

9.3.6. Die Box-Dimension

Die Box-Dimension ist ein Maß für die Komplexität einer Figur. Um die Box-Dimension zu bestimmen, überdeckt man die Figur mit einem Quadrat der Seitenlänge 1 LE.

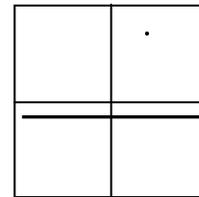
Nun unterteilt man die Seiten des Quadrates in x gleich große Abschnitte, so dass man ein Gitternetz aus x^2 Feldern erhält.

Jetzt zählt man die Zahl y der Zellen, die von der Figur berührt werden.

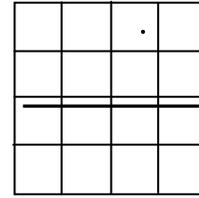
Je größer die Zahl x der Unterteilungen ist, desto größer ist die Zahl y der berührten Felder.

Es lässt sich zeigen, dass die Zahl y der berührten Felder immer **potentiell** vom x abhängt: $y = k \cdot x^D$.

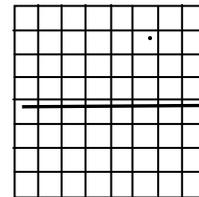
Der **Exponent** D wird **Box-Dimension** der Figur genannt.



$x = 2$



$x = 4$



$x = 8$

- a) Betrachtet man das **Quadrat** selbst als Figur, so erhält man trivialerweise $y = x^2$, d.h., die Box-Dimension des Quadrats ist 2 und stimmt mit der herkömmlichen geometrischen Dimension überein. Figuren, die das Quadrat nicht vollständig ausfüllen, haben Box-Dimensionen kleiner als 2.

- b) Berechne die Box-Dimension einer **Strecke** mit Hilfe der Abbildungen rechts: $y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$

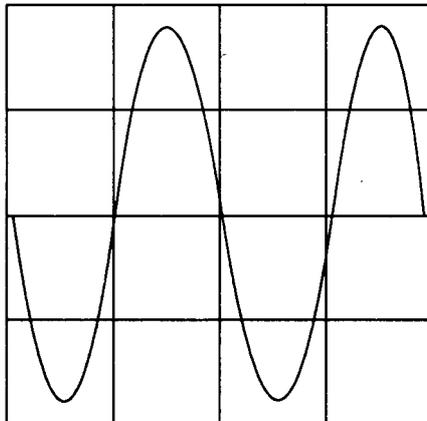
X	2	4	8
Y			

- c) Berechne die Box-Dimension eines **Punktes** mit Hilfe der Abbildungen rechts: $y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$

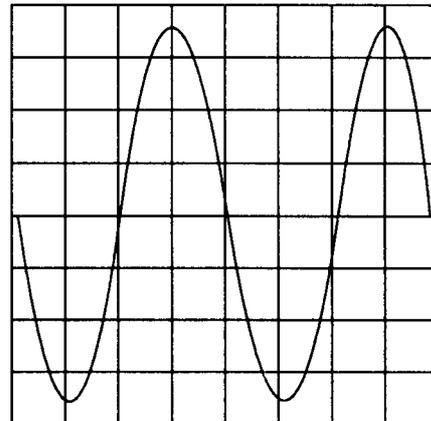
X	2	4	8
Y			

- d) Berechne die Box-Dimension der **Sinuskurve** mit Hilfe der Abbildungen. Trage dazu die Zahl der berührten Felder in die Tabelle ein und bestimme den Exponenten D in der potentiellen Näherung $y = k \cdot x^D$ mit Hilfe der PwrReg-Funktion des GTR wie in 9.3.5. Notiere außerdem die mittlere Abweichung r der Näherungskurve von den Messwerten (Diagnostic-Funktion)

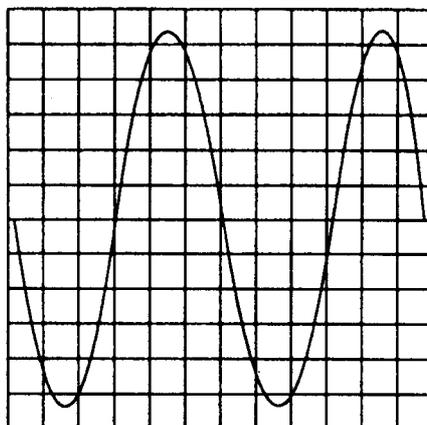
1/4



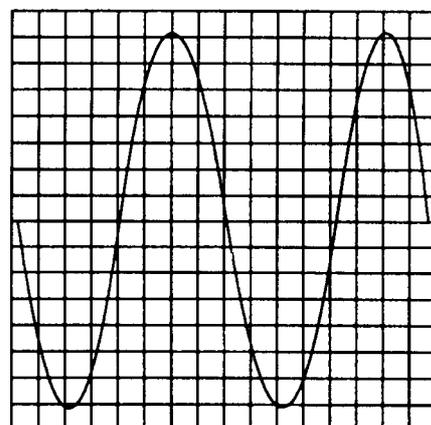
1/8



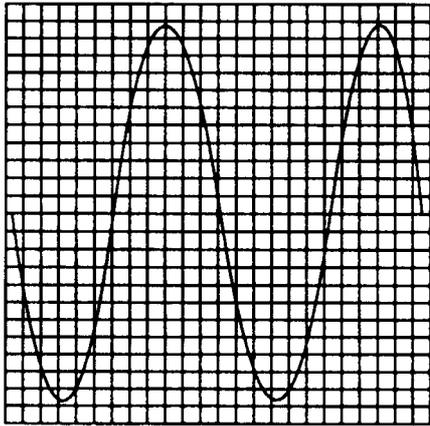
1/12



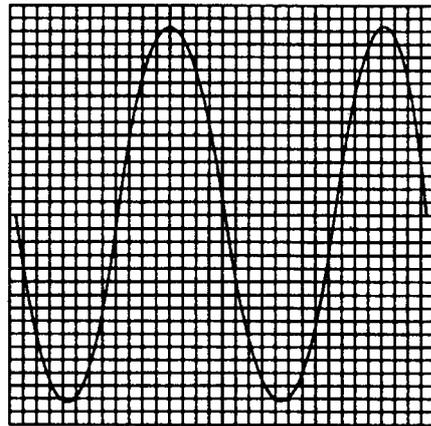
1/16



1/24



1/32

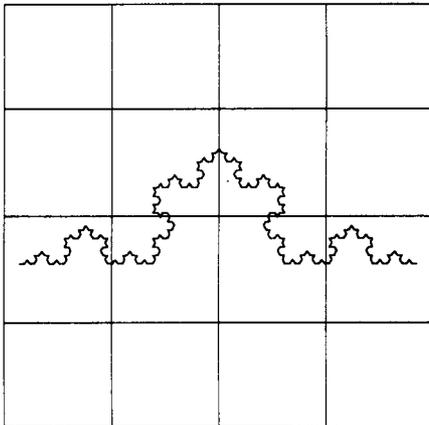


X	4	8	12	16	24	32
Y						135

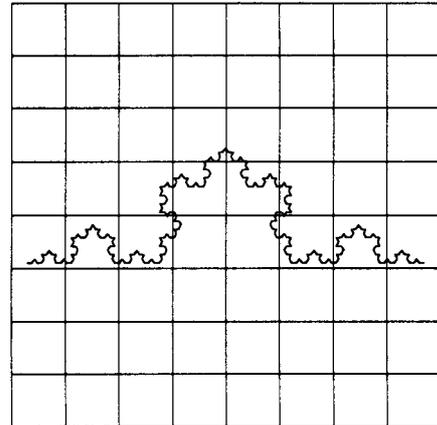
$\Rightarrow y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$ und mittlerer Abweichung $r = \underline{\hspace{1cm}}$

e) Berechne nun die Box-Dimension der **Koch-Kurve** mit Hilfe der Abbildungen wie in d).

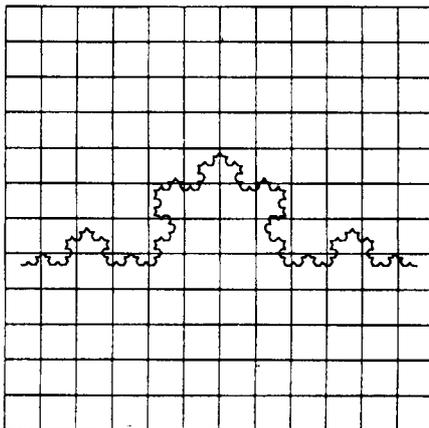
1/4



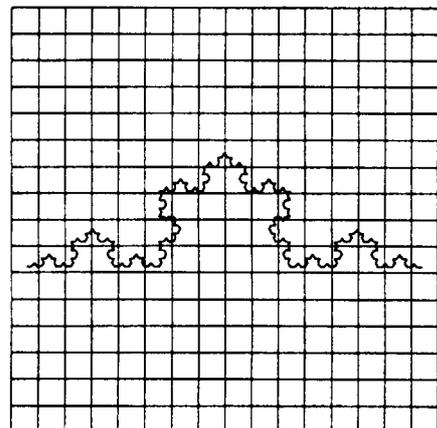
1/8



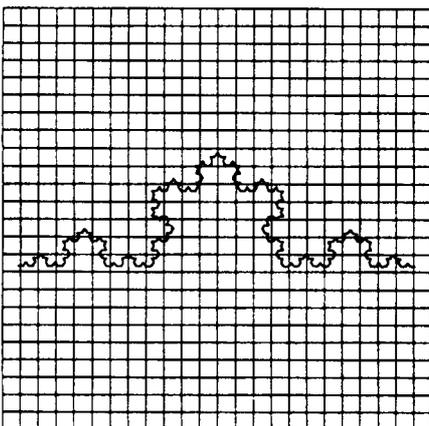
1/12



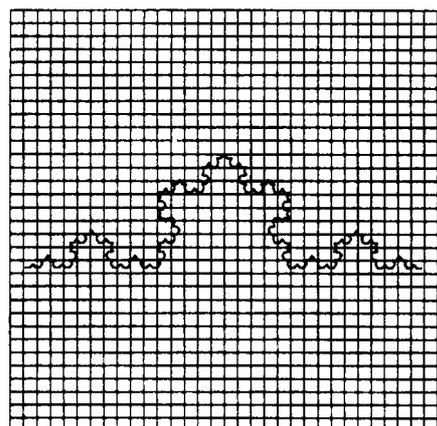
1/16



1/24



1/32

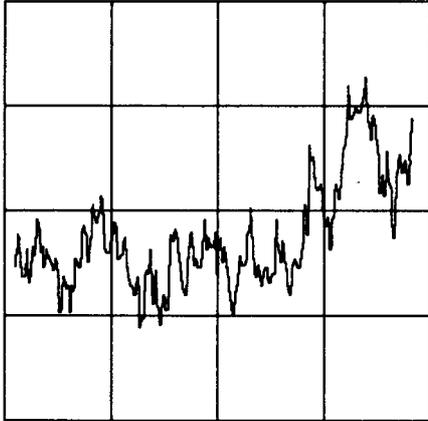


X	4	8	12	16	24	32
Y						74

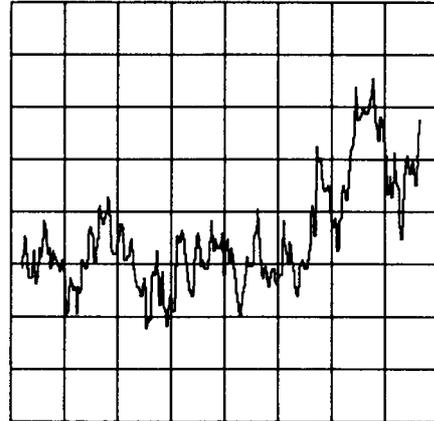
$\Rightarrow y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$ und mittlerer Abweichung $r = \underline{\hspace{1cm}}$

f) Berechne nun die Box-Dimension eines **Aktienkurses** mit Hilfe der Abbildungen wie in d).

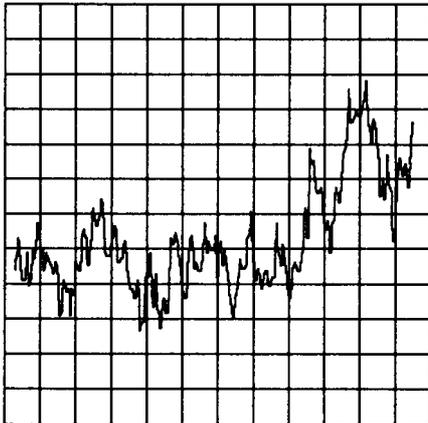
1/4



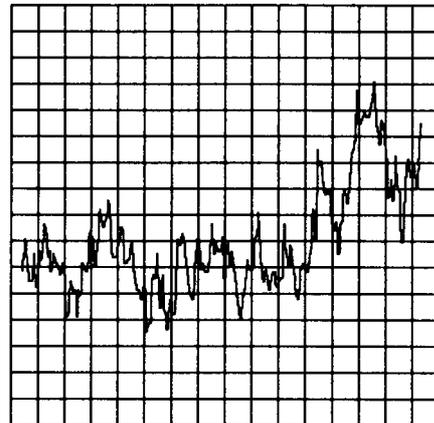
1/8



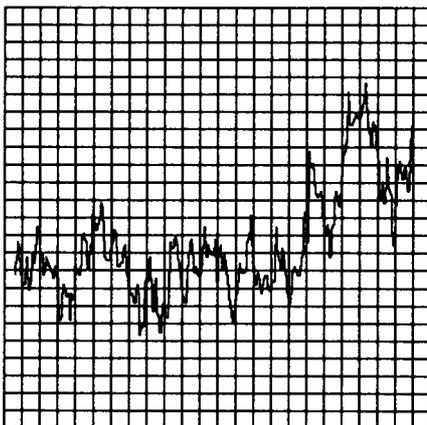
1/12



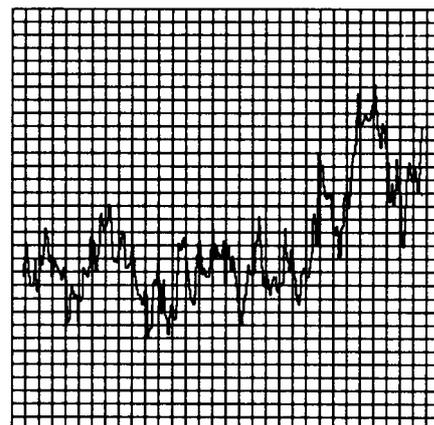
1/16



1/24



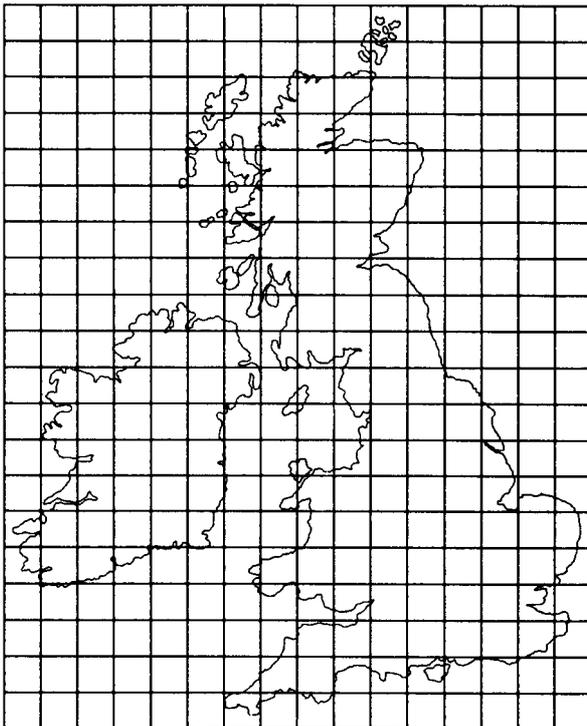
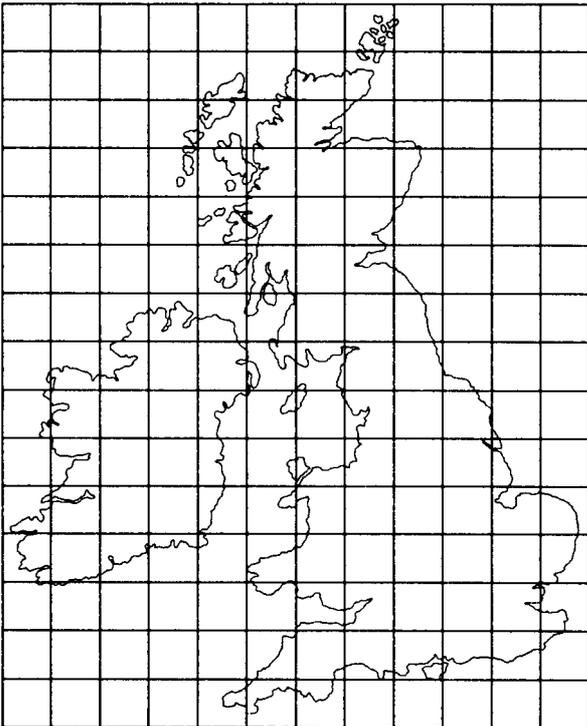
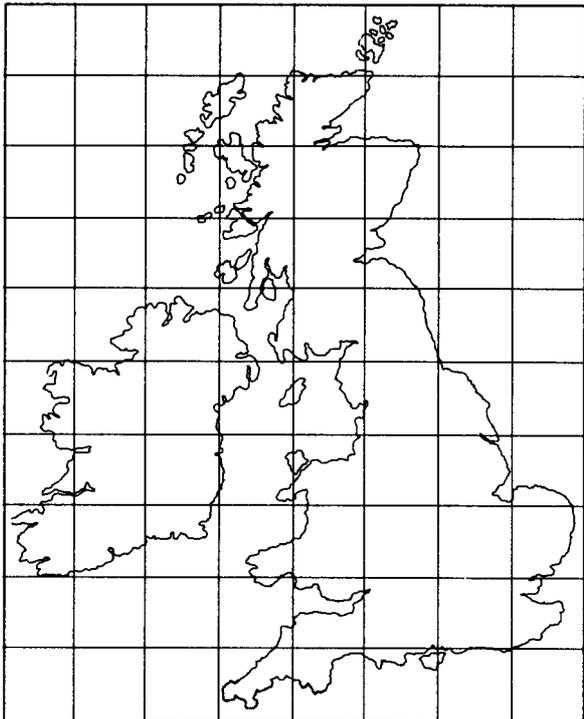
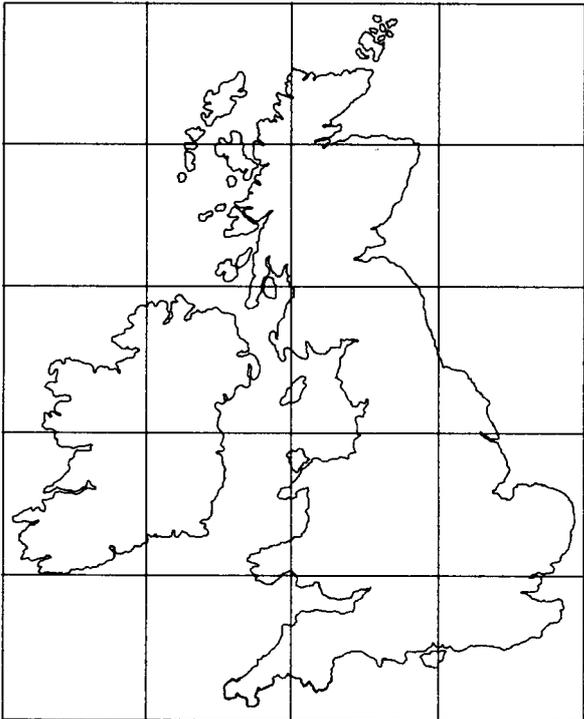
1/32

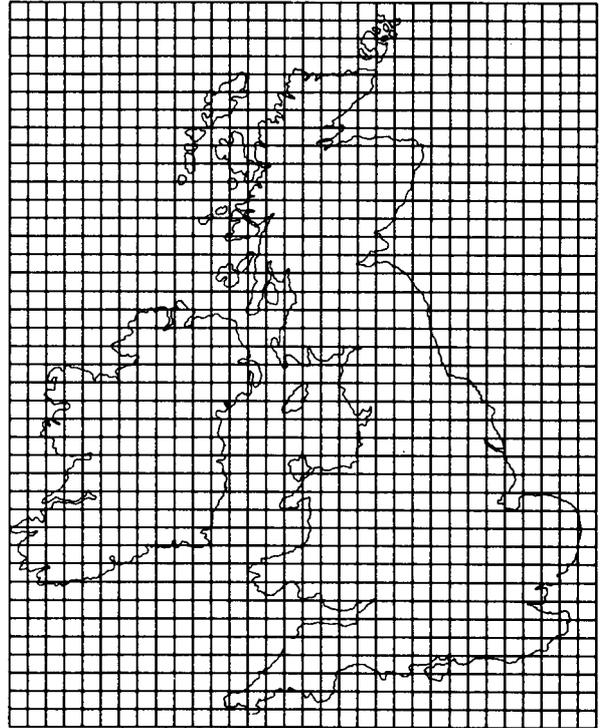
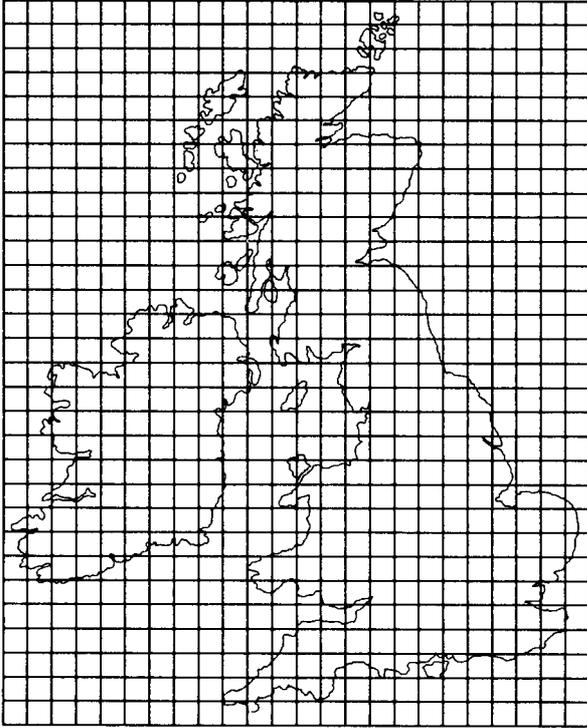


X	4	8	12	16	24	32
Y						150

$\Rightarrow y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$ und mittlerer Abweichung $r = \underline{\hspace{1cm}}$

g) Berechne nun die Box-Dimension der **Küstenlinie Großbritanniens** mit Hilfe der Abbildungen wie in d).





X	4	8	12	16	24	32
Y						283

$\Rightarrow y = x^D$ mit $D = \underline{\hspace{1cm}}$ und mittlerer Abweichung $r = \underline{\hspace{2cm}}$