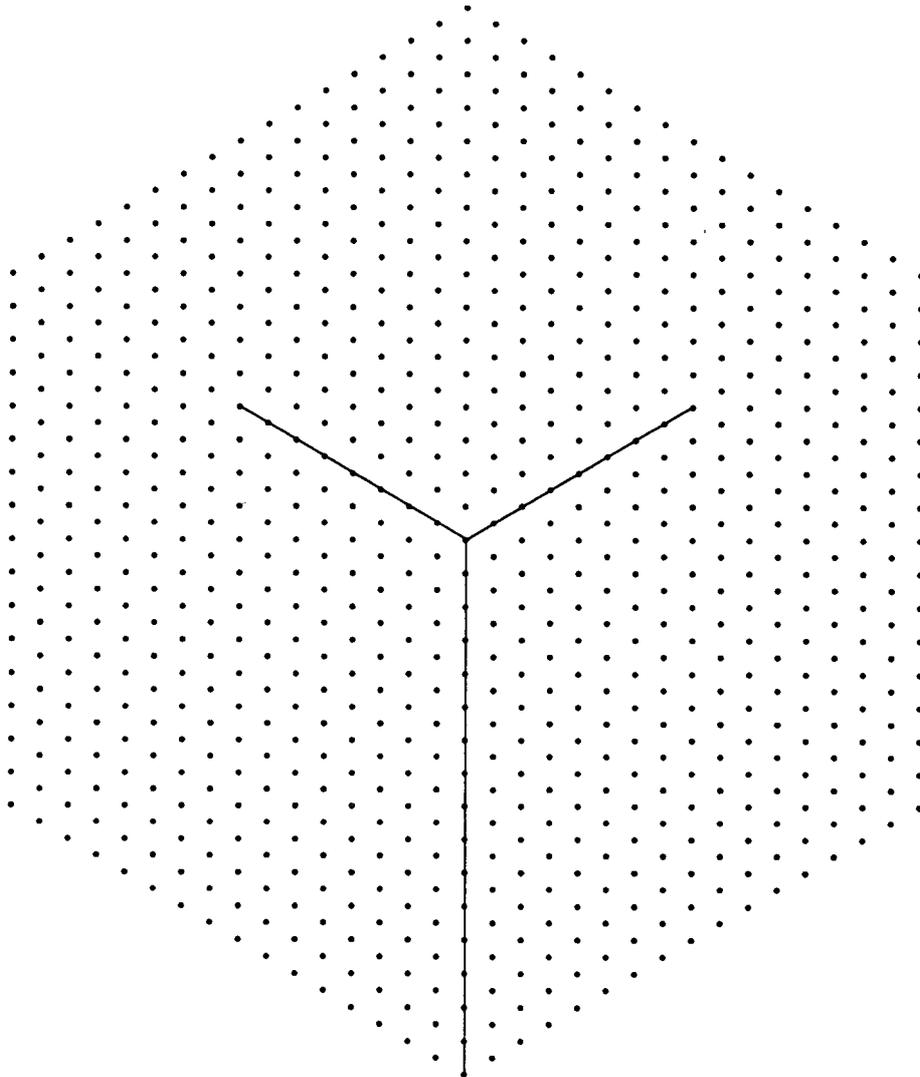


9.1.5. Biologisches Wachstum I

Aus Stämmen wachsen Äste, aus Ästen wachsen Zweige, aus Zweigen wachsen kleine Zweige, u.s.w. Dabei weiß jeder Sandkasten- oder Modelleisenbahnfan, dass kleine Zweige großen Bäumen erstaunlich **ähnlich** sind: ihre **absolute** Größe ist viel geringer, aber ihre **relativen** Größenverhältnisse sind (fast) gleich. Ebenso verhält es sich mit Tieren. Die Finger verhalten sich z.B. zur Hand ähnlich wie die Beine zum Körper (Idealerweise im Verhältnis des **goldenen Schnitts**). Der Grund liegt im natürlichen Wachstum: Stämme, Äste, Zweige, Beine und Finger wachsen mit der gleichen relativen Geschwindigkeit, weil sie sich sonst gegenseitig behindern würden.

In der untenstehenden Figur soll dieses „relativ gleich schnelle“ Wachstum simuliert werden. Vom Endpunkt jedes Zweiges werden zwei neue halb so lange Zweige im Winkel von 60° gezeichnet. Setze diesen Prozess fort, bis die Zweige zu klein zum Zeichnen sind.



- a) Beschreibe, wie sich die **Zahl $z(n)$** der **neu gezeichneten** Zweige, ihre **gesamte Länge $l(n)$** und die **gesamte Länge $L(n)$** aller Zweige im n -ten Konstruktionsschritt entwickelt, wenn die Konstruktion weiter fortgesetzt wird. Der Einfachheit halber wählen wir als **Längeneinheit 1 LE** genau die Länge des ersten Zweiges (bzw. des Stammes).

| | | | | | | | | | |
|--------|------|---|---|---|---|-----|---|---------------|----------|
| n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | n | \rightarrow | ∞ |
| $z(n)$ | 1 | | | | | | | | |
| $l(n)$ | 1 LE | | | | | | | | |
| $L(n)$ | 1 LE | | | | | | | | |

- b) Markiere mindestens zwei sechseckige Ausschnitte des Baumes, die unter der Annahme $n \rightarrow \infty$ eine exakte Verkleinerung der gesamten Figur darstellen.