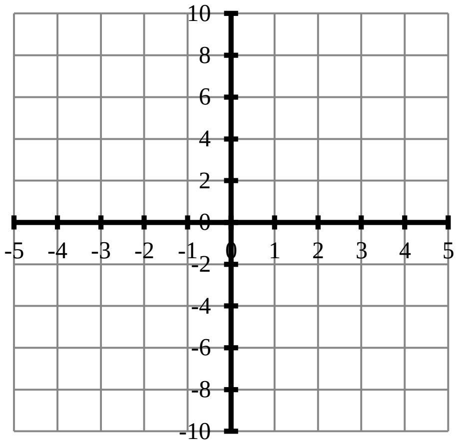
$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 1)\cdot(x - 3)$

$=$

Grad n = 4 mit Leitkoeffizient $a_4 = 1$: von ________ nach ________:



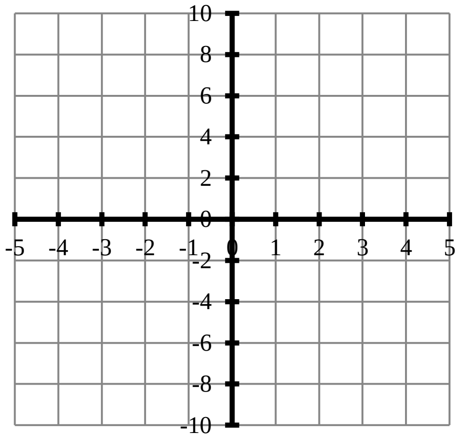
$f(x) = x^4$



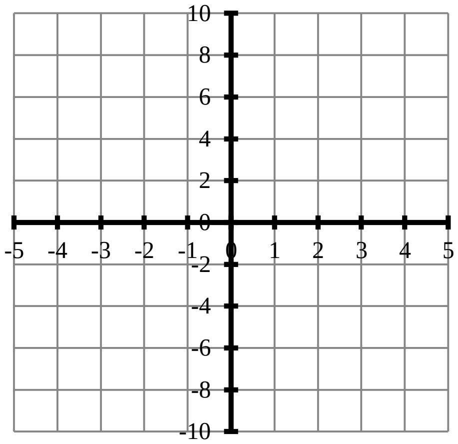
$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 1)^2\cdot(x - 3)$

$=$

Grad n = 5 mit Leitkoeffizient $a_5 = 1$: von ________ nach ________:



$f(x) = x^5$



$f(x) = (x + 3)\cdot(x + 2)\cdot x\cdot(x - 2)\cdot(x - 3)$

$=$

Satz über den Verlauf der Schaubilder ganzrationaler Funktionen für $x \to \pm\infty$

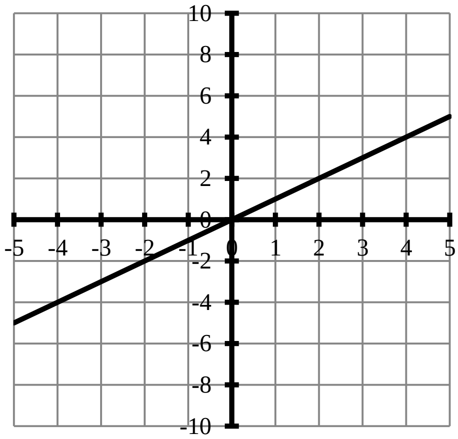
Grad n ist	**$a_n > 0$**	**$a_n < 0$**
gerade	kommt von ________ und geht nach ________	kommt von ________und geht nach ________
ungerade	kommt von ________und geht nach ________	kommt von ________und geht nach ________

Beweis:

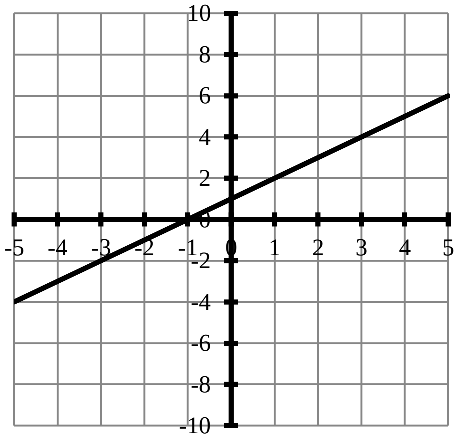
4.5. Lösungen zu den Beispielen zu ganzrationalen Funktionen

Bestimme die Normalform und zeichne die Schaubilder im vorgegebenen Bereich:

Grad n = 1 mit Leitkoeffizient $a_1 = 1$: von unten nach oben

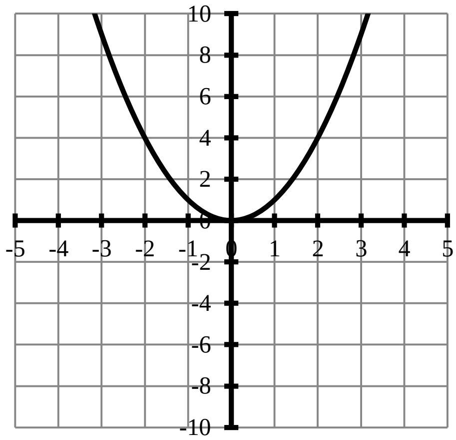


$f(x) = x$

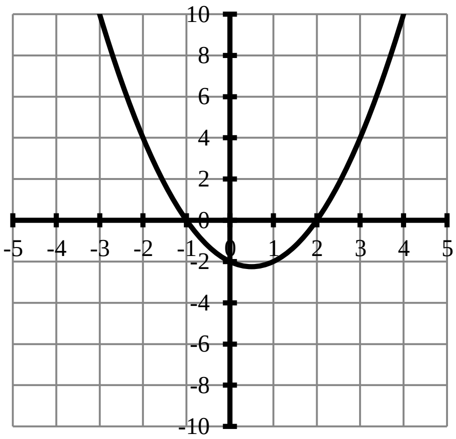


$f(x) = x + 1$

Grad n = 2 mit Leitkoeffizient $a_2 = 1$: von oben nach oben

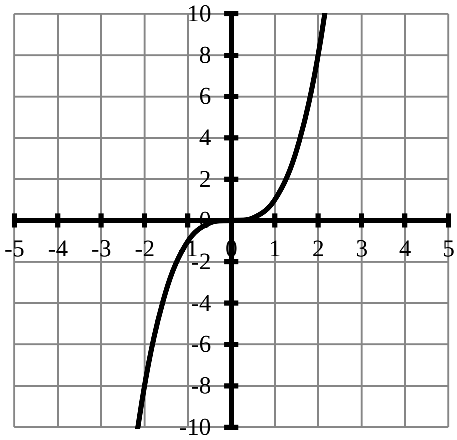


$f(x) = x^2$

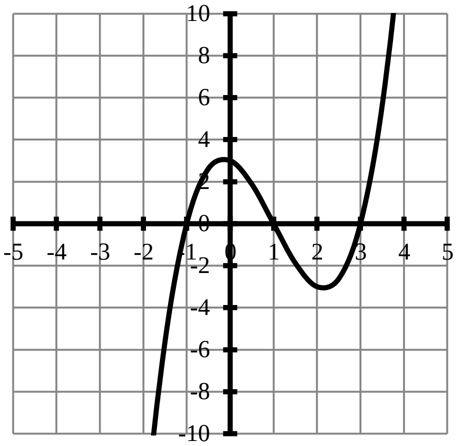


$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 2)$
$= x^2 - x - 2$

Grad n = 3 mit Leitkoeffizient $a_3 = 1$: von unten nach oben

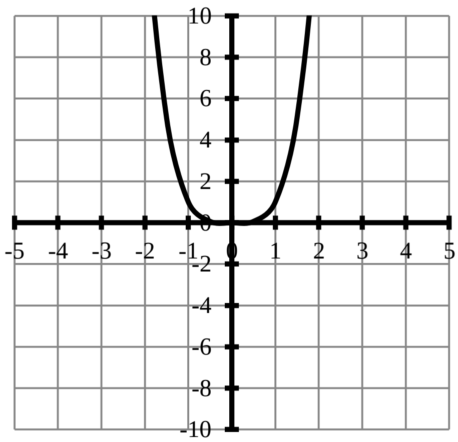


$f(x) = x^3$

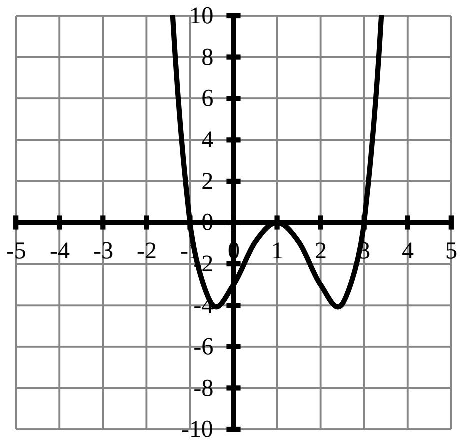


$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 1)\cdot(x - 3)$
$= x^3 - 3x^2 - x - 3$

Grad n = 4 mit Leitkoeffizient $a_4 = 1$: von oben nach oben

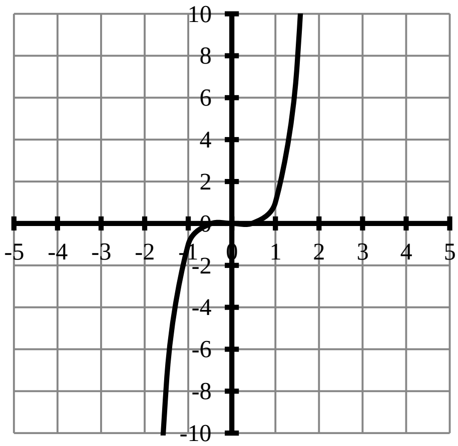


$f(x) = x^4$

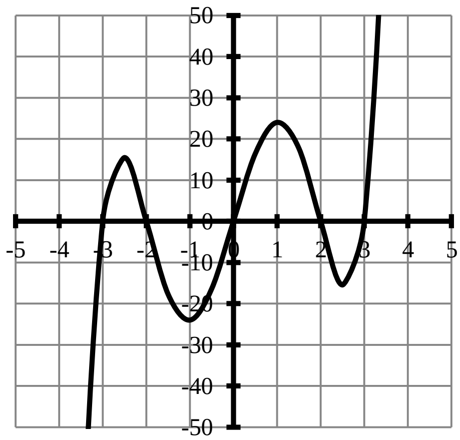


$f(x) = (x + 1)\cdot(x - 1)^2\cdot(x - 3)$
$= x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x - 3$

Grad n = 5 mit Leitkoeffizient $a_5 = 1$: von unten nach oben



$f(x) = x^5$



$f(x) = (x + 3)\cdot(x + 2)\cdot x\cdot(x - 2)\cdot(x - 3)$
$= x^5 - 13x^3 + 36x$

Satz über den Verlauf der Schaubilder ganzrationaler Funktionen für $x \to \pm\infty$

Grad n ist	$a_n > 0$	$a_n < 0$
gerade	kommt von oben und geht nach oben	kommt von unten und geht nach unten
ungerade	kommt von unten und geht nach oben	kommt von oben und geht nach unten

Beweis:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = a_n x^n \cdot \left(1 + \frac{a_{n-1}}{a_n x} + \frac{a_{n-2}}{a_n x^2} + \ldots + \frac{a_1}{a_n x^{n-1}} + \frac{a_0}{a_n x^n}\right)$$

Für $x \to \pm\infty$ strebt der Klammerausdruck gegen 1 und der Gesamtausdruck daher gegen $a_n x^n \cdot 1 = a_n x^n$.