

Anwendungsaufgaben zur Kurvendiskussion rationaler Funktionen

Aufgabe 1: Sauerstoffbindungskurven

Der Sauerstofftransport im Blut wird überwiegend durch den Blutfarbstoff Hämoglobin geleistet. In der Lunge nimmt das Hämoglobin Sauerstoff aus der Luft auf und gibt diesen in den meisten Körpergeweben wieder ab. Die Aufnahme und Abgabe von Sauerstoff ist deshalb möglich, weil sich die Sauerstoffsättigung S des Moleküls in Abhängigkeit vom Sauerstoffgehalt p der Umgebung ändert. Bei dem maximalen Sauerstoffgehalt $p = 21\%$ in der Lunge ist die Sauerstoffsättigung S des Moleküls ebenfalls hoch. Auf dem Weg durch die sauerstoffärmeren Körpergewebe nimmt S ab und der Sauerstoff wird freigesetzt. Näherungsweise gilt der Zusammenhang

$$S_1(p) = \frac{42198 \cdot p^3}{421,98 \cdot p^3 + 17567} \quad \text{mit } S \text{ und } p \text{ in } \%$$

In den Muskelzellen wird der Sauerstoff durch den Muskelfarbstoff Myoglobin gespeichert. Dort gilt

$$S_2(p) = \frac{750 \cdot p}{7,5 \cdot p + 2,8}$$

- Zeichnen Sie die Sauerstoffbindungskurven von Hämoglobin und Myoglobin in einem geeigneten Bereich in ein gemeinsames Koordinatensystem.
- Myoglobin gibt im Unterschied zu Hämoglobin über einen breiten Bereich von p nur wenig Sauerstoff ab. Belegen Sie diese Aussage durch den Vergleich der beiden Sauerstoffbindungskurven an den Stellen $p = 3\%$ und $p = 13\%$. Wie lässt sich das unterschiedliche Verhalten der beiden Moleküle mit Hilfe der unterschiedlichen biologischen Funktionen der beiden Moleküle erklären?
- Bestimmen Sie den Wendepunkt der Sauerstoffbindungskurven von Hämoglobin. Welche biologische Bedeutung hat dieser Punkt?

Aufgabe 2: Muskelleistung

Belastet man einen Muskel durch ein Gewicht, so zieht sich der Muskel zusammen. Der Zusammenhang zwischen der Gewichtskraft F in N und der der Geschwindigkeit v in m/s, mit der sich der Muskel zusammen zieht, ist

$(F + a) \cdot (v + b) = c$, wobei a , b und c vom Muskel abhängige Konstanten sind.

- Drücken Sie die Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Gewichtskraft F aus

- Für einen menschlichen Armmuskel ergeben sich die nebenstehenden Messwerte. Berechnen Sie die Konstanten a , b und c . Zeichnen Sie dann ein Schaubild der Funktion $v(F)$.

| | | | |
|----------|------|------|------|
| F in N | 10 | 50 | 150 |
| V in m/s | 7,70 | 2,62 | 0,46 |

- Welche Kontraktionsgeschwindigkeit ergibt sich bei einer Belastung von 100 Newton? Beschreiben Sie eine praktische Lebenssituation, in der diese Belastung und diese Kontraktionsgeschwindigkeit eine Rolle spielen.
- Bei welcher Geschwindigkeit v ist die mechanische Leistung $P(v) = F(v) \cdot v$ des Muskels am größten? Welche Rolle spielt diese optimale Kontraktionsgeschwindigkeit im Alltag z.B. beim Fahrradfahren oder Bewegen von grossen und kleinen Lasten? Warum kann man mittelgrosse Steine weiter werfen als ganz grosse und ganz kleine?