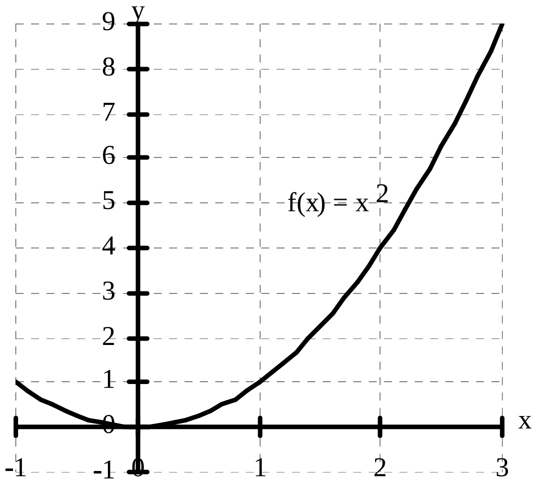
5.5. Arbeitsblatt zu den Eigenschaften des Integrals

1. Intervalladditivität des Integrals

Beispiel:
Berechnen Sie die folgenden Integrale und zeichnen Sie die dazugehörigen Flächen in das Schaubild ein:



a) $\int_1^2 x^2 dx$

b) $\int_2^3 x^2 dx$

c) $\int_1^3 x^2 dx$

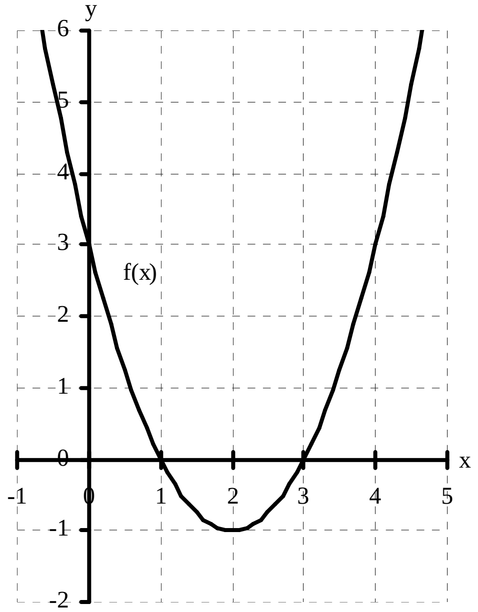
Intervalladditivität des Integrals
Gegeben seien a, b, c $\in$ R mit $a < b < c$ und eine auf [a; c] stetige Funktion f mit $f(x) \geq 0$ für alle x $\in$ [a; c].

Dann gilt $\int_a^c f(x)dx$ =

In Worten:

2. Vorzeichenwechsel des Integranden

Beispiel:
Zeichnen Sie die Flächen, die durch die Senkrechten bei x = 1 und x = 4, die x-Achse sowie das Schaubild von $f(x) = x^2 - 4x + 3$ begrenzt werden, in das Koordinatensystem ein und berechnen Sie ihren Gesamtinhalt.



A =

Vorzeichenwechsel des Integranden
Flächen, die unterhalb der x-Achse liegen,

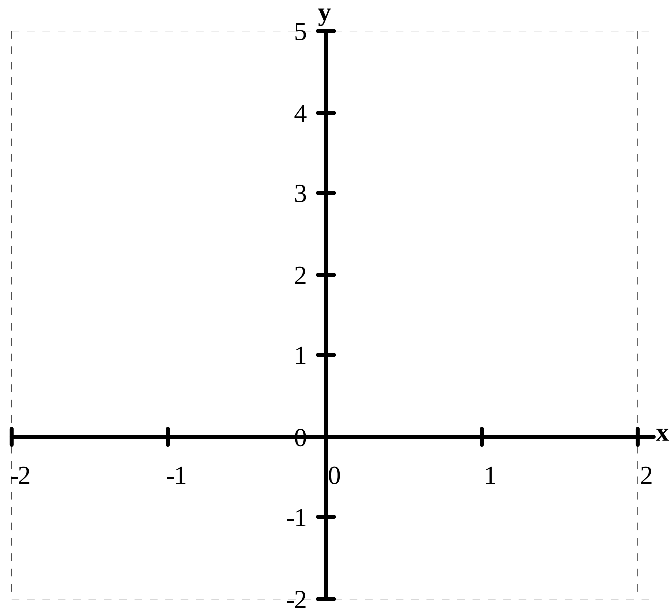
$$\int_a^b f(x)dx$$

Bemerkung:

3. Inhalte von Flächen, die durch zwei Schaubilder begrenzt werden

Beispiel:

Zeichnen Sie die Fläche, die durch die Schaubilder von $f(x) = -x^2 + 3$ und $g(x) = -x^2 + 2$ sowie die Senkrechten bei $x = -1$ und $x = 1$ begrenzt wird, in das Koordinatensystem ein und berechnen Sie ihren Inhalt:



A =

Inhalte von Flächen, die durch zwei Schaubilder begrenzt werden

Gegeben seien zwei Funktionen f und g, mit $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a; b]$. Dann lässt sich der Inhalt A der Fläche, die durch die Senkrechten x = a und x = b sowie die Schaubilder von f und g begrenzt wird, als Integral der berechnen:

A =

Bemerkung: