

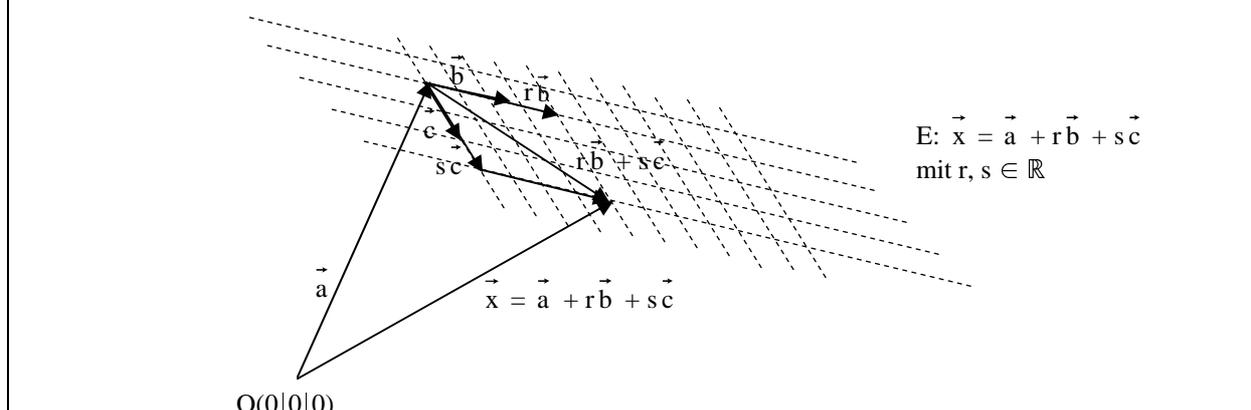
7.3. Ebenen

7.3.1. Parameterform der Ebenengleichung

Aufgaben zu Ebenen Nr. 1 und 2

Definition:

Eine Ebenendarstellung in der Form $E: \vec{x} = \vec{a} + r\vec{b} + s\vec{c}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$ heißt **Parameterform** der Ebenengleichung mit dem **Stützvektor** \vec{a} , den **Spannvektoren** \vec{b} und \vec{c} , die **nicht zueinander parallel sein dürfen** (!) und den **Parametern** r und s .



Übungen: Aufgaben zur Ebenen Nr. 3 - 5

7.3.2. Ebenen zu vorgegeben Punkten und Richtungen

Aufgaben zu Ebenen Nr. 6

Satz Ebenen zu vorgegeben Punkten und Richtungen

Die Ebene, die parallel zu den Vektoren \vec{b} und \vec{c} durch den Punkt P geht, hat die Gleichung

$$E: \vec{x} = \vec{OP} + r\vec{b} + s\vec{c}.$$

Die Ebene, die parallel zu dem Vektor \vec{c} durch die Punkte P und Q geht, hat die Gleichung

$$E: \vec{x} = \vec{OP} + r\vec{PQ} + s\vec{c}.$$

Die Ebene, die durch die Punkte P, Q und R geht, hat die Gleichung

$$E: \vec{x} = \vec{OP} + r\vec{PQ} + s\vec{PR}.$$

Übungen: Aufgaben zu Ebenen Nr. 7 - 9

7.3.3. Lagebeziehungen zwischen Ebenen und Geraden

Satz: Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen

Die gemeinsamen Punkte der Geraden $g: \vec{x} = \vec{a} + r\vec{b}$ und der Ebene $E: \vec{x} = \vec{c} + s\vec{d} + t\vec{e}$ erhält man aus der Gleichung $\vec{a} + r\vec{b} = \vec{c} + s\vec{d} + t\vec{e}$. g und E haben

- **keinen** gemeinsamen Punkt, wenn die Gleichung **keine** Lösung besitzt. Sie verlaufen dann **parallel** zueinander.
- einen **Schnittpunkt** P, wenn die Gleichung **eine** Lösung $(r|s|t)$ besitzt. Seine Koordinaten ergeben sich durch Einsetzen von r bzw. s und t in die Gleichung von g bzw. E .
- eine **gemeinsame Gerade** $g \subset E$, wenn die Gleichung **viele** Lösungen $(r|s|t)$ besitzt. Die Gerade liegt dann **in** der Ebene.

Übungen: Aufgaben zu Ebenen Nr. 10

7.3.4. Lagebeziehungen zwischen Ebenen

Satz: Lagebeziehungen zwischen Ebenen

Die gemeinsamen Punkte der Ebenen $E: \vec{x} = \vec{a} + r\vec{b} + s\vec{c}$ und $F: \vec{x} = \vec{d} + t\vec{e} + u\vec{f}$ erhält man aus der Gleichung $\vec{a} + r\vec{b} + s\vec{c} = \vec{d} + t\vec{e} + u\vec{f}$. E und F haben

- **keinen** gemeinsamen Punkt, wenn die Gleichung **keine** Lösung besitzt. Sie verlaufen dann **parallel** zueinander.
- **eine Schnittgerade** g , wenn die Gleichung Lösungen $(r|s|t|u)$ besitzt, die von **einem** Parameter abhängen. Die Parameterform von g ergibt sich durch Einsetzen von r und s bzw. t und u in die Gleichung von E_1 bzw. E_2 .
- **eine gemeinsame Ebene** $E = F$, wenn die Gleichung Lösungen $(r|s|t|u)$ besitzt, die von **zwei** Parametern abhängen. Die Ebenen sind dann **identisch**.

Übungen: Aufgaben zu Ebenen Nr. 11