

Zusammenfassung Kurvenuntersuchung

Nützliche Begriffe

- **Ableitung f' = Tangentensteigung**
- **Ableitung f'' = Krümmung**
- Eine Bedingung A ist **notwendig** für die Eigenschaft B, wenn A bei jedem Auftreten von B erfüllt ist.
- Eine Bedingung A ist **hinreichend** für die Eigenschaft B, wenn B bei jedem Auftreten von A erfüllt ist.

1. Symmetrie:

Zeige mit Hilfe einer geeigneten Verschiebung, dass die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 5$ symmetrisch zum Punkt $P(1|2)$ ist.

2. Logik: notwendig und hinreichend:

Max sagt: „Wenn die Sonne scheint, gehe ich ins Freibad.“

Peter sagt: „Wenn ich ins Freibad gehe, scheint die Sonne.“

- a) Welcher von beiden geht möglicherweise auch bei Regen ins Freibad?
- b) Für welchen von beiden ist Sonnenschein eine notwendige und für welchen eine hinreichende Bedingung für den Freibadbesuch?

3. Hochpunkte:

Zeige an einem selbst gewählten Beispiel, wie man einen Hochpunkt mit Hilfe der 1. Ableitung bestimmt.

4. Notwendige und hinreichende Kriterien für Hochpunkte (siehe 2.)

Begründe die folgende Aussage am Beispiel $f(x) = -x^4$: „Die Bedingung $f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0$ ist hinreichend aber nicht notwendig für das Auftreten eines Hochpunktes an der Stelle x .“

5. Tiefpunkte:

Zeige an einem selbst gewählten Beispiel, wie man einen Tiefpunkt mit Hilfe der 1. Ableitung bestimmt.

6. Notwendige und hinreichende Kriterien für Tiefpunkte (siehe 2.)

Begründe die folgende Aussage am Beispiel $f(x) = x^4$: „Die Bedingung $f'(x) = 0$ und $f''(x) > 0$ ist hinreichend aber nicht notwendig für das Auftreten eines Tiefpunktes an der Stelle x .“

7. Wendepunkte:

Zeige an einem selbst gewählten Beispiel, wie man einen Wendepunkt mit Hilfe der 2. Ableitung bestimmt.

8. Notwendige und hinreichende Kriterien für Wendepunkte

Begründe die folgende Aussage am Beispiel $f(x) = x^5$: „Die Bedingung $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$ ist hinreichend aber nicht notwendig für das Auftreten eines Wendepunktes an der Stelle x .“

9. Extrempunkte der 1. Ableitung

Zeige an einem selbst gewählten Beispiel, welche Bedeutung Extrempunkte der 1. Ableitung f' für das Schaubild der ursprünglichen Funktion f haben.