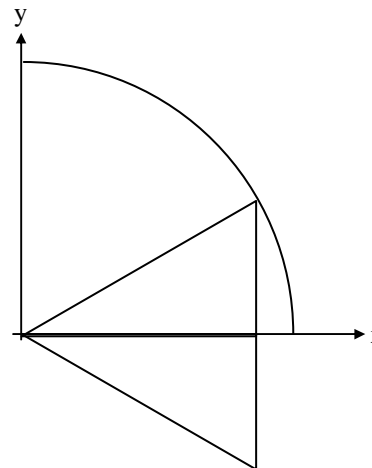
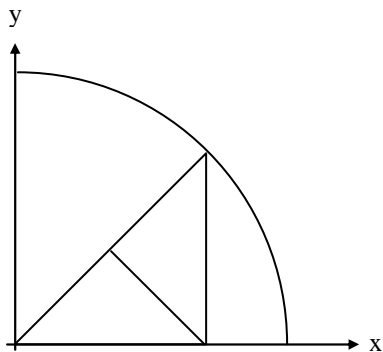
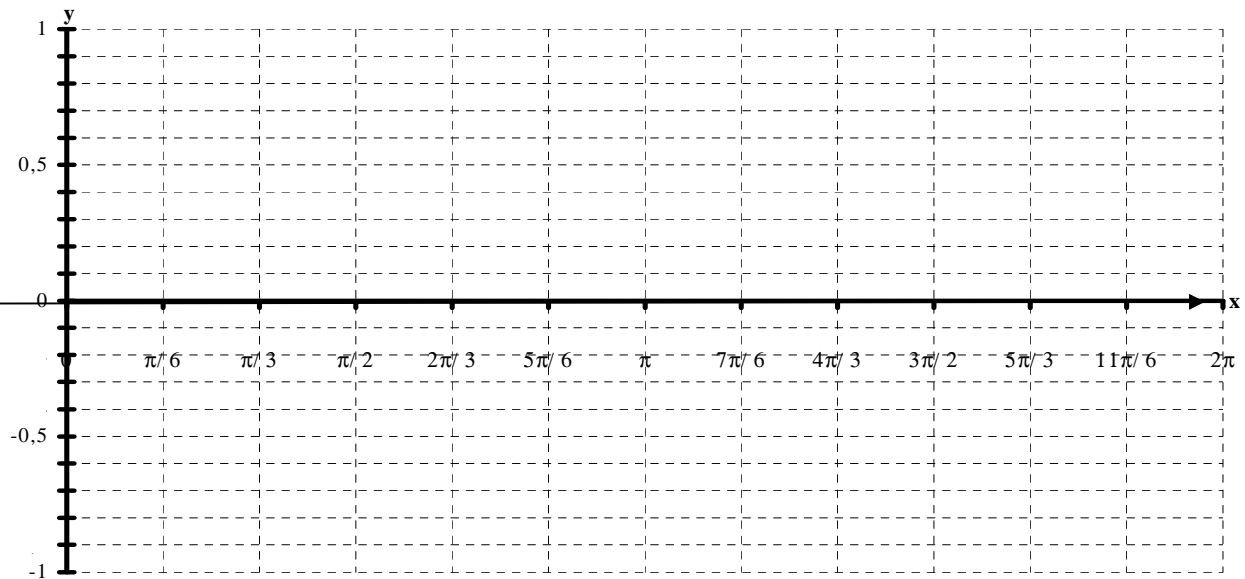
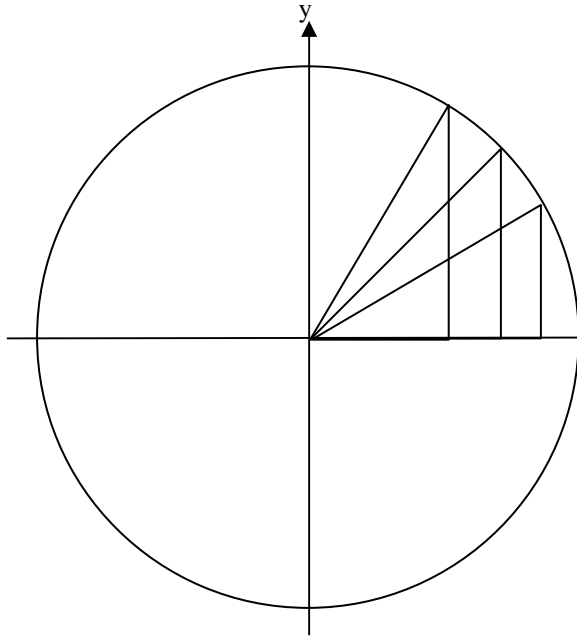


4.8. Schaubilder der trigonometrischen Funktionen

Aufgabe 1: Schaubilder der trigonometrischen Funktionen

Zeichne die Schaubilder von $\sin(x)$, $\cos(x)$ und $\tan(x)$ im Bereich $0 \leq x \leq 2\pi$ mit Hilfe des Einheitskreises und der Wertetabelle in das Koordinatensystem. Als Funktionswerte treten ausschließlich die unten angegebenen Zahlen auf: Sie sollen **ohne Taschenrechner** mit Hilfe der beiden Dreiecke berechnet werden.

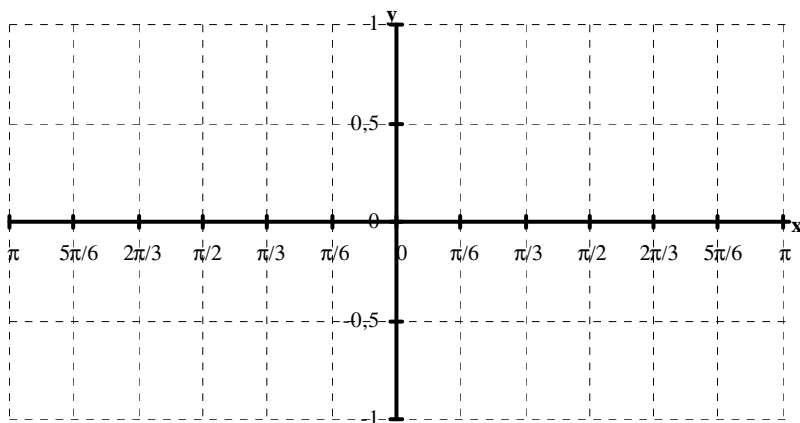


$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\sqrt{0} &= 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{1} &= 0,5 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} &\approx 0,70 \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} &\approx 0,87 \\ \frac{1}{2}\sqrt{4} &= 1 \end{aligned}$$

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Winkel x in Grad | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | 135 | 150 | 180 | 210 | 225 | 240 | 270 | 300 | 315 | 330 | 360 |
| Winkel x in Bogenmaß | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| sin x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| cos x | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| tan x | | | | | | | | | | | | | | | | | |

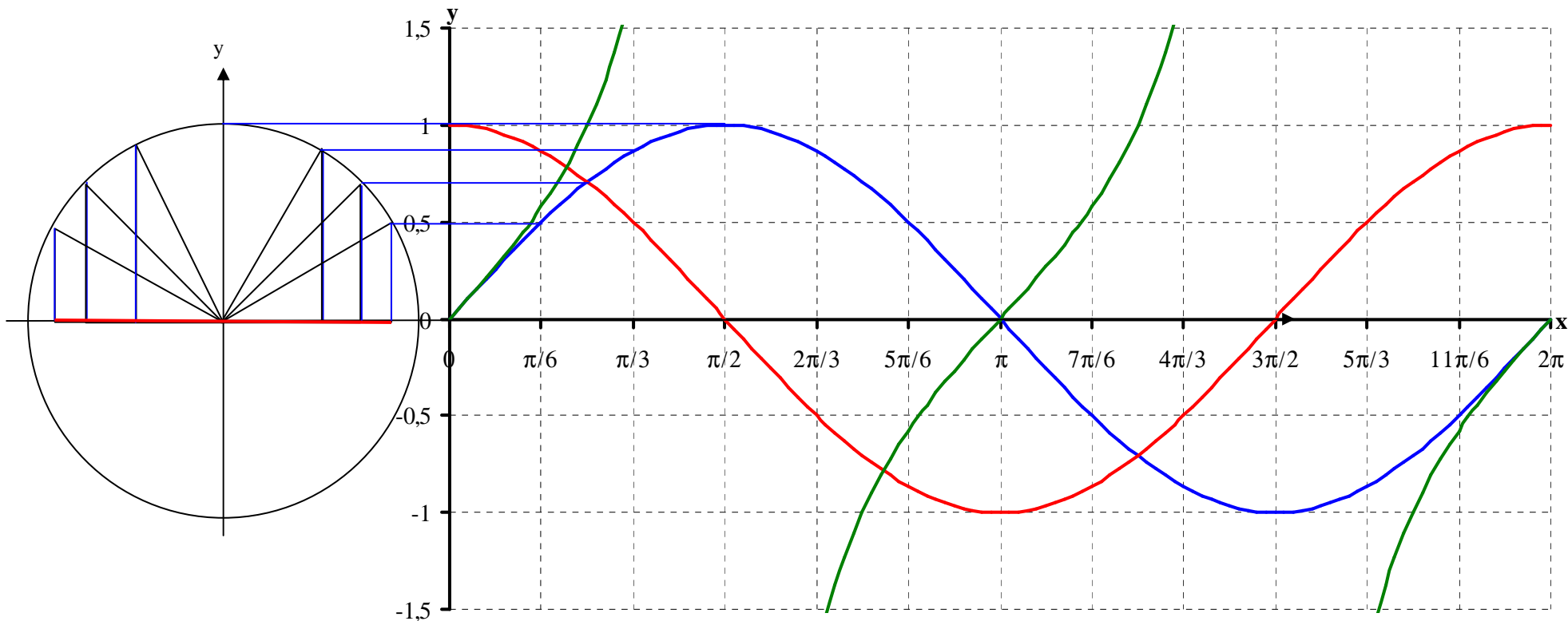
Aufgabe 2: Eigenschaften der Schaubilder

Skizziere die Schaubilder von $\sin(x)$, $\cos(x)$ und $\tan(x)$ im Bereich $-\pi \leq x \leq \pi$ noch einmal in das untenstehende Koordinatensystem und vervollständige dann die Tabelle:

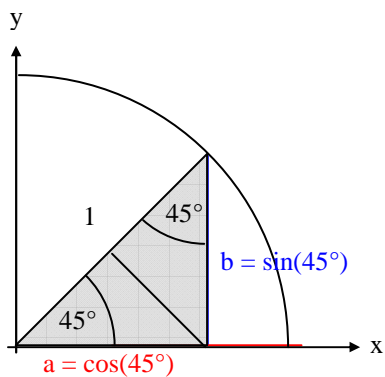


| $f(x) =$ | Definitionsbereich $D =$ | Wertebereich $W =$ | Periode $p =$ | Symmetrie |
|-----------|-----------------------------|-----------------------|------------------|-----------|
| $\sin(x)$ | | | | |
| $\cos(x)$ | | | | |
| $\tan(x)$ | | | | |

4.8. Lösungen zu den Schaubildern der trigonometrischen Funktionen



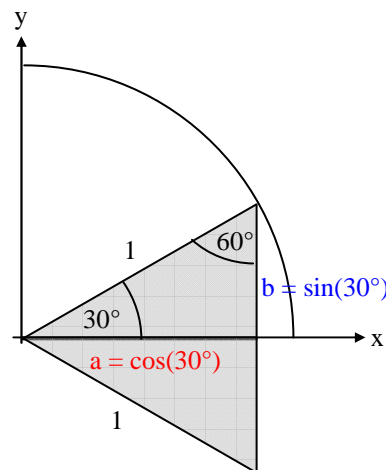
Für $\alpha = 30^\circ$ ist das Dreieck **gleichseitig** mit



Für $\alpha = 45^\circ$ ist das Dreieck **gleichschenkelig** mit $\sin(45^\circ) = b = a = \cos(45^\circ)$. Nach **Pythagoras** gilt

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \Leftrightarrow \\ a^2 + a^2 &= 1^2 \Leftrightarrow \\ 2a^2 &= 1 \Leftrightarrow \\ a &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{2}}$$



$$\boxed{\cos(60^\circ) = \sin(30^\circ) = b = \frac{1}{2}}$$

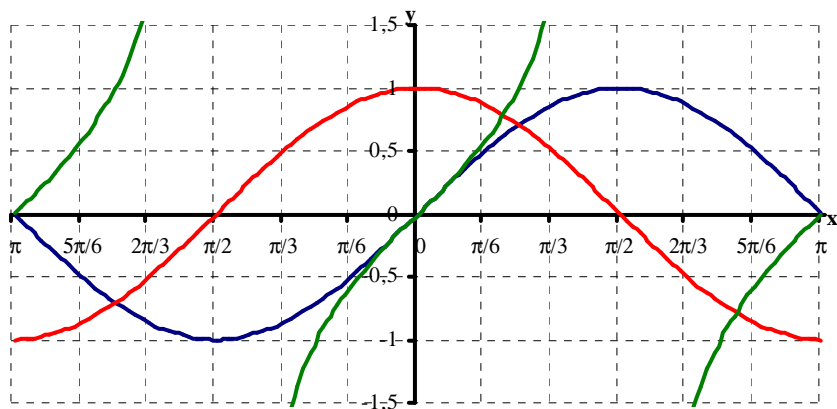
Nach **Pythagoras** gilt

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= c^2 \Leftrightarrow \\ a^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= 1^2 \Leftrightarrow \\ a^2 &= \frac{3}{4} \Leftrightarrow \\ a &= \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\boxed{\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) = \frac{1}{2}\sqrt{3}}$$

| Winkel x in Grad | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 120 | 135 | 150 | 180 | 210 | 225 | 240 | 270 | 300 | 315 | 330 | 360 |
|----------------------|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|--------|
| Winkel x in Bogenmaß | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2}{3}\pi$ | $\frac{3}{4}\pi$ | $\frac{5}{6}\pi$ | π | $\frac{7}{6}\pi$ | $\frac{5}{4}\pi$ | $\frac{4}{3}\pi$ | $\frac{3}{2}\pi$ | $\frac{5}{3}\pi$ | $\frac{7}{4}\pi$ | $\frac{11}{6}\pi$ | 2π |
| sin x | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 |
| cos x | 1 | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | 1 |
| tan x | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | - | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | - | $-\sqrt{3}$ | -1 | $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |

2. Eigenschaften der Schaubilder



| f(x) = | Definitionsbereich D = | Wertebereich W = | Periode p = | Symmetrie |
|--------|---|---------------------|----------------|------------------------------------|
| sin(x) | \mathbb{R} | $[-1; 1]$ | 2π | ungerade: $\sin(-x) = -\sin(x)$ |
| cos(x) | \mathbb{R} | $[-1; 1]$ | 2π | gerade: $\cos(-x) = \cos(x)$ |
| tan(x) | $\mathbb{R} \setminus \{ \frac{\pi}{2} + z \cdot \pi : z \in \mathbb{Z} \}$ | \mathbb{R} | π | ungerade: $\tan(-x) = -\tan(x)$ |