

5.5. Anwendungsaufgaben aus der Physik

Aufgabe 1: Kinematik

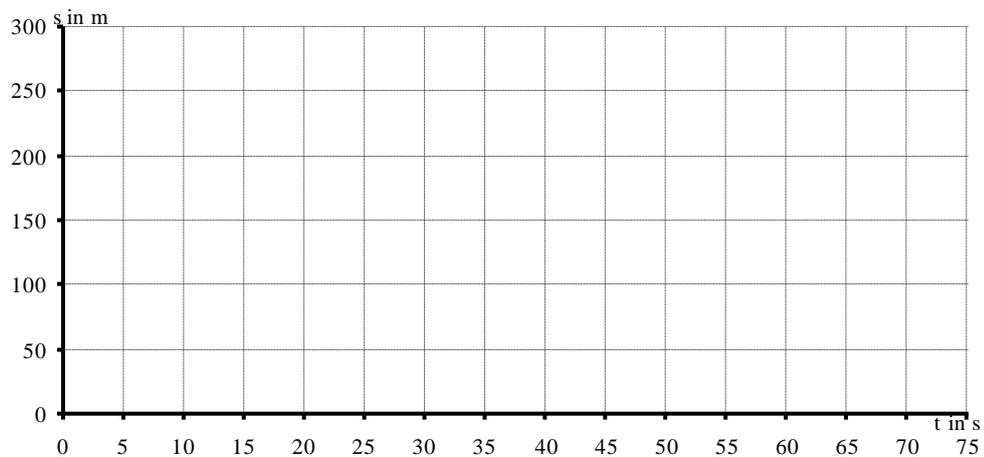
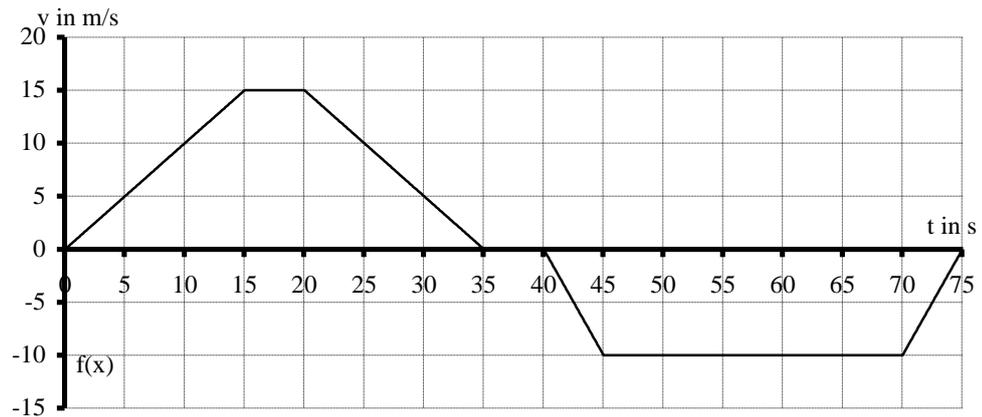
Skizzieren Sie die Geschwindigkeits-Zeit- und Weg-Zeit Diagramme im Bereich $0 < t < 10$ s und stellen Sie die Funktionsgleichungen für $v(t)$ und $s(t)$ auf.

- Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s.
- Ein Körper wird mit 1 m/s^2 aus der Ruhelage im Ursprung beschleunigt.
- Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zum Ursprung und beschleunigt dann mit 1 m/s^2 .
- Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zum Ursprung und verzögert dann mit -1 m/s^2 bis zum Stillstand.
- Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zur Stelle $s_0 = 3$ m und verzögert dann mit -1 m/s^2 bis zum Stillstand.
- Ein Körper bewegt sich mit wechselnden Geschwindigkeiten $v(t)$ und passiert bei $t = 0$ die Stelle s_0 . Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen $s(t)$ und $v(t)$ mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 2: Fahrtenschreiber

In den Meßzügen der Bahn werden Fahrtenschreiber verwendet, die im Gegensatz zum LKW-Fahrtenschreiber auch die Fahrtrichtung aufzeichnen:

- Geben Sie die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion in sieben Abschnitten an.
- Ermitteln Sie anhand der Dreiecksflächen, wie weit sich der Meßwagen vom Startpunkt entfernt und ob er wieder zum Startpunkt zurückkehrt.
- Geben Sie die dazugehörige Weg-Zeit-Funktion ebenfalls in sieben Abschnitten an.
- Tragen Sie $s(t)$ in das Schaubild ein



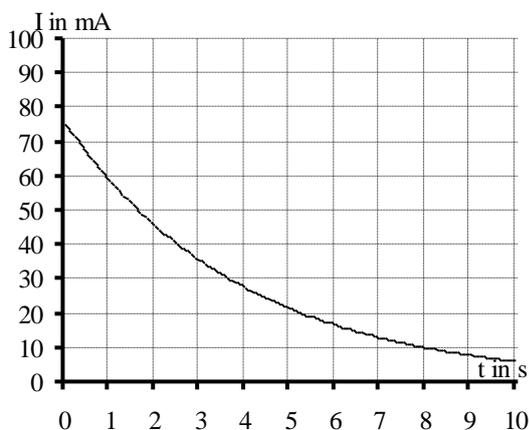
Aufgabe 3: Bremsvorgang

Zwei 5 m lange Fahrzeuge A und B fahren im Abstand von 6 m mit der gleichen Geschwindigkeit von 108 km/h auf der Bundesstraße. Plötzlich springt 120 m vor dem vorderen Fahrzeug B ein Reh auf die Straße. Nach einer Reaktionszeit von 1 s bremst Fahrer B mit -6 m/s^2 . Fahrer A sieht das Reh nicht, bemerkt aber die Bremslichter seines Vordermannes und bremst nach einer Reaktionszeit von 0,6 s mit -8 m/s^2 .

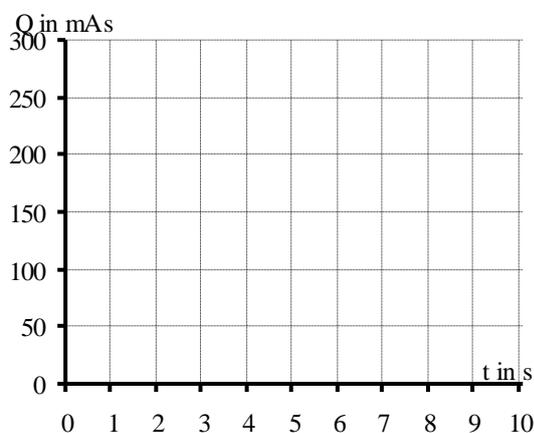
- Zeichnen Sie die Geschwindigkeits-Zeit-Funktionen $v_A(t)$ und $v_B(t)$ in ein gemeinsames Diagramm und geben Sie ihre Funktionsgleichungen in vier Abschnitten an.
- Zeichnen Sie die Weg-Zeit-Funktionen $s_A(t)$ und $s_B(t)$ in ein gemeinsames Diagramm und geben Sie ihre Funktionsgleichungen in vier Abschnitten an.
- Das Reh bleibt auf der Straße stehen und startt geblendet in die heranschießenden Scheinwerferkegel. Überlebt es und wenn ja, in welcher Entfernung vom Reh kommt Fahrzeug A zum Stillstand?
- Gibt es einen Auffahrunfall und wenn nicht, in welcher Entfernung von A kommt Fahrzeug B zum Stillstand?
- Wann und wo ist der Abstand zwischen A und B minimal?

Aufgabe 4: Laden eines Kondensators

Beim Laden eines Akkus oder eines Kondensators mit konstanter Ladespannung nimmt der Ladestrom $I(t)$ **exponentiell** ab, da die bereits vorhandene Ladung eine Gegenspannung erzeugt. Gegeben sei die folgenden Strom-Zeit-Kurve:



- Geben Sie unter der Annahme einer exponentiellen Abnahme mit Hilfe zweier Werte eine passende Funktionsgleichung für $I(t)$ an.
- Geben Sie die Funktionsgleichung für die Ladungs-Zeit-Kurve $Q(t)$ an und skizzieren Sie ihr Schaubild für $0 < t < 10 \text{ s}$. Hinweis: $I(t) = Q'(t)$.
- Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t)$. Wie nennt man das Wachstum gegen einen solchen Grenzwert und wie heißt dann dieser Grenzwert?



Aufgabe 5: Hubarbeit im Vakuum

Ein Körper mit der Masse $m = 2 \text{ kg}$ soll um $h = 1,5 \text{ m}$ angehoben werden. Auf ihn wirkt auf dem Erdboden die (näherungsweise) konstante Gravitationskraft $F_g = mg$ mit der Schwerebeschleunigung $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Wie berechnet sich die mechanische Arbeit $W(s)$, die man benötigt, um einen Körper gegen die konstante Kraft F um die Wegstrecke s zu bewegen?
- Tragen Sie die Gravitationskraft $F(s)$ und die Hubarbeit $W(s)$ über die Wegstrecke s in zwei Schaubilder ein.
- Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen $F(s)$ und $W(s)$ mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 6: Spannarbeit an einer Feder

Eine Feder soll um $s = 3$ cm gedehnt werden. Die Rückstellkraft $F(s)$ ist nach dem Hook'schen Gesetz proportional zur Dehnung s : $F(s) = D \cdot s$ mit der Federkonstanten $D = 10$ N/cm.

- Tragen Sie die Rückstellkraft $F(s)$ und die Spannarbeit $W(s)$ über die Wegstrecke s in zwei Schaubilder ein.
- Stellen Sie die Formel für die Berechnung der Spannarbeit $W(s)$ in Abhängigkeit von der Dehnung s auf.
- Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen $F(s)$ und $W(s)$ mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 7: Hubarbeit im Wasser

Ein Betonwürfel ($\rho = 2,5$ g/cm³) mit der Kantenlänge 1 m steht auf dem Boden eines Kanale mit 2 m Wassertiefe. Er soll um insgesamt 4 m angehoben und ans Ufer gesetzt werden. Die **Schwerebeschleunigung** ist $g = 10$ m/s² und die **Dichte des Wassers** $\rho = 1$ g/cm³.

- Was versteht man unter dem **Prinzip von Archimedes**?
- Tragen Sie die erforderliche Hubkraft $F(s)$ in kN über die Hubstrecke s in m auf.
- Geben Sie die Funktionsgleichungen für $F(s)$ in drei Abschnitten $[0\text{m}; 1\text{m}]$, $[1\text{m}; 2\text{m}]$ und $[2\text{m}; 4\text{m}]$ an.
- Tragen Sie die erforderliche Hubarbeit $W(s)$ in kNm über die Hubstrecke s in m auf.
- Geben Sie die Funktionsgleichungen für $W(s)$ in drei Abschnitten $[0\text{m}; 1\text{m}]$, $[1\text{m}; 2\text{m}]$ und $[2\text{m}; 4\text{m}]$ an.

Aufgabe 8: Hubarbeit gegen abnehmende Gravitationskraft

Ein Satellit mit der Masse $m = 1000$ kg soll von der Erdoberfläche $r_1 = 6300$ km auf die geostationäre Umlaufbahn in einer Entfernung von $r_2 = 35\,800$ km geschossen werden. Auf einen Körper der Masse m in der

Entfernung $r \geq r_1$ vom Erdmittelpunkt wirkt die Gravitationskraft $F_g(r) = \gamma \frac{m \cdot M}{r^2}$ mit der Gravitationskonstante γ

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \text{ und der Erdmasse } M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

- Geben Sie die Gleichung für die Erdanziehungskraft $F(r)$ im Abstand $r \geq 6300$ km vom Erdmittelpunkt an.
- Geben Sie die Gleichung für die Hubarbeit $W(r)$ an, die man aufwenden muss, um dem Körper von der Erdoberfläche ($r_1 = 6300$ km) auf eine beliebige Entfernung $r \geq r_1$ vom Erdmittelpunkt zu schießen.
- Berechnen Sie $W(35\,800 \text{ km})$ und $\lim_{r \rightarrow \infty} W(r)$. Welche praktische Bedeutung hat das zweite Ergebnis?

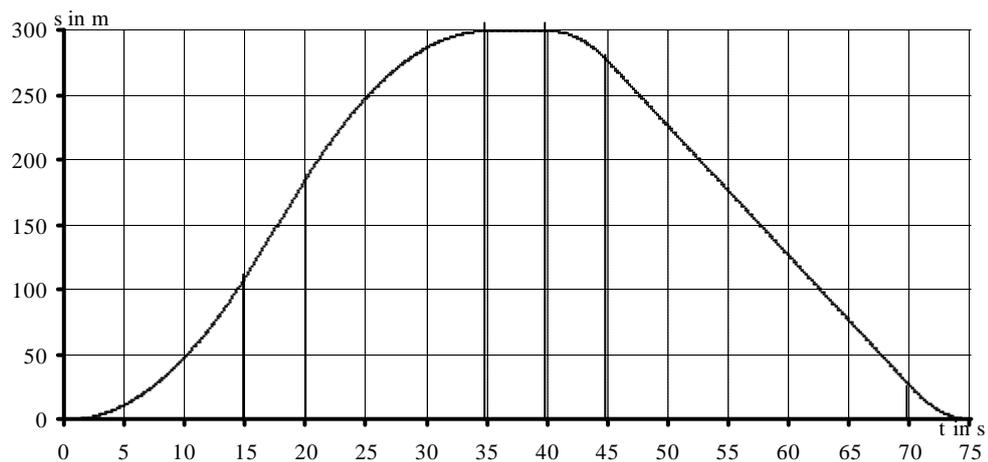
5.5. Lösungen zu den Anwendungsaufgaben aus der Physik

Aufgabe 1: Kinematik

Teil	v(t) in m/s für t in s	s(t) in m für t in s
a)	2	2·t
b)	t	0,5·t ²
c)	t + 2	0,5·t ² + t
d)	-t + 2 für 0 < t < 2	-0,5t ² + 2t für 0 < t < 2s
e)	-t + 2 für 0 < t < 2s	-0,5t ² + 2t + 3 für 0 < t < 2s
f)	v(t) = s'(t)	s(t) = $\int_0^t v(\tau) d\tau + s_0$

Aufgabe 2: Fahrtenschreiber

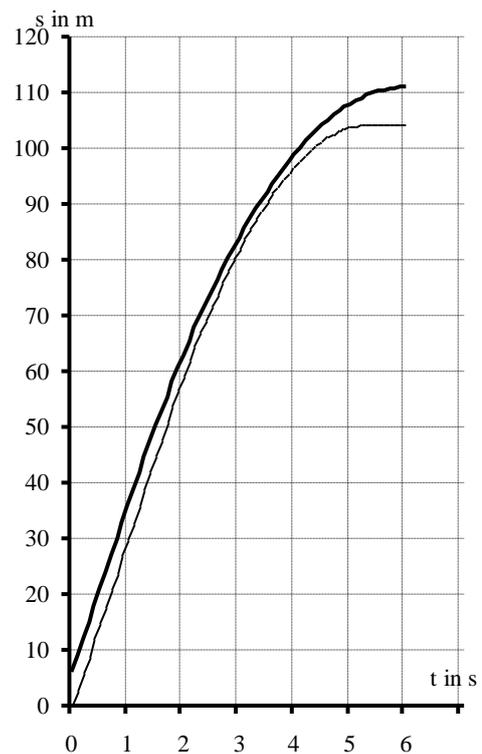
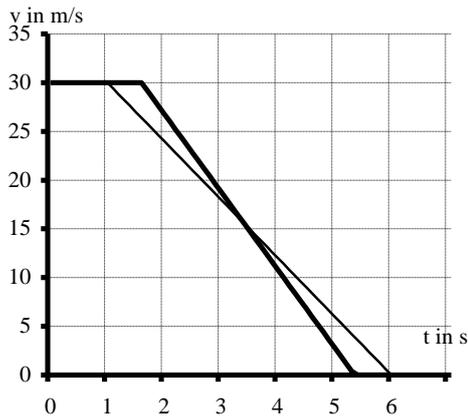
Zeitabschnitt in s	v(t) in m/s für t in s	s(t) in m für t in s
[0; 15]	t	$\int_0^t v(\tau) d\tau = 0,5t^2$; s(15) = 112,5
[15; 20]	15	$\int_0^{15} v(\tau) d\tau + \int_{15}^t v(\tau) d\tau = 15t - 112,5$; s(20) = 187,5
[20; 35]	-t + 35	$\int_0^{20} v(\tau) d\tau + \int_{20}^t v(\tau) d\tau = -0,5t^2 + 35t - 312,5$; s(35) = 300
[35; 40]	0	$\int_0^{35} v(\tau) d\tau + \int_{35}^t v(\tau) d\tau = 300$; s(40) = 300
[40; 45]	-2t + 80	$\int_0^{40} v(\tau) d\tau + \int_{40}^t v(\tau) d\tau = -t^2 + 80t - 1300$; s(45) = 275
[45; 70]	-10	$\int_0^{45} v(\tau) d\tau + \int_{45}^t v(\tau) d\tau = -10t + 725$; s(70) = 25
[70; 75]	2t - 150	$\int_0^{70} v(\tau) d\tau + \int_{70}^t v(\tau) d\tau = t^2 - 150t + 5625$; s(75) = 0



Aufgabe 3: Bremsvorgang

a), b)

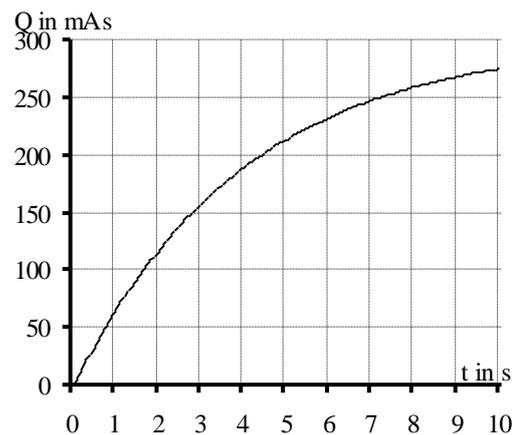
Zeit in s	v _A (t) in m/s	v _B (t) in m/s	s _A (t) in m	s _B (t) in m
[0; 1]	30	30	30·t + 6; s _A (1) = 36	30·t; s _B (1) = 30
[1; 1,6]	-6t + 36	30	-3t ² + 36t + 3; s _A (1,6) = 52,9	30·t; s _B (1,6) = 48
[1,6; 5,35]	-6t + 36	-8t + 42,8	-3t ² + 36t + 3; s _A (5,35) = 109,7	-4t ² + 42,8t - 10,24; s _B (5,35) = 104,25
[5,35; 6]	-6t + 36	0	-3t ² + 36t + 3; s _A (6) = 111	104,25
[7,67; ∞[0	0	111	104,25



- c) Fahrzeug A kommt $120 - (111 + 5) = 4$ m vor dem Reh zum Stehen.
d) Fahrzeug B kommt $111 - 102,81 = 7,19$ m hinter Fahrzeug A zum Stehen
e) $v_A(t) = v_B(t)$ bei $t = 3,4$ s mit $s_A(3,4s) - s_B(3,4s) = 90,72 - 89,04 = 1,68$ m

Aufgabe 4: Laden eines Kondensators

- a) $I(t) = 75 \cdot e^{-0,25t}$ mA mit t in s
b) $Q(t) = \int_0^t I(\tau) d\tau = 300 (1 - e^{-0,25t})$ mAs mit t in s
c) $\lim_{t \rightarrow \infty} Q(t) = 300$ mAs (beschränktes Wachstum mit Schranke $S = 300$ mAs)



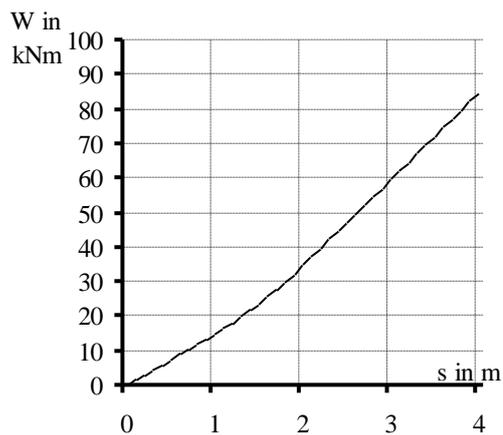
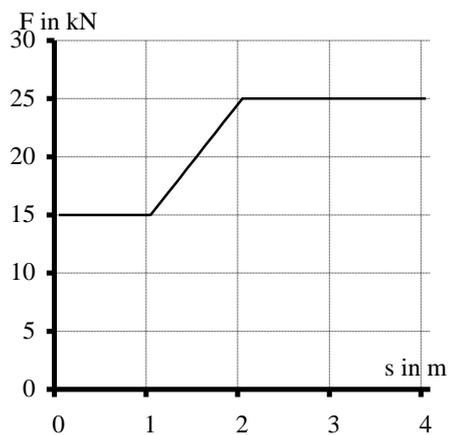
Aufgabe 5: Hubarbeit im Vakuum

- a) Bei konstanter Kraft gilt Arbeit = Kraft · Weg bzw. $W = F \cdot s$
b) $F(s) = mg = 20$ N und $W(s) = 20$ N · s
c) $W'(s) = F(s)$: $W(s)$ ist die Flächeninhaltsfunktion von $F(s)$ und $F(s)$ ist die **auf den Weg bezogene** Änderungsrate von $W(s)$

Aufgabe 6: Spannarbeit an einer Feder

- a) Ursprungsgerade und Parabel
b) $F(s) = D \cdot s = 10$ N/cm · s und $W(s) = \frac{1}{2} Ds^2 = 5$ N/cm · s².
c) $W'(s) = F(s)$: $W(s)$ ist die Flächeninhaltsfunktion von $F(s)$ und $F(s)$ ist die **auf den Weg bezogene** Änderungsrate von $W(s)$

Aufgabe 7: Hubarbeit im Wasser



Abschnitt	$F(s)$ in kN	$W(s)$ in kNm
[0m; 1m]	15	$15s$; $W(1) = 15$
[1m; 2m]	$10s + 5$	$5s^2 + 5s + 5$; $W(2) = 35$
[2m; 4m]	25	$25s - 15$; $W(4) = 85$

⇒ Gesamtarbeit $W(4\text{m}) = 85 \text{ kNm}$

Aufgabe 8: Hubarbeit gegen abnehmende Gravitationskraft

a) $F(r) = \frac{3,98 \cdot 10^{17} \text{ N} \cdot \text{m}^2}{r^2}$

b) $W(r) = \int_{r_1}^r F(r) dr = 6,32 \cdot 10^{10} \text{ Nm} - \frac{3,98 \cdot 10^{17} \text{ N} \cdot \text{m}^2}{r}$

c) $W(35\,800 \text{ km}) = 5,21 \cdot 10^{10} \text{ Nm}$ und $\lim_{r \rightarrow \infty} W(s) = 6,32 \cdot 10^{10} \text{ Nm}$ (Fluchtarbeit)