

4.7. Prüfungsaufgaben zu Exponential- und Logarithmusfunktionen

Aufgabe 1: Funktionsanpassung bei Exponentialfunktionen (2)

Bestimme die Gleichung der Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a^x$, deren Schaubild durch die Punkte P und Q geht.

- P(1|2) und Q(2|1)
- P(1|2) und Q(2|8)
- P(-1|3) und Q(1|1)

Lösung:

- $f(x) = 4 \cdot 0,5^x$.
- $f(x) = 0,5 \cdot 4^x$.
- $f(x) = \sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$

Aufgabe 2: Funktionsanpassung bei Potenz- und Exponentialfunktionen (2)

Bestimme die Gleichungen der Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a^x$ und der Potenzfunktion $g(x) = b \cdot x^n$, deren Schaubilder durch die Punkte P und Q gehen.

- P(1| $\frac{3}{4}$) und Q(2|3)
- P(1| $\frac{4}{3}$) und Q(3|12)

Lösung:

- $f(x) = \frac{3}{16} \cdot 4^x$ und $g(x) = \frac{3}{4} \cdot x^2$
- $f(x) = \frac{4}{9} \cdot 3^x$ und $g(x) = \frac{4}{3} \cdot x^2$

Aufgabe 3: Exponential- und Logarithmusfunktionen im Vergleich (12)

- Zeichne die Schaubilder der Funktionen $f(x) = 2^x$ und $g(x) = \log_2 x$ in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$. (2)
- Gib den Definitionsbereich und den Wertebereich für beide Funktionen an. (4)
- Gib die Achsenschnittpunkte beider Schaubilder an. (2)
- In welcher geometrischen Beziehung stehen die beiden Schaubilder zueinander? (2)
- Untersuche beide Schaubilder auf Asymptoten. (2)

Lösung

- Schaubilder
- $D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$, $D_g = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$, $W_g = \mathbb{R}$.
- $f(x) = 3^x$ schneidet nur die y-Achse in $S_y(0|1)$. $f^{-1}(x) = \log_3(x)$ schneidet nur die x-Achse in $S_x(1|0)$.
- Durch Spiegelung des Schaubildes von f an der Geraden $y = x$ erhält man das Schaubild von g.
- Die negative x-Achse ist Asymptote von $f(x) = 3^x$ und die negative y-Achse ist Asymptote von $f^{-1}(x) = \log_3(x)$.

Aufgabe 4: Exponential- und Logarithmusfunktionen im Vergleich (12)

- Zeichne die Schaubilder der Funktionen $f(x) = 3^x$ und $f^{-1}(x) = \log_3 x$ in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$. (2)
- Gib den Definitionsbereich und den Wertebereich der beiden Funktionen an. (4)
- Gib die Achsenschnittpunkte beider Schaubilder an. (2)
- In welcher geometrischen Beziehung stehen die beiden Schaubilder zueinander? (2)
- Untersuche beide Schaubilder auf Asymptoten. (2)

Lösung

- Schaubilder
- $D_f = \mathbb{R}$, $W_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$, $D_g = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$, $W_g = \mathbb{R}$.
- $f(x) = 3^x$ schneidet nur die y-Achse in $S_y(0|1)$. $f^{-1}(x) = \log_3(x)$ schneidet nur die x-Achse in $S_x(1|0)$.

- d) Durch Spiegelung des Schaubildes von f an der Geraden $y = x$ erhält man das Schaubild von g .
 e) Die negative x -Achse ist Asymptote von $f(x) = 3^x$ und die negative y -Achse ist Asymptote von $f^{-1}(x) = \log_3(x)$.

Aufgabe 5: Umkehrfunktionen (4)

Vergleiche die Schaubilder der Funktionen $f(x) = x^2$ und $g(x) = 2^x$ sowie ihrer Umkehrfunktionen f^{-1} und g^{-1} im Hinblick auf Definitions- und Wertebereiche, Asymptoten und Achsenschnittpunkte anhand der untenstehenden Tabelle

Funktion	$f(x) = x^2$	$f^{-1}(x) =$	$g(x) = 2^x$	$g^{-1}(x) =$
D =				
W =				
Asymptoten				
Achsenschnittpunkte				

Lösung

Funktion	$f(x) = x^2$	$f^{-1}(x) = \sqrt{x}$	$g(x) = 2^x$	$g^{-1}(x) = \log_2(x)$
D =	\mathbb{R}	$[0; \infty[$	\mathbb{R}	$]0; \infty[$
W =	$[0; \infty[$	$[0; \infty[$	$]0; \infty[$	\mathbb{R}
Asymptoten	-	-	$y = 0$ für $x \rightarrow -\infty$	$x = 0$ für $y \rightarrow -\infty$
Achsenschnittpunkte	S(0 0)	S(0 0)	S(0 1)	S(1 0)

Aufgabe 6: Umkehrfunktionen (4)

Vergleiche die Schaubilder der Funktionen $f(x) = x^3$ und $g(x) = 3^x$ sowie ihrer Umkehrfunktionen f^{-1} und g^{-1} im Hinblick auf Definitions- und Wertebereiche, Asymptoten und Achsenschnittpunkte anhand der untenstehenden Tabelle.

Funktion	$f(x) = x^3$	$f^{-1}(x) =$	$g(x) = 3^x$	$g^{-1}(x) =$
D =				
W =				
Asymptoten				
Achsenschnittpunkte				

Lösung

Funktion	$f(x) = x^3$	$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x}$	$g(x) = 3^x$	$g^{-1}(x) = \log_3(x)$
D =	\mathbb{R}	$[0; \infty[$	\mathbb{R}	$]0; \infty[$
W =	\mathbb{R}	$[0; \infty[$	$]0; \infty[$	\mathbb{R}
Asymptoten	-	-	$y = 0$ für $x \rightarrow -\infty$	$x = 0$ für $y \rightarrow -\infty$
Achsenschnittpunkte	S(0 0)	S(0 0)	S(0 1)	S(1 0)

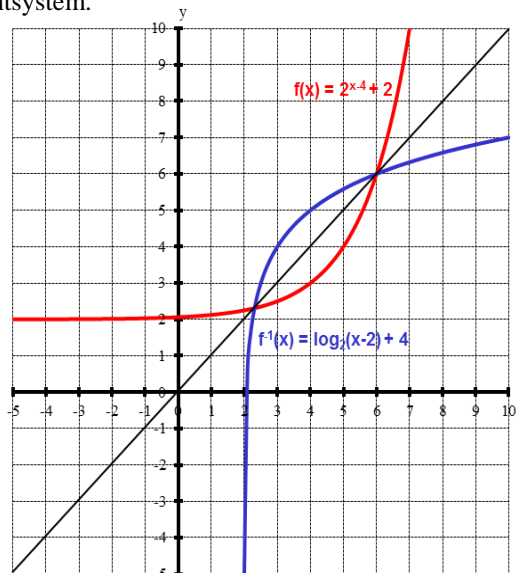
Aufgabe 7: Umkehrfunktionen (8)

Bestimme die Umkehrfunktion f^{-1} für $f(x) = 2^{x-4} + 2$ und gib die Definitionsbereiche für f und f^{-1} an. Zeichne f und f^{-1} mit ihren Asymptoten in ein gemeinsames Koordinatensystem.

Lösungen:

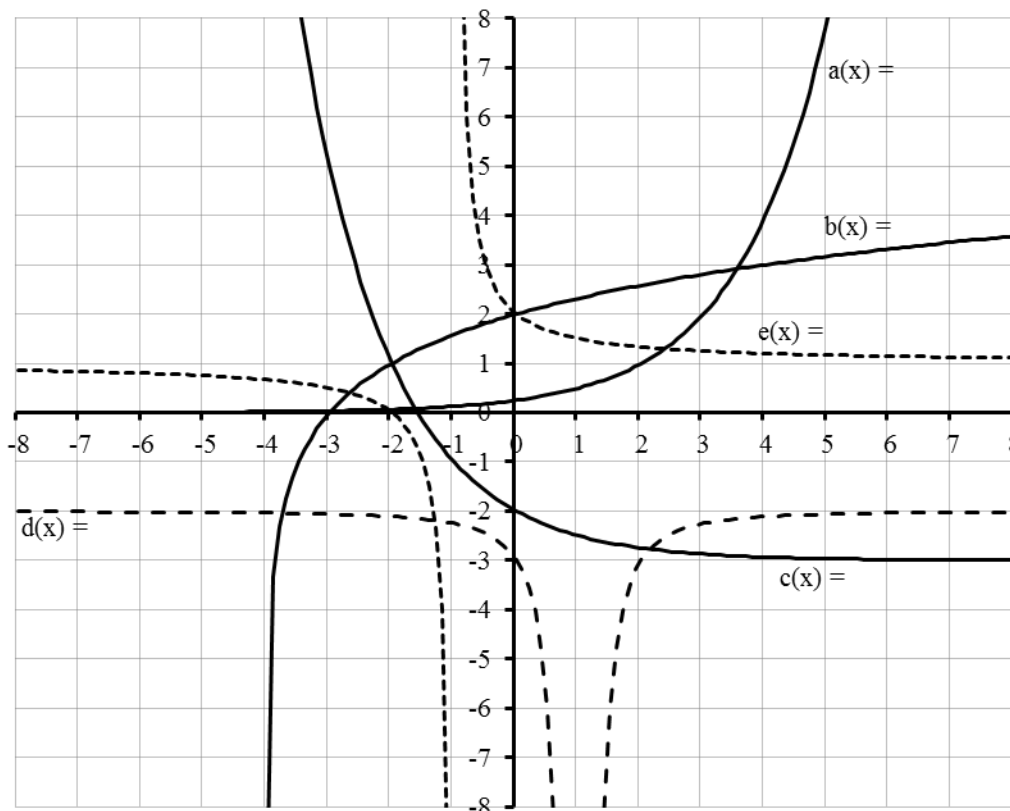
$f^{-1}(x) = \log_2(x - 2) + 4$ mit $D_f = \mathbb{R}$ und $D_{f^{-1}} =]2; \infty[$ (4)

Beschriftete Zeichnung mit Asymptoten (4)



Aufgabe 8: Funktionsgleichungen (10)

Bestimme die Gleichungen der abgebildeten Funktionen:



Lösungen

$a(x) = 2^{x-2}$; $b(x) = \log_2(x + 4)$; $c(x) = 2^{-x} - 3$; $d(x) = -\frac{1}{(x - 1)^2} - 2$; $e(x) = \frac{1}{x + 1} + 1$