

5.1. Prüfungsaufgaben zu Grenzwerten

Aufgabe 1: Grenzverhalten von Funktionen

Untersuche die folgenden drei Funktionen auf

- Definitions- und Wertebereich
- Achsenschnittpunkte
- Symmetrie
- Asymptoten sowie hebbare Lücken

und zeichne jeweils eine Schaubildskizze.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - x^2 - x + 2 \quad (5)$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3} \quad (6)$$

$$h(x) = \frac{e^x}{x^2} \quad (4)$$

Aufgabe 2: Grenzverhalten von Funktionen

Untersuche die folgenden drei Funktionen auf

- Definitions- und Wertebereich
- Achsenschnittpunkte
- Symmetrie
- Asymptoten sowie hebbare Lücken

und zeichne jeweils eine Schaubildskizze.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 3 \quad (5)$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2} \quad (6)$$

$$h(x) = \frac{x^2}{e^x} \quad (4)$$

Aufgabe 3: Grenzwerte für $x \rightarrow x_0$ und $x \rightarrow \pm\infty$ (4)

Bestimmen Sie, falls möglich, die folgenden Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5}{2x^2 + 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$$

Lösung

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 5}{2x^2 + 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{4}{x^2}} = \frac{3}{2} - 0 = \frac{3}{2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} x+1 = 3+1=4$$

Aufgabe 4: Grenzwerte für $x \rightarrow x_0$ und $x \rightarrow \pm\infty$ (4)

Bestimmen Sie, falls möglich, die folgenden Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x + 1}{3x^2 + x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$$

Lösung

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x + 1}{3x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{3} - \frac{\frac{1}{3}x - 1}{3x^2 + x} = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+5)(x-2)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} x + 5 = 2 + 5 = 7$$

Aufgabe 5: Grenzwerte für $x \rightarrow x_0$ und $x \rightarrow \pm\infty$ (4)

Bestimmen Sie, falls möglich, die folgenden Grenzwerte:

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - x + 7}{3x^2 - 2x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5}$$

Lösung

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - x + 7}{3x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{3} - \frac{\frac{5}{3}x + 7}{3x^2 - 2x} = \frac{4}{3} - 0 = \frac{4}{3}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x+5)(x-2)}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -5} x - 2 = -5 - 2 = -7$$