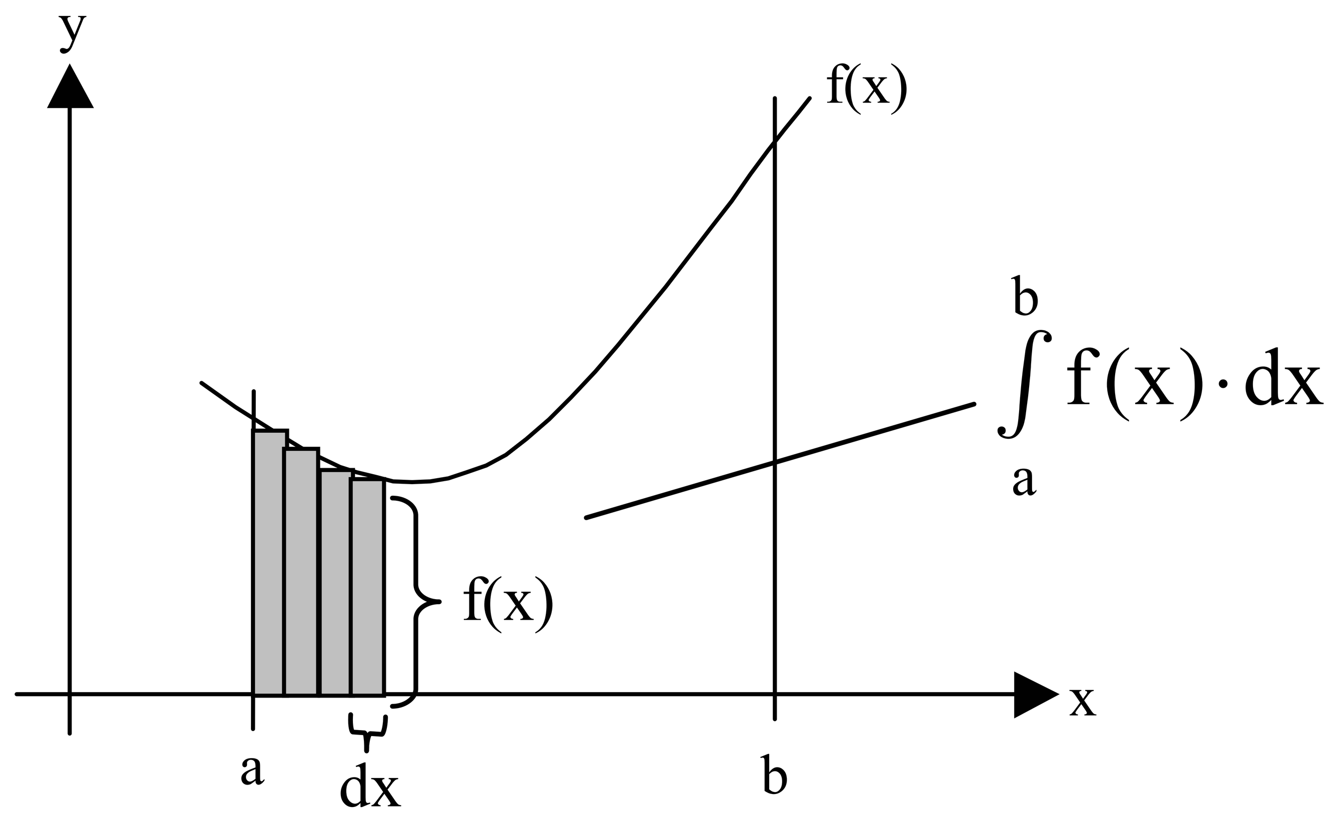
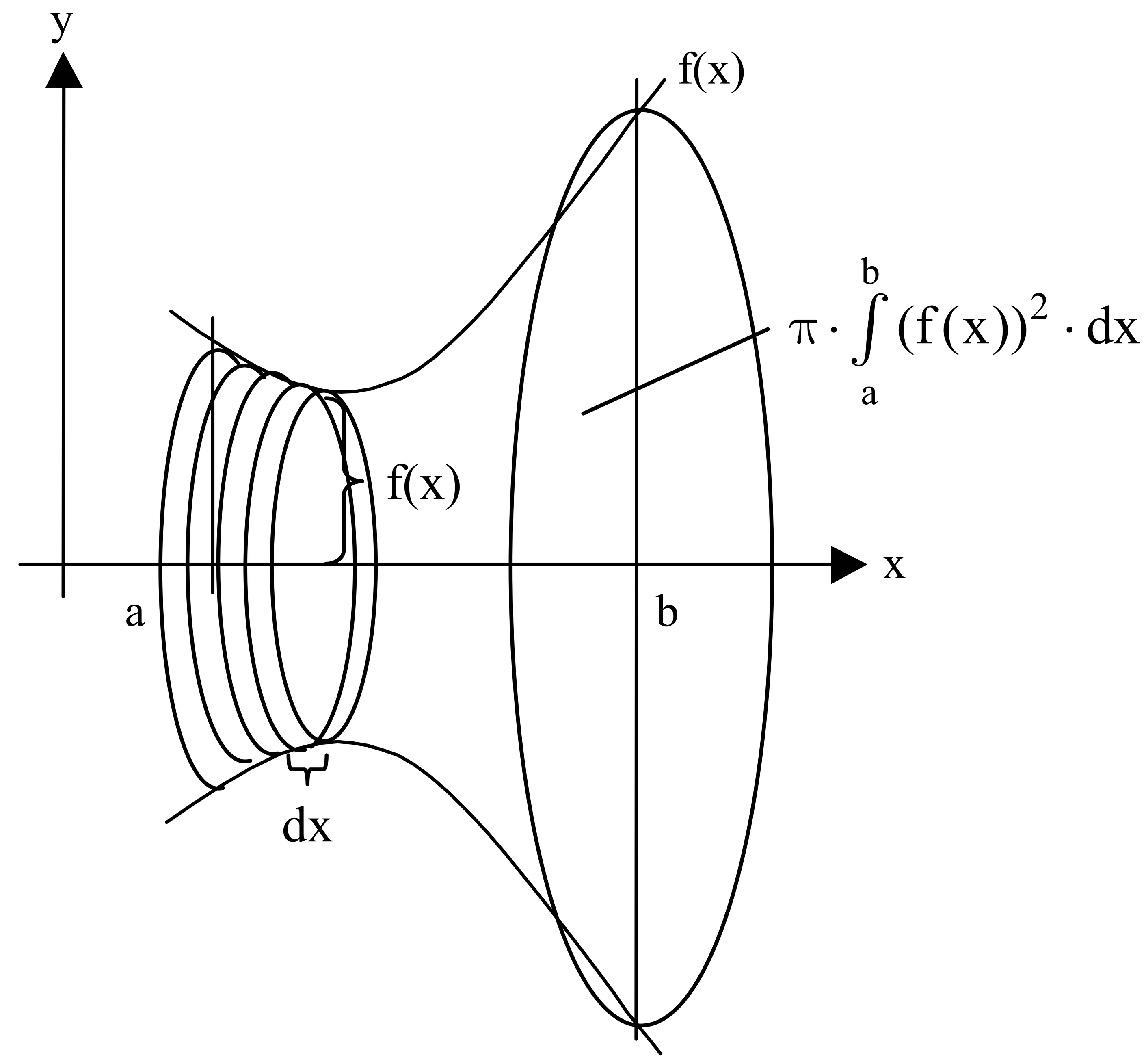
Inhalte von Rotationskörpern

Satz (Rotation um x-Achse)

Gegeben seien a, b $\in \mathbb{R}$ mit a < b und eine auf [a; b] **stetige** Funktion f mit **f(x) ≥ 0** für alle x $\in$ [a; b]. Dann hat der Körper, der durch Rotation des Schaubildes von f im Bereich [a; b] um die x-Achse entsteht, das Volumen

$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \cdot dx$.





Beweisidee

Die Fläche $\int_a^b f(x)dx$ zwischen Schaubild und x-Achse lässt sich mit beliebiger Genauigkeit annähern, indem man die Summe **S** der **Flächen f(x)·dx** der **Rechtecke** mit **Höhe** f(x) und **Breite** dx zwischen den Grenzen **a** und **b** bildet. Bildet man stattdessen die Summe **S** der **Volumina** $\pi \cdot f(x))^2 \cdot dx$ der **Zylinder** mit **Radius** f(x) und **Höhe** dx, so erhält man entsprechend das Volumen $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 \cdot dx$ zwischen rotierendem Schaubild und x-Achse