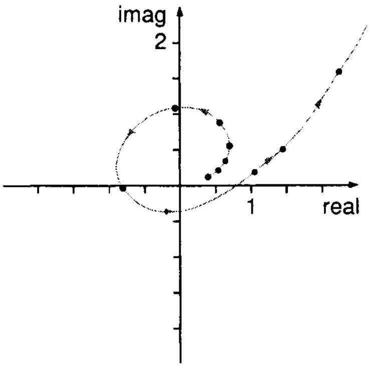
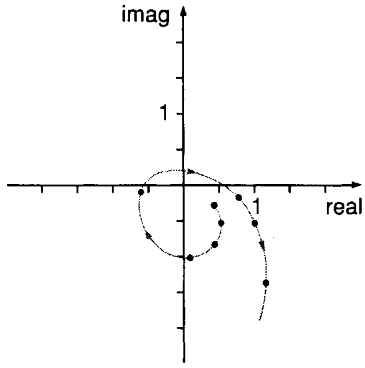
9.6.9. Komplexe Iteration

In diesem Anschnitt übertragen wir die Iteration der quadratischen Funktion $f_c(x) = x^2 + c$ auf komplexe Zahlen, d.h. wir betrachten Iteration von $f_c(z) = z^2 + c$, wobei nun sowohl die Variable z als auch der Parameter c komplex sein dürfen: $z \in \mathbb{C}$ und $c \in \mathbb{C}$. Die Iterationswerte beschränken sich nicht mehr auf eindimensionale reelle Zahlenfolgen, sondern lassen sich als Punktfolgen (**Orbitale**) in der zweidimensionalen komplexen Zahlenebene darstellen. Zwei Beispiele solcher Iterationen sind unten abgebildet.



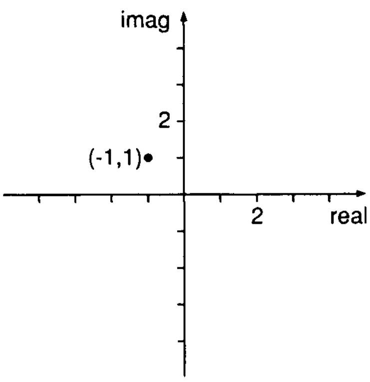


Da die Berechnung komplexer Produkte von Hand etwas mühsam ist, nutzen wir von Anfang an den GTR. Um den komplexen Startwert Z und den komplexen Parameter C eingeben zu können, muss der GTR auf MODE/a + bi umgestellt werden. Die Eingabe der imaginären Einheit erfolgt mit der Taste 2nd · ganz unten.

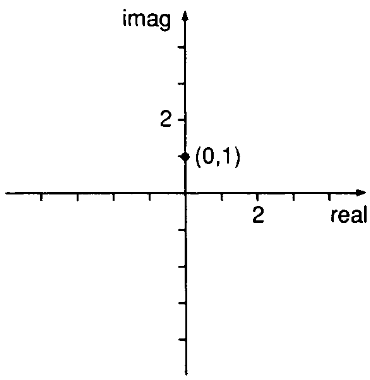
```
prgm Orbit
: ClrHome
: Prompt Z, C
: For(N,0,7,1)
: Z² + C → Z
: Disp Z
: Pause
. End
```

a) Zeichne die Spur der ersten 7 Iterationswerte an $f_{-1}(z) = z^2 - 1$ wie in den beiden obigen Beispielen zu den gegebenen Startpunkten in die folgenden Koordinatensysteme

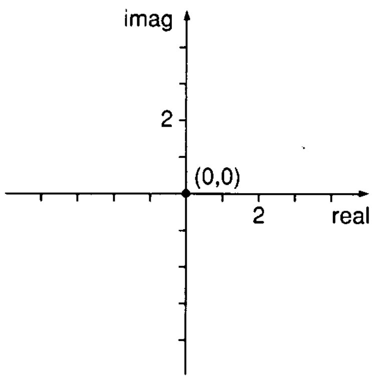
1.



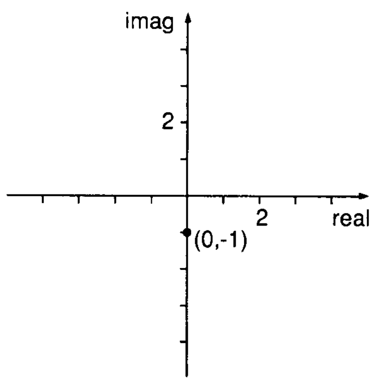
2.



3.

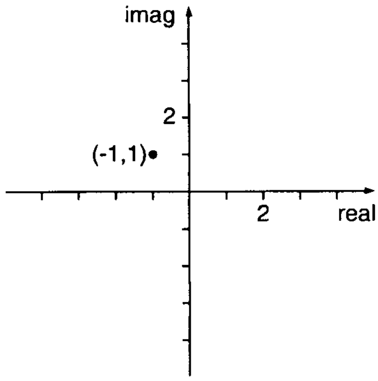


4.

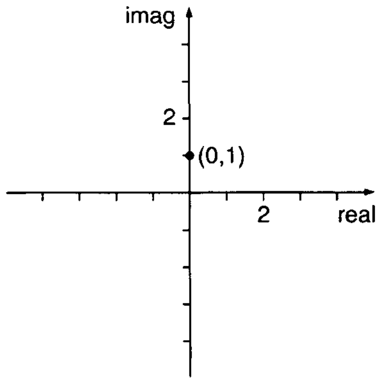


b) Zeichne die Spur der ersten 7 Iterationswerte an $f_{0,55 + 0,15i}(z) = z^2 + 0,55 + 0,15i$ wie in a) zu den gegebenen Startpunkten in die folgenden Koordinatensysteme

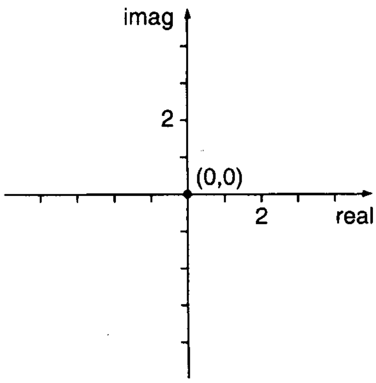
6.



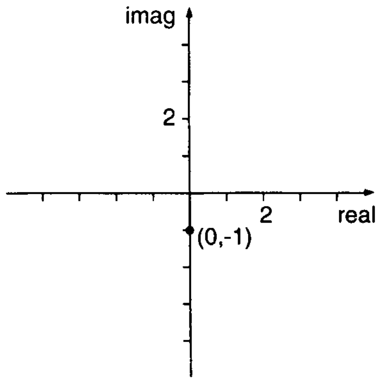
7.



8.



9.



c) Wähle vier eigene Startpunkte und zeichne die Spuren ihrer Iterationswerte in die obigen Koordinatensysteme. Welche der selbst gewählten Startpunkte gehören zur invarianten Menge? Es ist extrem unwahrscheinlich, Punkte der invarianten Menge nach dem Zufallsprinzip zu finden. Welche Vermutung ergibt sich daraus über die Gestalt der invarianten Menge von $f_{0,55 + 0,15i}(z)$?