

1.1. Grundaufgaben zur Mechanik

Aufgabe 1: Geschwindigkeit

- Wie viel m/s sind 100 km/h? Wie viel km/h sind 10 m/s?
- Ein Echolot bestimmt die Meerestiefe durch einen kurzen Ton, dessen Echo nach $\Delta t = 1,4 \text{ s}$ wieder an der Meeresoberfläche ankommt. Wie tief ist das Meer, wenn die Schallgeschwindigkeit $c = 1475 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ beträgt?
- Die amerikanische Raumsonde pioneer 11 passierte im Dezember 1974 den Jupiter mit einer Geschwindigkeit von 171 000 km/h. Welche Zeit Δt benötigte die Sonde für eine Strecke von der Länge des Jupiterdurchmesser $d = 142 \text{ 000 km}$?
- Wie lange benötigt das Licht bei einer Geschwindigkeit von $c \approx 300 \text{ 000 km/s}$ von der 150 Mio km entfernten Sonne zu uns?
- Ein 300 m langer Zug überquert mit 72 km/h eine 200 m lange Brücke. Wie lange dauert es, bis der **gesamte** Zug die Brücke passiert hat? Formuliere die umgangssprachlich vage gestellte Frage zunächst **exakt** und berechne dann das Ergebnis?

Aufgabe 2: geradlinig gleichförmige Bewegung

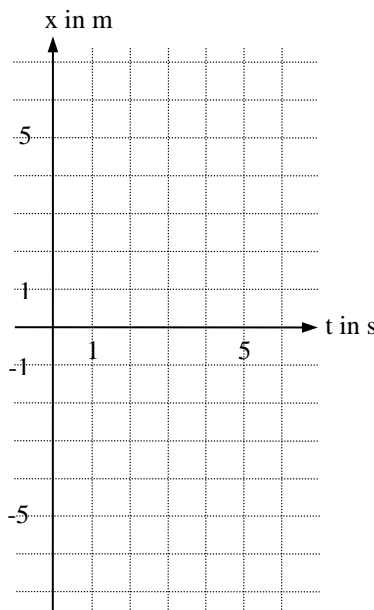
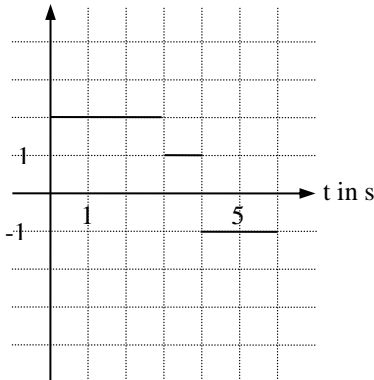
Zeichne jeweils das x-t-Diagramm und das v-t-Diagramm für die folgenden Bewegungen:

- A bewegt sich vom Ursprung aus mit konstanter Geschwindigkeit in 3 Sekunden 5 m weit in positive x-Richtung, geht dann innerhalb von 2 Sekunden um 7 m zurück und schließlich in einer Sekunde wieder zurück zum Ursprung.
- B bewegt sich 3 Sekunden lang mit 2 m/s rückwärts in negative x-Richtung, dann eine Sekunde lang mit 3 m/s vorwärts und schließlich 2 Sekunden lang mit 1 m/s weiter vorwärts.
- C benötigt 3 Sekunden, um vom Ursprung aus 3 m nach vorne zu gehen, bewegt sich dann mit 2 m/s für 2 Sekunden nach hinten und geht schließlich in einer Sekunde wieder 1 m nach vorne.

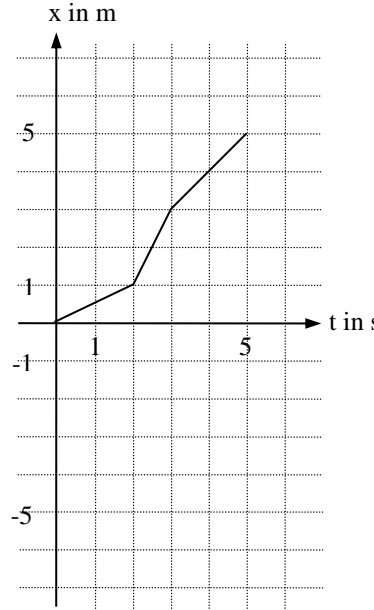
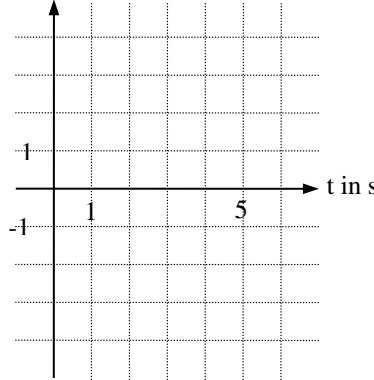
Aufgabe 3: geradlinig gleichförmige Bewegung

Zeichne jeweils das fehlende Diagramm:

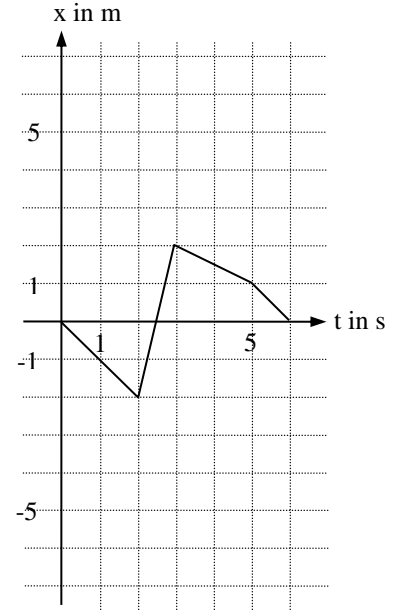
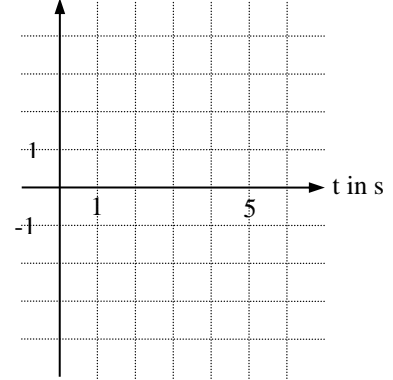
a) v in m/s



b) v in m/s



c) v in m/s



Aufgabe 4: Geradlinig-gleichförmige Bewegung

- a) Zum Zeitpunkt $t = 0$ startet Bauer A mit 54 km/h von A-Dorf aus in Richtung auf das 5 km entfernte B-Dorf, von dem aus zum gleichen Zeitpunkt Bauer B mit 36 km/h in Richtung A-Dorf los fährt. Zeichne beide Bewegungen in ein gemeinsames Ort-Zeit-Diagramm, formuliere die Ort-Zeit-Gleichungen und bestimme rechnerisch den Zeitpunkt und den Ort, an dem sich A und B treffen.
- b) Franz fährt zum Zeitpunkt $t = 0$ mit 18 km/h in Richtung Freibad; Theo folgt ihm eine Minute später mit 27 km/h. Zeichne beide Bewegungen in ein gemeinsames Ort-Zeit-Diagramm, formuliere die Ort-Zeit-Gleichungen und bestimme rechnerisch die Zeit und den Ort, an dem Franz von Theo eingeholt wird.

Aufgabe 5: Mittlere und momentane Geschwindigkeit

Bestimme graphisch

a) die mittleren Geschwindigkeiten

$\overline{v}_{[0;1]} = \overline{v}_{[1;3]} =$

$\overline{v}_{[3;6]} = \overline{v}_{[8;9]} =$

$\overline{v}_{[10;12]} = \overline{v}_{[14;16]} =$

$\overline{v}_{[15;17]} = \overline{v}_{[16;18]} =$

b) die momentanen Geschwindigkeiten

$v(0) = v(1) =$

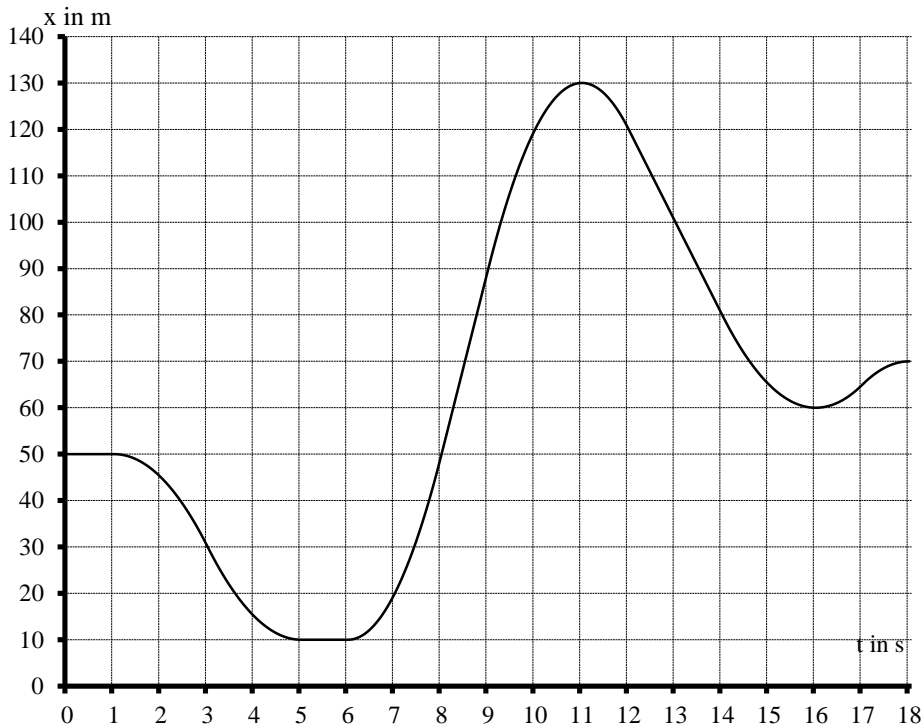
$v(2) = v(3) =$

$v(4) = v(5) =$

$v(9) = v(19) =$

$v(11) = v(12) =$

$v(14) = v(16) =$



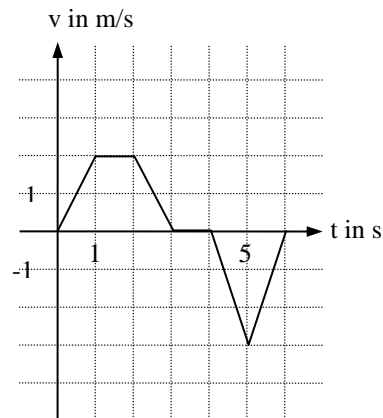
Aufgabe 6: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

- a) Ein 400 m langer ICE beschleunigt mit 1 m/s^2 aus dem Stand. Wie schnell ist das Zugende, wenn es den Bahnhof verlässt? Wie lange benötigt der Zug, bis er 252 km/h erreicht hat? Welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?
- b) Ein Motorrad beschleunigt aus dem Stand auf einer Strecke von 100 m mit 4 m/s^2 . Welche Geschwindigkeit erreicht das Motorrad und wie lange dauert der Beschleunigungsvorgang? Zeichne ein v - t -Diagramm.
- c) Ein Fahrzeug beschleunigt aus dem Stand 5 Sekunden lang mit $a = 2 \text{ m/s}^2$ und fährt dann weitere 3 Sekunden mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Welche Strecke hat es zurückgelegt? Zeichne ein v - t -Diagramm.
- d) In welcher Entfernung vor dem Bahnhof muss ein 72 km/h schneller Triebwagen mit der Bremsung beginnen, wenn die Bremsen eine Verzögerung von -1 m/s^2 bewirken? Wie lange dauert der Bremsvorgang? Zeichne ein v - t -Diagramm.

Aufgabe 7: Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme zusammengesetzter Bewegungen

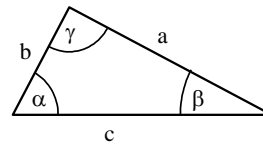
Vervollständige die Tabelle:

Abschnitt	Bewegungsart	Beschleunigung bzw. Geschwindigkeit
[0 s; 1 s]		
[1 s; 2 s]		
[2 s; 3 s]		
[3 s; 4 s]		
[4 s; 5 s]		
[5 s; 6 s]		



Aufgabe 8: Trigonometrie

Berechne die fehlenden Größen im rechtwinkligen Dreieck.
Alle Längen seien in cm angegeben.



Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)
a	4		36	4,5		2,5	8,6	5	3.9	27,2	17,3	
b			13,20		7,2			2				
c		8,61		7,6			13,2		4.6			35,2
α	48°				54°						23°	
β		64°				56°				36°		53°

Aufgabe 9: Vektoren

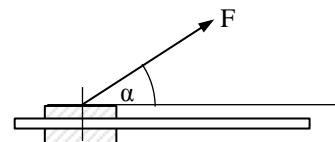
- a) **Zeichne** die Vektoren mit Hilfe der gegebenen Größen als Ortsvektoren (d.h. vom Ursprung ausgehend) in ein Koordinatensystem
b) Bestimme dann **rechnerisch** die fehlenden Größen:

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
Koordinatenform $\vec{v} =$	$\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$			$\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$			$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	
Betrag $v =$			$3\sqrt{2}$	2		$2\sqrt{2}$	5		2
Winkel zur x-Achse $\alpha =$			-45°	-150°		-135°	$-36,87^\circ$		-60°

Teil	j)	k)	l)	m)	n)	o)	p)	q)	r)
Koordinatenform $\vec{v} =$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
Betrag $v =$						$2\sqrt{2}$	5	$\sqrt{5}$	2
Winkel zur x-Achse $\alpha =$	120°	$-53,13^\circ$	-135°	30°	135°				

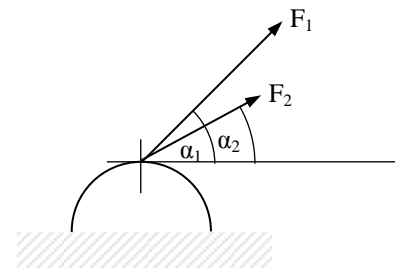
Aufgabe 10: Kräftezerlegung

Ein Schlitten kann auf einer Schiene horizontal bewegt werden. Im Winkel von $\alpha = 40^\circ$ zur Schiene zieht ein Seil mit der Kraft $F = 100 \text{ N}$ an dem Schlitten. Bestimme die Komponenten F_x und F_y der Kraft, welche parallel bzw. orthogonal zur Bewegungsrichtung wirken.



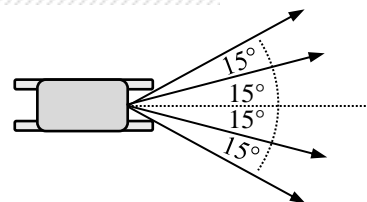
Aufgabe 11: Kräftezerlegung

Auf das Fundament der Verankerung eines abgespannten Mastes wirken zwei Seilkräfte $F_1 = 300 \text{ n}$ und $F_2 = 180 \text{ N}$ unter den Winkeln $\alpha_1 = 45^\circ$ und $\alpha_2 = 30^\circ$ zur Horizontalen. Berechne den Betrag der resultierenden Kraft und ihren Winkel zur Horizontalen.



Aufgabe 12: Kräftezerlegung

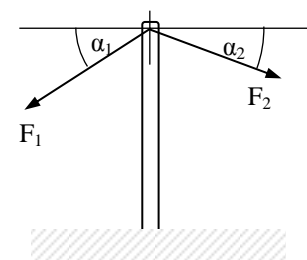
Ein Schlitten wird von vier Hunden mit jeweils 600 N in die rechts angegebenen Richtungen gezogen. Berechne die gesamte Zugkraft in Fahrtrichtung



Aufgabe 13: Kräftezerlegung

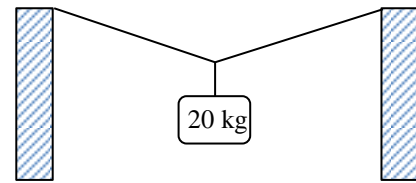
Ein Mast wird mit zwei Seilen unter den Winkeln $\alpha_1 = 30^\circ$ und $\alpha_2 = 20^\circ$ zur Horizontalen abgespannt. Die Seilkräfte betragen $F_1 = 4 \text{ kN}$ und $F_2 = 2 \text{ kN}$.

- a) Bestimme den Betrag der resultierenden Kraft und ihren Winkel zur Vertikalen.
b) Auf welchen Betrag muss man die Spannung im rechten Seil (F_2) erhöhen, damit die resultierende Kraft nicht mehr schief ist?



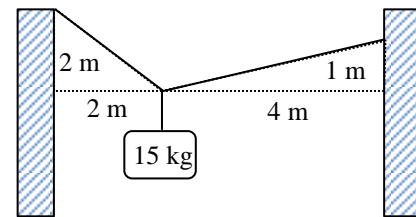
Aufgabe 14: Kräftezerlegung

Eine 20 kg schwere Lampe ist in der Mitte eines 6 m breiten Durchganges an einem Seil aufgehängt, welches dort 1 m durchhängt. Wie groß sind die Seilkräfte?



Aufgabe 15: Kräftezerlegung

Eine 15 kg schwere Lampe ist an einem Seil aufgehängt, welches mit den nebenstehenden Maßen befestigt ist. Wie groß sind die Seilkräfte?



Aufgabe 16: 2. Newtonsches Axiom

- Welche Kraft benötigt man, um einen 1 kg schweren Körper in 3 Sekunden von 0 auf 2 m/s zu beschleunigen?
- Wie schnell wird ein 1,5 t schweres Auto nach 10 Sekunden, wenn seine Reifen jede Sekunde eine Kraft von 2 kN auf die Straße übertragen?
- Welche Kraft wirkt auf ein 2 t schweres Fahrzeug, das mit 54 km/h auf einen Brückenpfeiler prallt und dabei in 0,1 s zum Stillstand kommt?
- Wie schwer ist ein Körper, der durch eine konstante Kraft von 10 N gleichmäßig aus der Ruhe heraus beschleunigt wird und dabei in 20 Sekunden eine Strecke von 200 m zurücklegt?

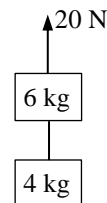
Aufgabe 17: Newtonsche Axiome

In einem Aufzug wirken auf eine 70 kg schwere Person die Gewichtskraft \vec{F}_G und die Kraft \vec{F} des Bodens, auf dem die Person steht. Welchen Betrag hat \vec{F} , wenn der Aufzug

- stillsteht
- mit 2 m/s^2 nach oben beschleunigt
- mit -2 m/s^2 nach unten beschleunigt
- frei fällt?

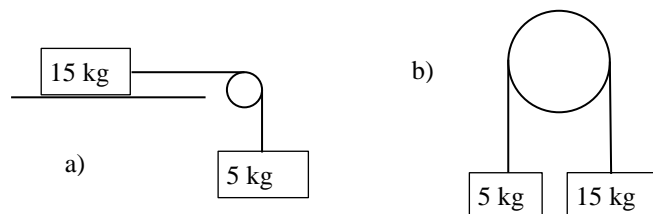
Aufgabe 18: Newtonsche Axiome

Die beiden durch einen Faden verbundenen Gewichte rechts werden mit 20 N nach oben gezogen. Berechne die Beschleunigung und die Fadenkräfte im oberen und im unteren Faden.



Aufgabe 19: Newtonsche Axiome

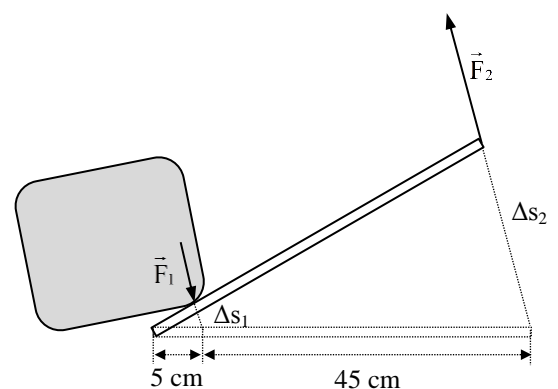
Berechne jeweils die Beschleunigung der beiden reibungsfrei gelagerten und über eine Schnur auf einer ebenfalls reibungsfreien Rolle verbundenen Körper, wenn sie sich unter dem Einfluss der Gravitationskraft anfangen zu bewegen.



Aufgabe 20: Hebel

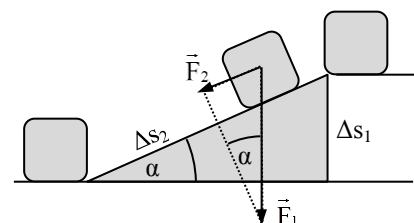
Eine Last mit $F_1 = 1 \text{ kN}$ wird mit dem rechts abgebildeten Hebel um $\Delta s_1 = 2 \text{ cm}$ angehoben.

- Mit welcher Kraft F_2 und um welche Strecke Δs_2 muss das andere Ende des Hebels bewegt werden?
- Berechne die an der Last verrichtete Arbeit W_1 sowie die von der Hand geleistete Arbeit W_2 und vergleiche.



Aufgabe 21: Schiefe Ebene

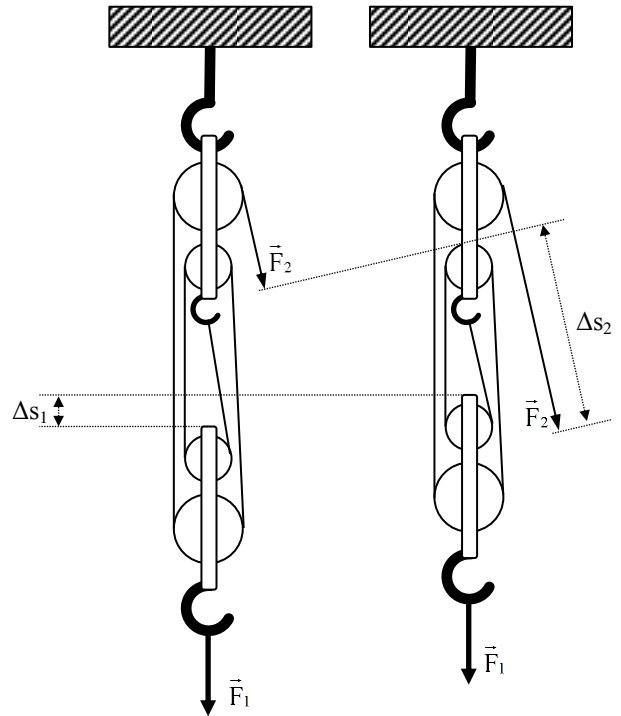
Eine 100 kg schwere Last soll in ein $\Delta s_1 = 3 \text{ m}$ höheres Stockwerk transportiert werden. (siehe unten) Berechne die Arbeit W_1 , die verrichtet wird, wenn man die Last gegen die Gewichtskraft F_1 senkrecht emporzieht und die Arbeit W_2 , wenn man die Last auf einer reibungsfreien schiefen Ebene mit 10° Steigung gegen die Hangabtriebskraft F_2 um die Länge Δs_2 der schiefen Ebene hochzieht



Aufgabe 22: Flaschenzug

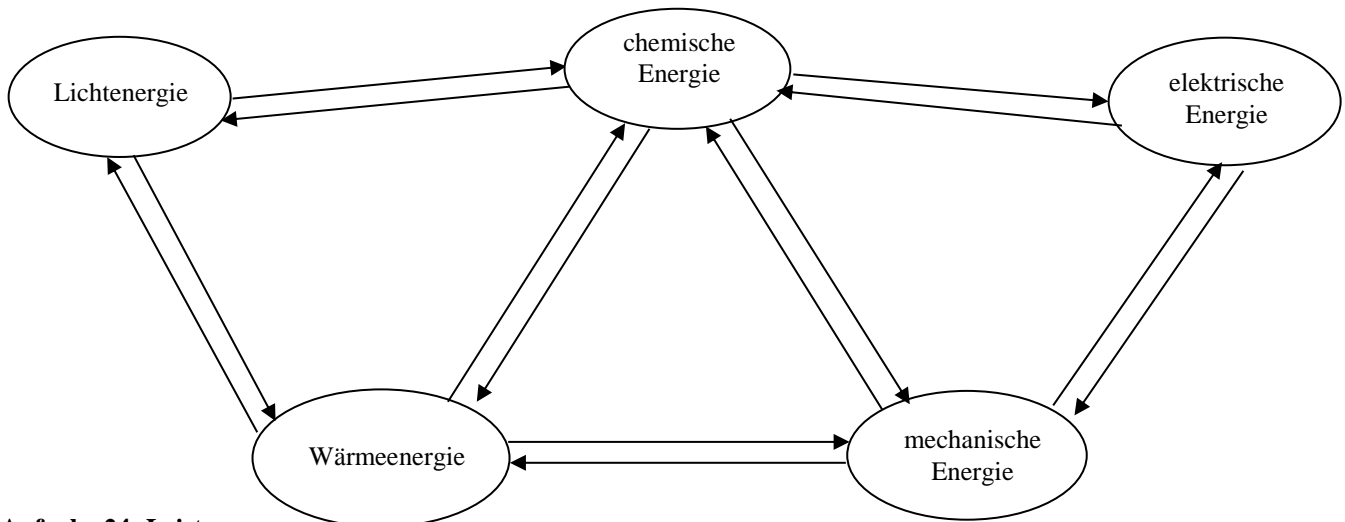
Ein 200 kg schweres Gewicht soll an dem rechts abgebildeten Flaschenzug mit zwei losen und zwei festen Rollen um $\Delta s_1 = 10 \text{ cm}$ angehoben werden.

- Berechne die Lastkraft F_1 .
- Berechne die Seilkraft F_2 , wenn die Last über die frei beweglichen Rollen gleichmäßig auf die vier tragenden Seilabschnitte verteilt wird.
- Warum zählt das Zugseil ganz rechts nicht als tragender Seilabschnitt?
- Um welche Strecke Δs_2 muss am Zugseil ganz rechts nach unten gezogen werden, damit sich jeder der vier tragenden Abschnitte um $\Delta s_1 = 10 \text{ cm}$ verkürzt?
- Berechne die Arbeit W_1 , die an der Last gegen die Lastkraft F_1 verrichtet wird und vergleiche mit der Arbeit W_2 , die am Zugseil gegen die Seilkraft F_2 geleistet wird.



Aufgabe 23: Energieformen

Beschrifte die Pfeile mit den folgenden Begriffen: *Sonnenbad, Sonnenbrand, Akku entladen, Akku aufladen, Photosynthese der Pflanzen, Sahne schlagen, Teig kneten, Dynamo, Elektromotor, Feuer (zwei Mal), glühender Nagel, Verbrennungsmotor, Dampfmaschine, Eisengewinnung im Hochofen, Reibung*



Aufgabe 24: Leistung

- Josef verbraucht beim Treppensteigen alle vier Sekunden ein Kilojoule. Wie groß ist seine Leistung?
- Ein Haushalt bezieht in der Mittagszeit eine halbe Stunde lang eine Leistung von 500 Watt aus dem Stromnetz. Welche Energie wurde in dieser Zeit dem Netz entnommen?
- Der Akkumulator eines Elektroautos entleert sich während der zwanzigminütigen Fahrt zur Arbeit um 30 MJ. Welche Leistung haben die Motoren des Autos während der Fahrt durchschnittlich abgegeben?
- Wieviel Wärmeenergie gibt eine 2-kW-Elektroheizung in einer Stunde an den Raum ab?

Aufgabe 25: Einheiten für Energie und Leistung

Rechne um:

- | | | | |
|--------------------|-------------------|---------------------|-----------------------------------|
| a) 50 PS = ___ kW | b) 80 kW = ___ PS | c) 80 kcal = ___ kJ | d) 100 kJ = ___ kcal |
| e) 70 kWh = ___ MJ | f) 5 MJ = ___ kWh | g) 30 Ws = ___ J | h) 10 N·m·s ⁻¹ = ___ J |

Aufgabe 26: Potentielle Energie

- Wieviel potentielle Energie verliert ein 30 kg schwerer Junge beim Sprung vom Fünfmeterturn? Wohin geht diese Energie?
- Wieviel potentielle Energie benötigt man, um einen 50 kg schweren Zementsack 3 m hoch ein Stockwerk höher zu schleppen?
- Wieviel Höhenmeter kann ein 80 kg schwerer Mann (theoretisch) mit dem Energiegehalt einer Tafel Schokolade (800 kJ) überwinden? Warum schafft er praktisch nur einen Bruchteil davon? Wohin geht der Rest der Energie?

Aufgabe 27: Kinetische Energie

- a) Welche kinetische Energie hat ein 1 t schweres Auto bei 36 km/h?
- b) Wie schnell ist ein 30 kg schwerer Junge mit einer kinetischen Energie von 150 J?
- c) Wie schnell wird ein 30 kg schwerer Junge beim Sprung von einem Zehnmeterurm? Verwende die Aufgaben 6 a) und 7a).
- d) Wie schnell wird ein 3000 kg schwerer Elefant beim Sprung vom Zehnmeterurm? Warum würde er sich dabei trotzdem viel stärker verletzen als der Junge?
- e) Welche kinetische Energie hat ein 50 000 t schwerer Frachter bei 36 km/h (≈ 17 Knoten)? Wie groß ist die kinetische Energie eines 500 kg schweren Tretbootes bei der gleichen Geschwindigkeit? Wie wirkt sich das auf die Bremswege im Hafen aus?

Aufgabe 28: Energieerhaltung

- a) Wie hoch fliegt ein Stein, der mit 12 m/s senkrecht nach oben geworfen wurde?
- b) Wie schnell muss ein Pfeil abgeschossen werden, der 40 m hoch fliegen soll?

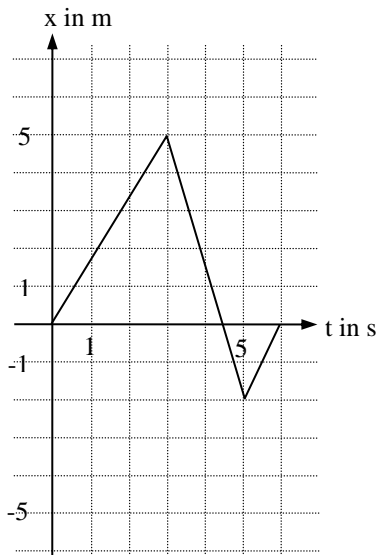
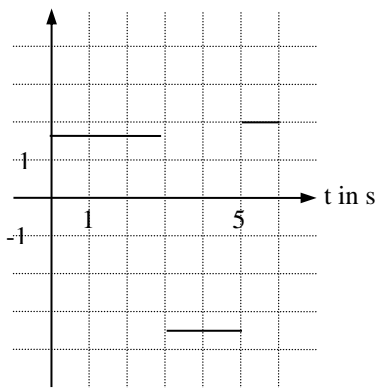
1.1. Lösungen zu den Grundaufgaben zur Mechanik

Aufgabe 1: Geschwindigkeit

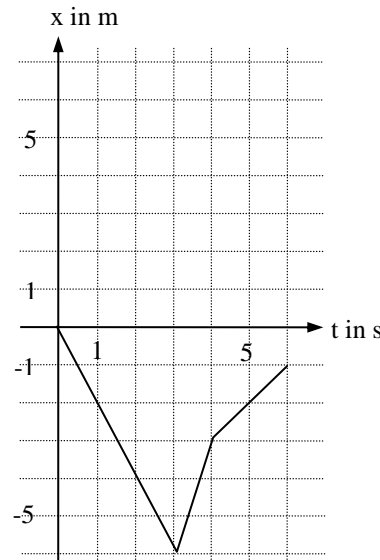
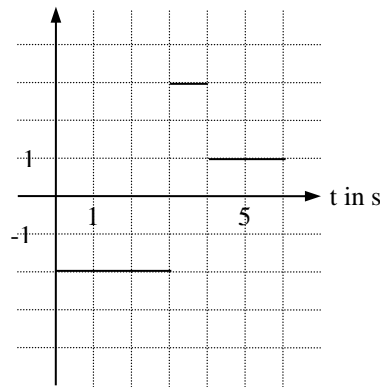
- a) $100 \text{ km/h} = 27,8 \text{ m/s}$ und $10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$
- b) Für die einfache Strecke Δs zum Meeresboden benötigt der Schall $\Delta t = 0,7 \text{ s}$. Das Meer ist also $\Delta s = c \cdot \Delta t = 1475 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,7 \text{ s} = 1032,5 \text{ m}$ tief.
- c) Sie benötigt $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{142\,000\,000 \text{ m}}{47\,500 \text{ m/s}} \approx 2989,5 \text{ s} \approx 49 \text{ min } 49,5 \text{ s}$ für die Strecke.
- d) Es benötigt $\Delta t = \frac{\Delta s}{c} = \frac{150\,000\,000\,000 \text{ m}}{300\,000\,000 \text{ m/s}} = 500 \text{ s} \approx 8 \text{ min } 20 \text{ s}$ für die Strecke.
- e) Gefragt ist nach der Zeitspanne Δt zwischen dem Befahren der Brücke durch die Lok und dem Verlassen der Brücke durch den letzten Wagen. Dann ist die Lok aber schon $300 \text{ m} + 200 \text{ m}$ gefahren und es folgt $\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{500 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 25 \text{ s}$.

Aufgabe 2: geradlinig gleichförmige Bewegung

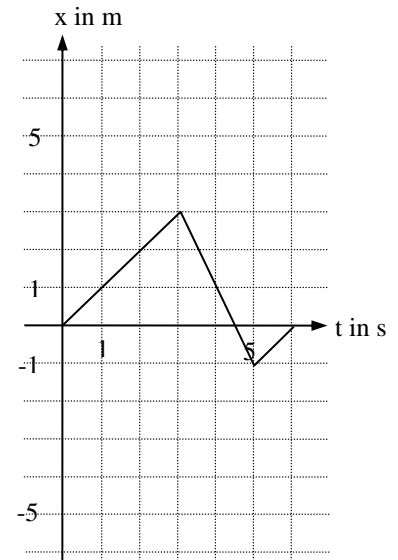
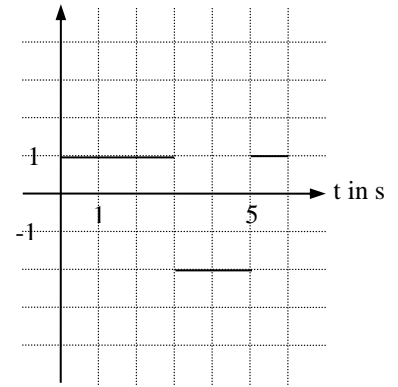
a) v in m/s



b) v in m/s

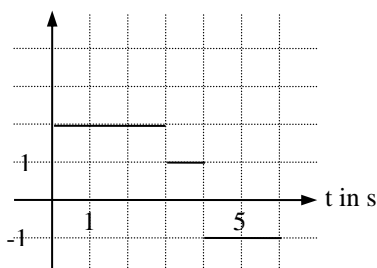


c) v in m/s

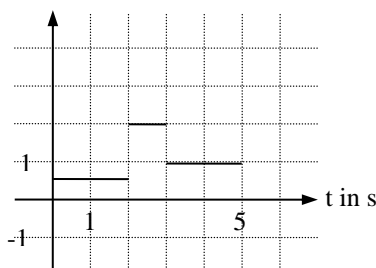


Aufgabe 3: Geradlinig gleichförmige Bewegung

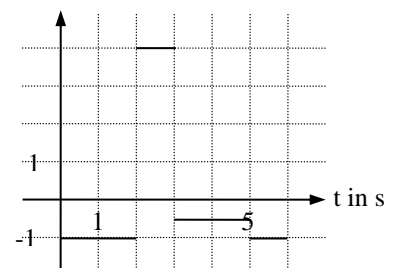
a) v in m/s

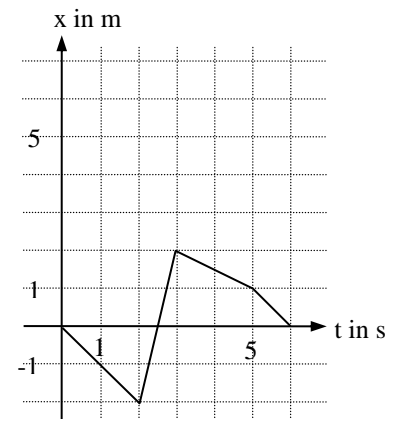
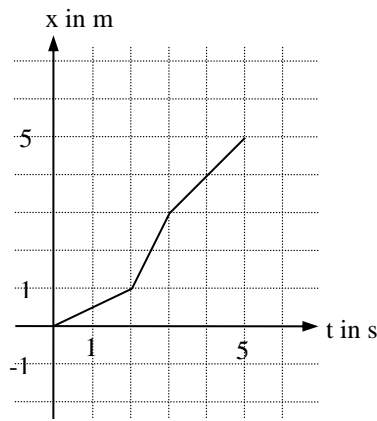
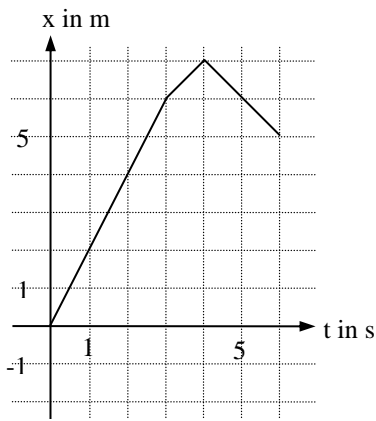


b) v in m/s



c) v in m/s





Aufgabe 4: Geradlinig-gleichförmige Bewegung

Alles in SI!

a) Die Ort-Zeit-Gleichungen sind

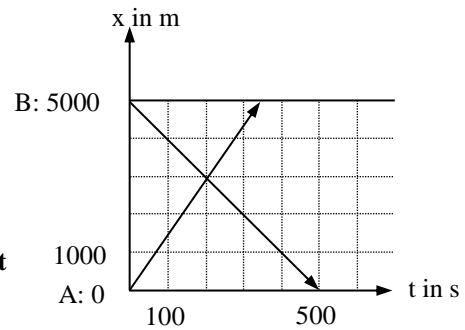
$$x_A(t) = 15 \cdot t \text{ und } x_B(t) = -10 \cdot t + 5000.$$

Gleichsetzen ergibt $x_A(t) = x_B(t) \Leftrightarrow 15t = -10t + 5000$

\Rightarrow **Treffzeit $t = 200 \text{ s} = 3 \text{ Minuten und } 20 \text{ Sekunden}$.**

Durch **Einsetzen** erhält man den

Treffpunkt $x_A(200) = x_B(200) = 3000 \text{ m} = 3 \text{ km}$ von A entfernt bzw. 2 km von B entfernt.



b) Die Ort-Zeit-Gleichungen sind

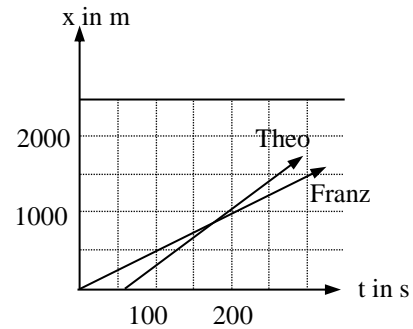
$$x_F(t) = 5 \cdot t \text{ und } x_T(t) = 7,5 \cdot (t - 60) = 7,5 \cdot t - 450.$$

Gleichsetzen ergibt $x_F(t) = x_T(t) \Leftrightarrow 5t = 7,5t - 450$

\Rightarrow **Treffzeit $t = 180 \text{ s} = 3 \text{ Minuten}$.**

Durch **Einsetzen** erhält man den

Treffpunkt $x_F(180) = x_T(180) = 900 \text{ m}$.



Aufgabe 5: Mittlere und momentane Geschwindigkeit

a)

$$\overline{v}_{[0;1]} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{v}_{[1;3]} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\overline{v}_{[3;6]} = -\frac{2}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{v}_{[8;9]} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\overline{v}_{[10;12]} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{v}_{[14;16]} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\overline{v}_{[15;17]} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \overline{v}_{[16;18]} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b)

$$v(0) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(1) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

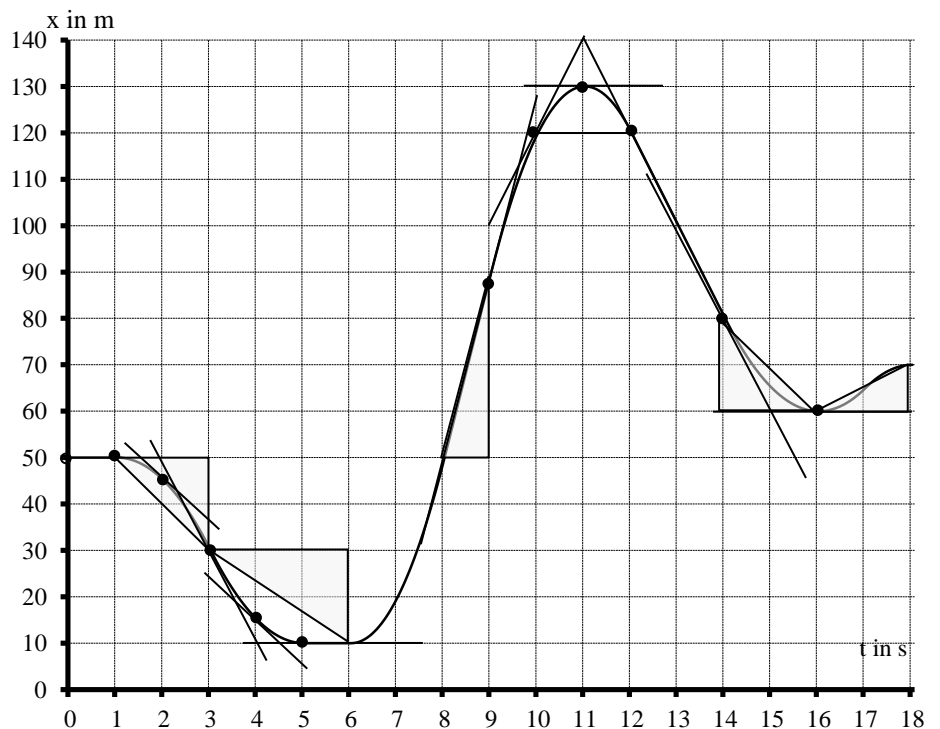
$$v(2) = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(3) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(4) = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(5) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(9) = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(10) = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(11) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(12) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(14) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v(16) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



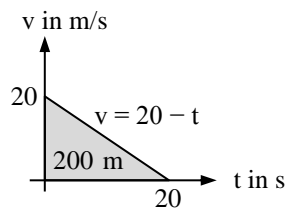
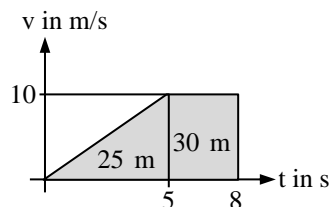
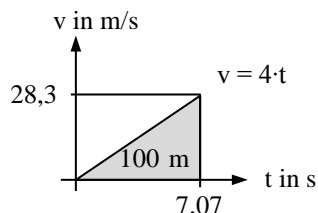
Aufgabe 6: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung (Alles in SI)

a) Aus $x_0 = \frac{1}{2}at_0^2 \Leftrightarrow 400 = \frac{1}{2}t_0^2$ folgt $t_0 = \sqrt{800} \approx 28,3$ s und die Geschwindigkeit $v_0 = a \cdot t_0 \approx 28,3$ m/s = 101,8 km/h. Aus $v_1 = a \cdot t_1 \Leftrightarrow 70 = 1 \cdot t_1$ folgt die Beschleunigungszeit $t_1 = \frac{v_1}{a} = 70$ s und der Weg $x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = 2450$ m.

b) Aus $x = \frac{1}{2}at^2$ folgt die Beschleunigungsdauer $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{50}$ s $\approx 7,07$ s und die erreichte Geschwindigkeit $v = a \cdot t \approx 28,3$ m/s = 101,8 km/h

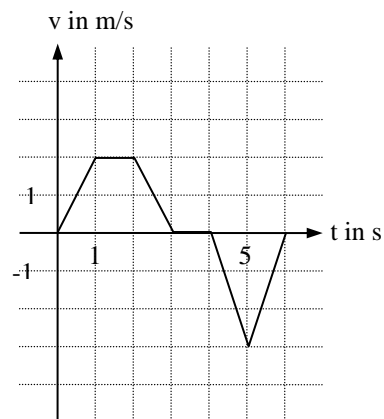
c) In der $t_1 = 5$ Sekunden währenden Beschleunigungsphase legt das Fahrzeug die Strecke $\Delta x = \frac{1}{2}at_1^2 = 25$ m zurück und erreicht eine Geschwindigkeit von $v = a \cdot t_1 = 10$ m/s = 36 km/h. In den folgenden $t_2 = 3$ Sekunden legt es eine Strecke von $v \cdot t = 30$ m zurück.

d) Aus $0 = a \cdot t_0 + v_0$ erhält man die Bremszeit $t_0 = -\frac{v_0}{a} = 20$ s und den Bremsweg $x = \frac{1}{2}at_0^2 + v_0 \cdot t_0 = -\frac{v_0^2}{2a} = 200$ m



Aufgabe 7: Geschwindigkeits-Zeit-Diagramme zusammengesetzter Bewegungen

Abschnitt	Bewegungsart	Beschleunigung bzw. Geschwindigkeit
[0 s; 1 s]	gleichm. Beschleunigung vorwärts	$a = 2 \frac{m}{s^2}$
[1 s; 2 s]	konstante Geschwindigkeit vorwärts	$v = 2 \frac{m}{s}$
[2 s; 3 s]	gleichm. Verzögerung aus Vorwärtsbewegung	$a = -2 \frac{m}{s^2}$
[3 s; 4 s]	Ruhe	$v = 0$
[4 s; 5 s]	gleichm. Beschleunigung rückwärts	$a = -3 \frac{m}{s^2}$
[5 s; 6 s]	gleichm. Verzögerung aus Rückwärtsbewegung	$a = 3 \frac{m}{s^2}$



Aufgabe 8: Trigonometrie

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)
a	4	3,77	36	4,5	9,91	2,5	8,6	5	3,9	27,2	17,3	21,18
b	3,6	7,74	13,2	6,12	7,2	3,71	10,01	2	2,44	19,76	40,75	28,11
c	5,38	8,61	38,34	7,6	12,25	4,47	13,20	5,38	4,6	33,62	44,28	35,2
α	48°	26°	69,86	36,31°	54°	34°	40,66	68,20	57,98°	54°	23°	37°
β	42°	64°	20,13	53,69°	36°	56°	49,34	21,80	32,02°	36°	67°	53°

Beispielrechnung zu a):

$\beta = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$

$c = \frac{a}{\sin(\alpha)} \approx \frac{4 \text{ cm}}{0,74} \approx 5,38 \text{ cm}$

$b = c \cdot \cos(\beta) \approx 5,38 \text{ cm} \cdot 0,67 \approx 3,6 \text{ cm}$

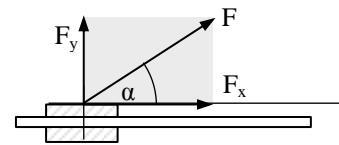
Aufgabe 9: Vektoren

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
Koordinatenform $\vec{v} =$	$\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2\sqrt{3} \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$
Betrag $v =$	2	5	$3\sqrt{2}$	4	2	$2\sqrt{2}$	5	$\sqrt{5}$	2
Winkel zur x-Achse $\alpha =$	60°	$126,87^\circ$	-45°	-150°	45°	-135°	$-36,87^\circ$	$153,43^\circ$	-60°

Teil	j)	k)	l)	m)	n)	o)	p)	q)	r)
Koordinatenform $\vec{v} =$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2\sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \pm 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ \pm 3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 \\ \pm\sqrt{3} \end{pmatrix}$
Betrag $v =$	4	5	$2\sqrt{2}$	4	2	$2\sqrt{2}$	5	$\sqrt{5}$	2
Winkel zur x-Achse $\alpha =$	120°	$-53,13^\circ$	-135°	30°	135°	$90^\circ \pm 45^\circ$	$\pm 143,13^\circ$	$\pm 26,56^\circ$	$\pm 120^\circ$

Aufgabe 10: Kräftezerlegung

$F_x = \cos(\alpha) \cdot F \approx 76,6 \text{ N}$ und $F_y = \sin(\alpha) \cdot F \approx 64,3 \text{ N}$ (siehe rechts)



Aufgabe 11: Kräftezerlegung

Horizontale Komponente: $F_x = F_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \cos(\alpha_2) \approx 368 \text{ N}$

Vertikale Komponente: $F_y = F_1 \cdot \sin(\alpha_1) + F_2 \cdot \sin(\alpha_2) \approx 302 \text{ N}$

Winkel zur Horizontalen: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \approx 39,4^\circ$

Aufgabe 12: Kräftezerlegung

$F = 2 \cdot \cos(15^\circ) \cdot 600 \text{ N} + 2 \cdot \cos(30^\circ) \cdot 600 \text{ N} \approx 2198,3 \text{ N}$

Aufgabe 13: Kräftezerlegung

a) Horizontale Komponente: $F_x = -F_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \cos(\alpha_2) \approx -2,68 \text{ kN}$

Vertikale Komponente: $F_y = F_1 \cdot \sin(\alpha_1) + F_2 \cdot \sin(\alpha_2) \approx -1,58 \text{ kN}$

Winkel zur Vertikalen: $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_x}{F_y}\right) = 30^\circ$ nach links.

b) Horizontale Komponente $F_x = F_1 \cdot \cos(\alpha_1) + F_2 \cdot \cos(\alpha_2) = 0 \Rightarrow F_2 = -F_1 \frac{\cos(\alpha_1)}{\cos(\alpha_2)} \approx 1,84 \text{ kN}$

Aufgabe 14: Kräftezerlegung

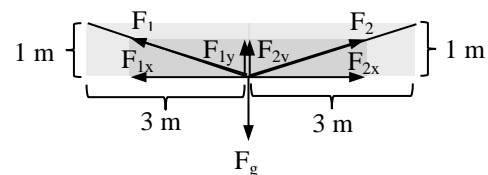
Aufgrund der Symmetrie sind die Kräfte jeweils auf beiden Seiten vom gleichen Betrag:

\Rightarrow Vertikalkräfte: $F_{1y} = F_{2y} = \frac{1}{2} F_g = 100 \text{ N}$.

Da das Kräftedreieck durch zentrische Streckung aus dem Seildreieck hervorgeht, verhalten sich Vertikal- und Horizontalkräfte wie 1 : 3.

\Rightarrow Horizontalkräfte $F_{1x} = F_{2x} = 3F_y = 300 \text{ N}$

\Rightarrow Seilkräfte $F_1 = F_2 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \approx 316,2 \text{ N}$



Die Berechnung über $\cos(\alpha)$ und $\sin(\alpha)$ mit dem Winkel $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 18,43^\circ$ zur Horizontalen geht natürlich auch, ist aber etwas länger und liefert weniger exakte Ergebnisse.

Aufgabe 15: Kräftezerlegung

Da die Kräftedreiecke durch zentrische Streckung aus den Seildreiecken hervorgehen, verhalten sich Vertikal- und Horizontalkräfte wie die entsprechenden vertikalen und horizontalen Abschnitte der Aufhängungen. Jeder Meter entspricht n_1 Newton auf der linken und n_2 Newton auf der rechten Seite.

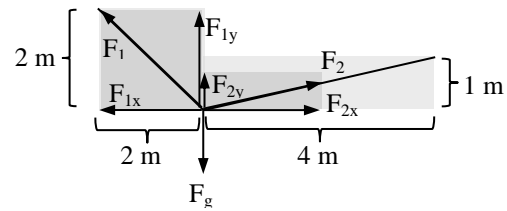
$$\Rightarrow \text{Horizontalkräfte } F_{1x} = F_{2x} \Leftrightarrow 2n_1 = 4n_2 \Leftrightarrow n_1 = 2n_2.$$

$$\Rightarrow \text{Vertikalkräfte: } F_g = F_{1y} + F_{2y} \Leftrightarrow 150 \text{ N} = 2n_1 + n_2.$$

$$\text{Einsetzen } \Rightarrow 150 \text{ N} = 4n_2 + n_2 = 5n_2 \Rightarrow n_2 = 30 \text{ N und } n_1 = 60 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{1x} = 2n_1 = 120 \text{ N} = F_{2x} = F_{1y} \text{ und } F_{2y} = n_2 = 30 \text{ N}.$$

$$\Rightarrow \text{Seilkräfte } F_1 = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2} \approx 169,7 \text{ N und } F_2 = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2} \approx 123,7 \text{ N}$$



Die Berechnung über $\cos(\alpha)$ und $\sin(\alpha)$ mit den Winkeln $\alpha_1 = 45^\circ$ und $\alpha_2 = \tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) \approx 14,0^\circ$ zur Horizontalen geht natürlich auch, ist aber deutlich (!) länger und liefert weniger exakte Ergebnisse.

Aufgabe 16: 2. Newtonsches Axiom

$$\text{a) } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = m \cdot a = 1,5 \text{ kN}$$

$$\text{b) } a = \frac{F}{m} = 1,3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow v = a \cdot t = 13,3 \text{ m/s} = 48 \text{ km/h}$$

$$\text{c) } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 150 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F = m \cdot a = 300 \text{ kN}$$

$$\text{d) } \text{Aus } x = \frac{1}{2} a t^2 \text{ ergibt sich ist } a = \frac{2x}{t^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow m = \frac{F}{a} = 10 \text{ kg}.$$

Aufgabe 17: Newtonsche Axiome

- a) 700 N b) 740 N c) 560 N d) 0 N

Aufgabe 18: Newtonsche Axiome

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = 2 \text{ m/s}^2 \text{ mit } F_{\text{oben}} = 20 \text{ N und } F_{\text{unten}} = m_2 \cdot a = 8 \text{ N}$$

Aufgabe 19: Newtonsche Axiome

$$\text{a) } a = \frac{F_G}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = 2,5 \text{ m/s}^2.$$

$$\text{b) } a = \frac{F_G}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2} = 5 \text{ m/s}^2.$$

Aufgabe 20: Hebel

- a) Nach dem Hebelgesetz bzw. Drehmomentgleichgewicht bezogen auf das linke Ende des Hebels gilt

$$5 \text{ cm} \cdot F_1 - 50 \text{ cm} \cdot F_2 = 0 \Rightarrow F_2 = 100 \text{ N}$$

Nach dem Strahlensatz bzw. zentrischer Streckung mit Zentrum im linken Ende des Hebels gilt

$$\frac{\Delta s_2}{\Delta s_1} = \frac{50 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \Rightarrow \Delta s_2 = 20 \text{ cm}$$

- b) $W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1 = 20 \text{ J}$ und $W_2 = F_2 \cdot \Delta s_2 = 20 \text{ J}$: Die geleistete Arbeit W_2 ist gleich der verrichteten Arbeit W_1 .

Aufgabe 21: Schiefe Ebene

Aus den beiden getönten rechtwinkligen Dreiecken liest man ab:

$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta s_1}{\Delta s_2} \Rightarrow \text{Weglänge } \Delta s_2 = \frac{\Delta s_1}{\sin(\alpha)} \text{ und } \sin(\alpha) = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \text{Hangabtriebskraft } F_2 = F_1 \cdot \sin(\alpha). \text{ Die jeweils geleistete Arbeit ist}$$

$$W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1 \text{ und } W_2 = F_2 \cdot \Delta s_2 = F_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{\Delta s_1}{\sin(\alpha)} = W_1. \text{ Mit } F_1 = m \cdot g = 1 \text{ kN und } \Delta s_1 = 3 \text{ m ist } W_1 = W_2 = 3 \text{ kJ}.$$

Aufgabe 22: Flaschenzug

- a) Lastkraft $F_1 = m \cdot g = 2 \text{ kN}$

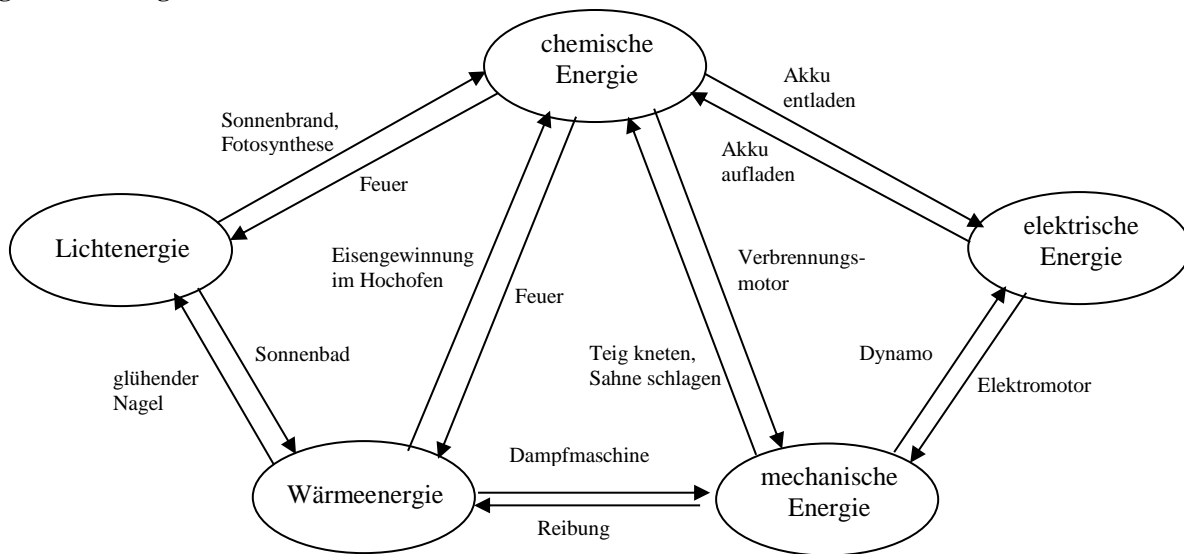
$$\text{b) } \text{Seilkraft } F_2 = \frac{F_1}{4} = 500 \text{ N}$$

- c) Am ganz rechten Seilabschnitt hängt keine Last

- d) Da alle vier Seilabschnitte zum selben Seil gehören, muss dieses insgesamt um $\Delta s_2 = 4 \cdot \Delta s_1 = 40 \text{ cm}$ verkürzt werden.

e) $W_1 = F_1 \cdot \Delta s_1 = 200 \text{ J}$ und $W_2 = F_2 \cdot \Delta s_2 = \frac{F_1}{4} \cdot 4\Delta s_1 = W_1 = 200 \text{ J}$.

Aufgabe 23: Energieformen



Aufgabe 24: Leistung

a) $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 250 \text{ W}$ b) $\Delta W = P \cdot \Delta t = 900 \text{ kJ}$ c) $P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 25 \text{ kW}$ d) $\Delta W = P \cdot \Delta t = 7,2 \text{ MJ}$

Aufgabe 25: Einheiten für Energie und Leistung

a) $50 \text{ PS} = 37,5 \text{ kW}$ b) $80 \text{ kW} \approx 106,7 \text{ PS}$ c) $80 \text{ kcal} \approx 336,8 \text{ kJ}$ d) $100 \text{ kJ} = 23,8 \text{ kcal}$
e) $70 \text{ kWh} = 252 \text{ MJ}$ f) $5 \text{ MJ} \approx 1,39 \text{ kWh}$ g) $30 \text{ Ws} = 30 \text{ J}$ h) $10 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 10 \text{ J}$

Aufgabe 26: Potentielle Energie

- a) Die potentielle Energie $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 1,5 \text{ kJ}$ wird zunächst in Bewegungsenergie und beim Aufprall in Verformungs- bzw. Wärmeenergie umgewandelt.
b) Man benötigt (theoretisch, siehe c)) wieder $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h = 1,5 \text{ kJ}$. Dazu kommt außerdem das eigene Körpergewicht!
c) Er könnte $h = \frac{E_{\text{pot}}}{g \cdot m} = 1000$ Höhenmeter schaffen. Praktisch ist die Tafel Schokolade nach 200 – 300 Höhenmetern weg, weil der größte Teil der zugeführten Energie als Wärme abgegeben wird.

Aufgabe 27: Kinetische Energie

- a) $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = 50 \text{ kJ}$
b) $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} \approx 3,16 \text{ m/s}$
c) Die kinetische Energie vor dem Sprung E_{pot} wird während des Fluges vollständig in kinetische Energie E_{kin} umgewandelt:
 $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Leftrightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \approx 14,14 \text{ m/s}$.
d) Der Elefant wird genauso schnell wie der Junge, weil sowohl die kinetische als auch die potentielle Energie proportional zur (trägen bzw. schweren) Masse ist und sich diese daher herauskürzt. Weil der Elefant aber aufgrund seiner hundertfachen Masse auch die die hundertfache kinetische Energie beim Aufprall hat, würde der schwere Verletzungen erleiden.
e) Der Frachter muss beim Abbremsen seine kinetische Energie von $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = 1500 \text{ MJ}$ als Verformungs- und Wärmeenergie an das Wasser abgeben. Das dauert viel länger und hat einen Bremsweg von einigen Kilometern zur Folge, während das Tretboot mit 25 kJ schon nach wenigen Metern zum Stoppen kommt.

Aufgabe 28: Energieerhaltung

a) $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2g} = 7,2 \text{ m}$.
b) $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \Leftrightarrow mgh = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2gh} = 28,3 \text{ m/s}$