

4.5. Prüfungsaufgaben zu gemeinsamen Punkten

Aufgabe 1: gemeinsame Punkte (6)

Berechne alle Achsenschnittpunkte sowie die gemeinsamen Punkte der beiden Funktionen $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 4x$ und $g(x) = x^2 - x + 3$ und skizziere ihren Verlauf in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösungen

$$f(x) = \frac{1}{3}x(x+6)(x-2) \text{ mit } S_{fx1}(0|0), S_{fx2}(-6|0) \text{ und } S_{fx3}(2|0) \quad (2)$$

$$g(x) = x^2 - x + 3 \text{ mit } S(-\frac{1}{2} | 3\frac{3}{4}) \text{ und } S_{gy}(0|3) \quad (1)$$

$$0 = f(x) - g(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - 3x - 3 = \frac{1}{3}(x-3)(x+1)(x+3) \\ \Rightarrow S_{fg1}(-3|15), S_{fg2}(-1|5) \text{ und } S_{fg3}(3|9) \quad (3)$$

Aufgabe 2: gemeinsame Punkte (6)

Berechne alle Achsenschnittpunkte sowie die gemeinsamen Punkte der beiden Funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 + \frac{1}{2}x$ und $g(x) = x - 1$ und skizziere ihren Verlauf in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{2}x(x-1)^2 \text{ mit } S_{fx1}(0|0) \text{ und } S_{fx2}(1|0) \text{ (doppelt } \Rightarrow \text{ Berührungspunkt)} \quad (2)$$

$$g(x) = x - 1 \text{ mit } S_{gx}(1|0) \text{ und } S_{gy}(0|-1) \quad (1)$$

$$0 = f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x - 2) \Rightarrow S_{fg1}(-1|-2), S_{fg2}(1|0) \text{ und } S_{fg3}(2|1) \quad (3)$$

Aufgabe 3: gemeinsame Punkte (6)

Berechne alle Achsenschnittpunkte sowie die gemeinsamen Punkte der beiden Funktionen $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x$ und $g(x) = x^2 - 1$ und skizziere ihren Verlauf in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{2}x(x^2 - 1) \text{ mit } S_{fx1}(0|0), S_{fx2}(-1|0) \text{ und } S_{fx3}(1|0) \quad (2)$$

$$g(x) = x^2 - 1 \text{ mit } S_{gx}(-1|0), S_{gx2}(1|0) \text{ und } S_{gy}(0|-1) \quad (2)$$

$$0 = f(x) - g(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x - 2) \Rightarrow S_{fg1}(-1|0), S_{fg2}(1|0) \text{ und } S_{fg3}(2|3) \quad (2)$$