1.4. Aufgaben zur Dynamik

Aufgabe 1: 2. Newtonsches Axiom

a) Welche Kraft benötigt man, um einen 1 kg schweren Körper in 3 Sekunden von 0 auf 2 m/s zu beschleunigen?

b) Wie schnell wird ein 1,5 t schweres Auto nach 10 Sekunden, wenn seine Reifen jede Sekunde eine Kraft von 2 kN auf die Straße übertragen?

c) Welche Kraft wirkt auf ein 2 t schweres Fahrzeug, das mit 54 km/h auf einen Brückenpfeiler prallt und dabei in 0,1 s zum Stillstand kommt?

d) Wie schwer ist ein Körper, der durch eine konstante Kraft von 10 N gleichmäßig aus der Ruhe heraus beschleunigt wird und dabei in 20 Sekunden eine Strecke von 200 m zurücklegt?

Aufgabe 2: Newtonsche Axiome

In einem Aufzug wirken auf eine 70 kg schwere Person die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ und die Kraft $\vec{F}$ des Bodens, auf dem die Person steht. Welchen Betrag hat $\vec{F}$, wenn der Aufzug

a) stillsteht

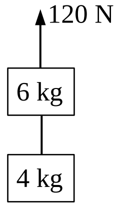
b) mit 2 m/s^2 nach oben beschleunigt

c) mit −2 m/s^2 nach unten beschleunigt

d) frei fällt?

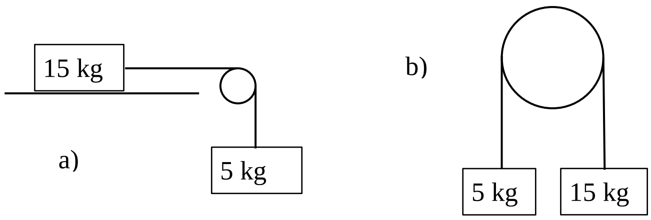
Aufgabe 3: Newtonsche Axiome

Die beiden durch einen Faden verbundenen Gewichte rechts werden mit 120 N nach oben gezogen. Berechne die Beschleunigung und die Fadenkräfte im oberen und im unteren Faden.



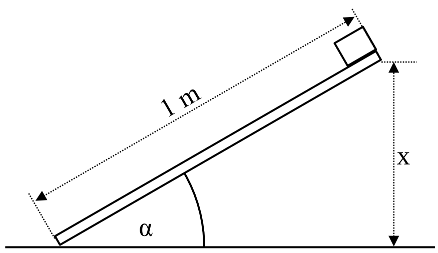
Aufgabe 4: Newtonsche Axiome

Berechne jeweils die Beschleunigung der beiden reibungsfrei gelagerten und über eine Schnur auf einer ebenfalls reibungsfreien Rolle verbundenen Körper, wenn sie sich unter dem Einfluss der Gravitationskraft anfangen zu bewegen.



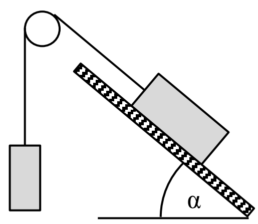
Aufgabe 5: Schiefe Ebene

Auf dem einen Ende eines 1 m langen Brettes liegt ein Holzklotz mit Haftreibungszahl μ_{HR} = 0,8 und Gleitreibungszahl μ_{GR} = 0,6. Wie hoch kann man das Brett auf der Seite anheben, bis der Klotz ins Rutschen gerät und wie schnell ist er dann am unteren Ende?



Aufgabe 6: Schiefe Ebene (6)

Die beiden rechts abgebildeten Körper sind mit einem Seil über eine feste Rolle miteinander verbunden. Der rechte Körper sitzt mit der Gleitreibungszahl μ = 0,3 auf der um α = 30° geneigten Ebene und ist fünfmal so schwer wie der linke. Berechne die Beschleunigung, mit der sich der rechte Körper nach unten bewegt.



Aufgabe 7: Bremsweg

a) Wie lang ist der Bremsweg bei einer Geschwindigkeit von 126 km/h, einer Reaktionszeit von einer Sekunde und einem Haftreibungszahl μ_{HR} = 0,5? Zeichne eine v-t-Diagramm.

b) Wie schnell darf ein Zug fahren, wenn der Gleitreibungskoeffizient μ_{GR} = 0,06 beträgt und eine Bremsstrecke von höchstens 500 m vorgeschrieben ist?

Aufgabe 8: Beschleunigung und Inertialsysteme

Ein 40 t schweres Flugzeug mit einer Startgeschwindigkeit von 216 km/h soll von dem 100 m langen Katapult eines Flugzeugträgers abfliegen. Das riesige Schiff dreht dazu jedes Mal zusammen mit allen Begleitschiffen in den 36 km/h schnellen Wind und beschleunigt auf 54 km/h, um zusätzlichen Auftrieb zu erzeugen.

a) Wie hoch ist die Windgeschwindigkeit nun über dem Flugdeck?

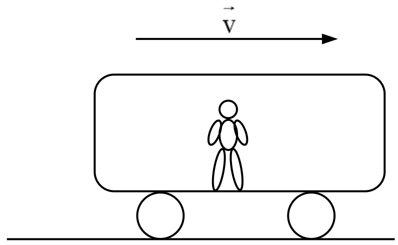
b) Welche Geschwindigkeit muss das Flugzeug relativ zum Flugdeck erreichen?

c) Wie groß ist die notwendige Beschleunigung auf dem Katapult?

d) Welche Kraft muss das Vorderrad des Flugzeuges übertragen, an dem der Katapultschlitten festgehakt ist?

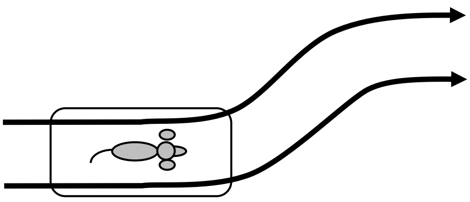
Aufgabe 9: Newtonsche Axiome und Inertialsysteme
Ein 50 kg schwerer Junge sitzt in einem 100 t schweren Triebwagen, der beim Einfahren in den Bahnhof mit 1 m/s^2 verzögert. Zeichne die folgenden Kraftpfeile mit Betrag und Richtung in die Skizzen ein.

a) Die Kraft $\vec{F}_{T\to S}$, die der Triebwagen auf die Schiene ausübt.
b) Die Kraft $\vec{F}_{S\to T}$, die die Schiene auf den Triebwagen ausübt.
c) Die Kraft $\vec{F}_{T\to J}$, die der Triebwagen auf den Jungen ausübt.
d) Die Kraft $\vec{F}_{J\to T}$, die der Junge auf den Triebwagen ausübt.
e) Welche Beschleunigung erfährt der Junge in Bezug auf das System des Triebwagens?
f) Welche Beschleunigung erfährt der Junge in Bezug auf das System der Schienen?



Aufgabe 10: Newtonsche Axiome und Inertialsysteme
Dackel Waldemar mit seinem Kampfgewicht von 4 kg steht nichtsahnend in einem mit konstanter Geschwindigkeit geradeaus fahrenden 100 t schweren Bahnwagen, als dieser plötzlich über eine Weiche fährt und mit einer Beschleunigung von 1 m/s^2 **quer zur Fahrtrichtung** das Gleis wechselt. Zeichne die folgenden Kraftpfeile mit Betrag und Richtung in die Skizzen ein.

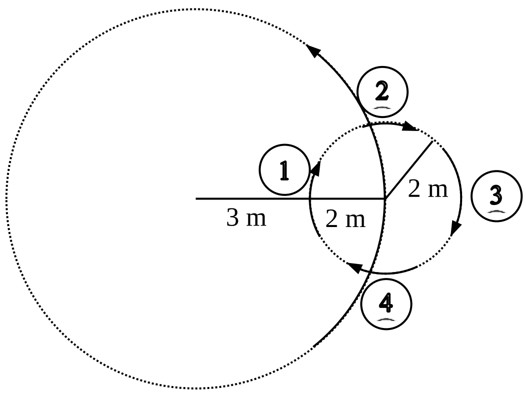
a) Die Kraft $\vec{F}_{W\to S}$, die der Wagen auf die Schiene ausübt.
b) Die Kraft $\vec{F}_{S\to W}$, die die Schiene auf den Wagen ausübt.
c) Die Kraft $\vec{F}_{W\to D}$, die der Wagen auf den Dackel ausübt.
d) Die Kraft $\vec{F}_{D\to W}$, die der Dackel auf den Wagen ausübt.
e) Welche Beschleunigung erfährt der Dackel in Bezug auf das System des Wagens?
f) Welche Beschleunigung erfährt der Dackel in Bezug auf das System der Schiene?



Aufgabe 11: Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung
a) Berechne die Winkelgeschwindigkeit ω und die Geschwindigkeit v der Rotorspitzen eines Windrades mit einem Rotordurchmesser von 60 m, welches zwei Sekunden für eine Umdrehung braucht.
b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit und mit welcher Frequenz dreht sich das 72 cm große Rad eines 24 km/h schnellen Radfahrers?
c) Berechne die Frequenz f sowie die Winkelgeschwindigkeit ω der Erdkugel bei ihrer Drehung um sich selbst und die Geschwindigkeit eines Objektes am Äquator im Bezug zum Erdmittelpunkt, wenn der Erdradius 6370 km beträgt.
d) Berechne die Frequenz f sowie die Winkelgeschwindigkeit ω der Erdkugel bei ihrer Drehung um die Sonne und die Geschwindigkeit des Erdmittelpunktes im Bezug zur Sonne, wenn der Abstand zur Sonne 150 Mio km beträgt und ein Jahr 356,25 Tage dauert.

Aufgabe 12: Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung
Der „Helldiver“ auf einem Jahrmarkt besteht aus einer 10 m großen waagrecht gelagerten Scheibe, die sich mit 15 rpm (rounds per minute = Umdrehungen pro Minute) von oben aus gesehen **gegen** den Uhrzeigersinn dreht. Die Besucher stehen in zylinderförmigen Käfigen mit 4 m Durchmesser, welche zunächst auf der großen Scheibe still stehen.

a) Bestimme die Momentangeschwindigkeit eines Besuchers, der sich auf den Positionen 1 – 4 am Käfigzaum befindet (siehe rechts).
b) Nun beginnt der Käfig, sich mit 30 rpm **mit** dem Uhrzeigersinn drehen. Bestimme erneut die Momentangeschwindigkeiten an den Positionen 1- 4.



Aufgabe 13: Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft
Jesse bringt das Karussell so weit auf Touren, dass es sich alle 2 Sekunden um sich selber dreht. Lisa wiegt 12 kg und ihr Schwerpunkt ist 1 m von de Drehachse entfernt.

a) Mit welcher Kraft muss sie sich festhalten?
b) Erkläre den Unterschied zwischen Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft mit Hilfe des Begriffes des Inertialsystems.

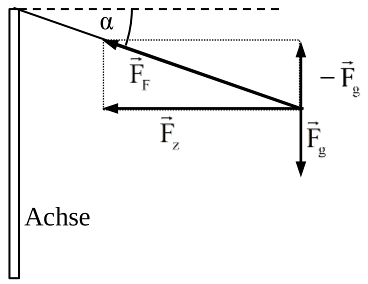
Aufgabe 14: Zentripetalkraft und Fadenkraft

Ein 1 kg schwerer Körper wird an einem Faden um eine vertikale Achse auf einer Umlaufbahn mit dem Radius r = 50 cm herumgeschleudert. In 10 Sekunden führt der Körper 8 Umläufe aus.

a) Berechne den Betrag der erforderlichen Zentripetalkraft $\vec{F}_z$.

b) Berechne den Betrag der Fadenkraft $\vec{F}_F$.

c) Berechne den Winkel, den der Faden mit der Horizontalen einschließt.



Aufgabe 15: Zentripetalkraft und Fadenkraft

Ein Körper wird wie in Aufgabe 14 an einem 60 cm langen Faden um eine senkrechte Achse geschleudert, so dass er alle zwei Sekunden drei Umläufe ausführt. Berechne den Neigungswinkel α des Fadens zur Horizontalen und den Radius r der Umlaufbahn.

Aufgabe 16: Energieerhaltung bei der Kreisbewegung

Eine Metallkugel wird an einem 80 cm langen Faden auf einem Kreis in einer vertikalen Ebene herumgeschleudert.

a) Wie hoch muss die Geschwindigkeit v_0 am obersten Bahnpunkt mindestens sein, damit der Faden sich gerade nicht mehr spannt?

b) Welche Geschwindigkeit v_{u1} muss die Kugel im untersten Bahnpunkt haben, damit die Fadenkraft das Fünffache der Gewichtskraft der Kugel beträgt?

c) Welche Geschwindigkeit v_{u2} hat die Kugel am untersten Bahnpunkt, wenn sie sich nur unter dem Einfluss der Schwerebeschleunigung $g \approx 10\ m/s^2$ weiterbewegt?

d) Wie groß ist das Verhältnis der Fadenkraft zur Gewichtskraft im Fall c)?

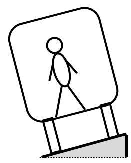
Aufgabe 17: Reibungskraft bei der Kreisbewegung

Mit wie vielen km/h darf man auf einer Straße mit Haftreibungskoeffizient μ = 0,4 in eine Kurve mit dem Radius r = 200 m fahren? Rechne mit $g = 10\ m/s^2$.

Aufgabe 18: Kurvenneigung

a) Welche Kurvenneigung α muss eine für 144 km/h ausgelegte Eisenbahnstrecke mit Krümmungsradius r = 1000 m haben, wenn die Passagiere keine Zentrifugalkraft quer zur Fahrtrichtung empfinden sollen? Vervollständige und beschrifte die Skizze; rechne mit g = 10 N/kg.

b) Um wie viele cm muss das Außengleis höher liegen als das Innengleis, wenn es die Normalspurweite nach George Stephenson (Stockton-Darlington 1830) von 4 Fuß 8,5 Zoll = 1,435 m haben soll?



Aufgabe 19: Reibungskraft bei der Kreisbewegung

Bei einer Motorradshow fährt ein Steilwandfahrer auf der Innenseite eines vertikalen Zylinders mit dem Radius 5 m im Kreis herum.

a) Wie schnell muss er mindestens fahren, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Reifen und Wand μ = 0,6 beträgt?

b) In welchem Winkel ist er dann zur vertikalen Wand geneigt?

Rechne mit $g = 10\ m/s^2$.

Aufgabe 20: Corioliskraft

Anna hat auf dem Spielplatz eine Drehscheibe entdeckt und geht nun 1 m von der Drehachse entfernt mit 3,6 km/h im Kreis. Da sich die Drehscheibe unter ihr aber in die Gegenrichtung dreht, tritt sie von außen gesehen auf der Stelle. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich die Scheibe? Anna will aufhören und zum 2 m von der Drehachse entfernten Rand gehen. Auf welche Geschwindigkeit muss sie jetzt beschleunigen? Aber je mehr sie beschleunigt, desto schneller wird auch die Scheibe. Hilfe! Kannst du das mit einem einfachen physikalischen Begriff erklären? Denke an einen leichten fahrenden Wagen (Skateboard), von dem man gegen die Fahrtrichtung herunter springen will.

Aufgabe 21: Corioliskraft

Eine Regenwolke zieht mit 36 km/h in 5 km Höhe auf 60 Grad nördlicher Breite nach Süden. Der Erdradius ist 6370 km.

a) Mit welcher Geschwindigkeit v_r bewegt sich die Wolke senkrecht zur Drehachse der Erde?

b) In welche Richtung und mit welcher Beschleunigung wird die Wolke infolge der Erddrehung abgelenkt?

c) Um wie viel Grad hat sich die Bewegungsrichtung der Wolke nach zwei Stunden geändert?

1.4. Lösungen zu den Aufgaben zur Dynamik

Aufgabe 1: 2. Newtonsches Axiom

a) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0{,}\overline{6}\ \mathrm{m/s^2} \Rightarrow F = m \cdot a = 0{,}\overline{6}\ \mathrm{N}$

b) $a = \frac{F}{m} = 1{,}\overline{3}\ \mathrm{m/s^2} \Rightarrow v = a \cdot t = 13{,}\overline{3}\ \mathrm{m/s} = 48\ \mathrm{km/h}$

c) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 150\ \mathrm{m/s^2} \Rightarrow F = m \cdot a = 300\ \mathrm{kN}$

d) Aus $x = \frac{1}{2}at^2$ ergibt sich ist $a = \frac{2x}{t^2} = 1\ \frac{m}{s^2} \Rightarrow m = \frac{F}{a} = 10$ kg.

Aufgabe 2: Newtonsche Axiome

a) 700 N b) 740 N c) 560 N d) 0 N

Aufgabe 3: Newtonsche Axiome

$a = \frac{F - (m_1 + m_2)g}{m_1 + m_2} = 2\ \mathrm{m/s^2}$ mit $F_{oben} = 120$ N und $F_{unten} = m_2 \cdot a + m_2 \cdot g = 48$ N

Aufgabe 4: Newtonsche Axiome

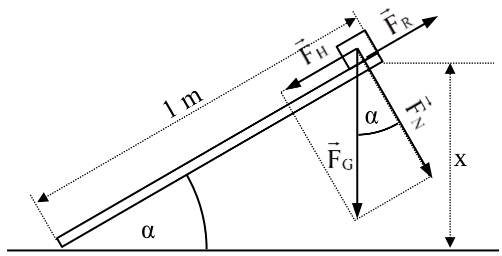
a) $a = \frac{F_G}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} = 2{,}5\ \mathrm{m/s^2}$.

b) $a = \frac{F_G}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_2)g}{m_1 + m_2} = 5\ \mathrm{m/s^2}$.

Aufgabe 5: Schiefe Ebene

Der Klotz fängt unter dem Einfluss der **Gravitationskraft** $F_G = m \cdot g$ an zu rutschen, wenn der Betrag der **Hangabtriebskraft** $F_H = \sin(\alpha) \cdot F_G$ gleich dem Betrag der **Haftreibungskraft** $F_{HR} = \mu_{HR} \cdot F_N = \mu_{HR} \cdot \cos(\alpha) \cdot F_G$. wird:

$F_H = F_{HR} \Leftrightarrow \sin(\alpha) \cdot F_G = \mu_{HR} \cdot \cos(\alpha) \cdot F_G \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}(\mu_{HR}) \approx 38{,}7°$.



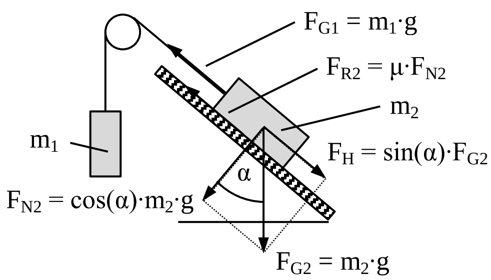
In dem Augenblick, in dem sich der Klotz vom Brett löst, verringert sich die Reibungskraft durch Übergang zur Gleitreibungskraft $F_{GR} = \mu_{GR} \cdot F_N$ und kann die Hangabtriebskraft nun nicht mehr kompensieren: Durch die resultierende Kraft $F_H - F_{GR}$ kommt der Klotz plötzlich ins Rutschen.

Die Beschleunigung ist dann $a = \frac{F_H - F_{GR}}{m} = \frac{\sin(\alpha) \cdot m \cdot g - \mu_{GR} . \cos(\alpha) \cdot m \cdot g}{m} = [\sin(\alpha) - \mu_{GR} \cdot \cos(\alpha)] \cdot g \approx 1{,}55\ \mathrm{m/s^2}$.

Aus $x = \frac{1}{2}at^2$ und $v = a \cdot t$ folgt die Endgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot x \cdot a} \approx 1{,}77$ m/s.

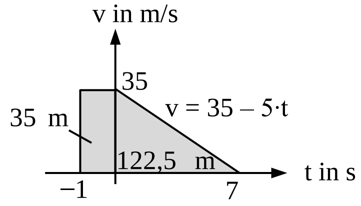
Aufgabe 6: Schiefe Ebene

$$
\begin{aligned}
F_{H2} - F_{R2} - F_{G1} &= (m_1 + m_2) \cdot a && (2) \\
\sin(\alpha) \cdot m_2 \cdot g - \mu \cdot \cos(\alpha) \cdot m_2 \cdot g - m_1 \cdot g &= (m_1 + m_2) \cdot a && (2) \\
\Rightarrow \qquad a &= \frac{\sin(\alpha) \cdot m_2 \cdot g - m_1 \cdot g - \mu \cdot \cos(\alpha) \cdot m_2 \cdot g}{m_1 + m_2} \\
&= \frac{(5 \cdot \sin(\alpha) - 1 - \mu \cdot 5 \cdot \cos(\alpha)) \cdot g}{6} \\
&\approx 0{,}33\ \mathrm{m/s^2} && (2)
\end{aligned}
$$



Aufgabe 7: Bremsweg

a) Im Verlauf der Schrecksekunde werden zunächst $x_1 = v \cdot t_1 = 35$ m zurückgelegt.



Die anschließende Verzögerung ist $a = \frac{F_R}{m} = \frac{\mu_{HR} \cdot m \cdot g}{m} = 5$ m/s^2.

Die Bremszeit ist $t_2 = \frac{v}{a}$ 7 s und der restliche Bremsweg $x_2 = \frac{1}{2} a t_2^2 = 122{,}5$ m.

Insgesamt werden $x_1 + x_2 = 158{,}5$ m bis zum Hindernis zurückgelegt.

b) Die maximale Verzögerung ist $a = \frac{F_{GR}}{m} = \mu_{GR} \cdot g = 0{,}6$ m/s^2.

Aus $x = \frac{1}{2} at^2$ und $v = a \cdot t$ ergibt sich die maximale Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot x \cdot a} \approx 24{,}5$ m/s ≈ 88,2 km/h

Aufgabe 8: Beschleunigung und Inertialsysteme

a) Die Windgeschwindigkeit ist 54 km/h + 36 km/h = 90 km/h = 25 m/s

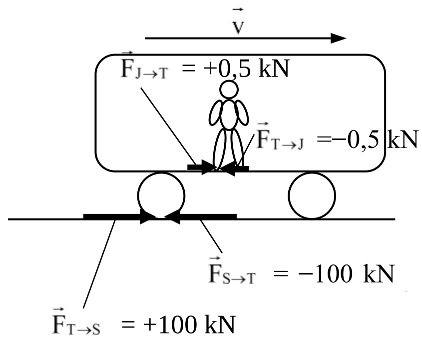
b) Die zusätzlich erforderliche Geschwindigkeit des Katapultschlittens ist Δv = 216 km/h – 90 km/h = 126 km/h = 35 m/s

c) Aus $x = \frac{1}{2} at^2$ und $v = a \cdot t$ ergibt sich $a = \frac{v^2}{2x} = 6{,}125 \frac{m}{s^2}$

d) $F = m \cdot a = 245$ kN

Aufgabe 9: Newtonsche Axiome und Inertialsysteme

a) - d): siehe Skizze.

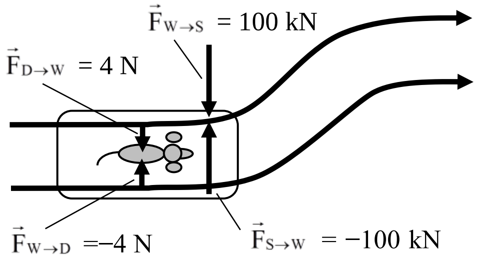


e) In Bezug auf das Auto ist a = 0, obwohl der Triebwagen eine Kraft von $\vec{F}_{T\to J} = -0{,}5$ kN auf den Mann ausübt. Die Gegenkraft $\vec{F}_{J\to T}$ = 0,5 kN ist eine **Scheinkraft**, die aus der Beschleunigung des gesamten Systems (Junge + Triebwagen) in Bezug auf die Schiene herrührt. Im System Triebwagen herrscht statisches Gleichgewicht und der Junge bleibt in Ruhe: $\vec{F}_{J\to T} + \vec{F}_{T\to J} = 0$ und $\vec{a}_J = 0$.

f) Im System Schiene herrscht kein statisches Gleichgewicht und der Junge wird gemeinsam mit dem Triebwagen abgebremst: $\vec{a}_{Junge}$ = −1 m/s^2 und $\vec{F}_{T\to J} = m_{Junge} \cdot \vec{a}_{Junge} = -0{,}5$ kN

Aufgabe 10: Newtonsche Axiome und Inertialsysteme

a) - d): siehe Skizze.



g) In Bezug auf den Wagen ist a = 0, obwohl der Wagen eine Kraft von $\vec{F}_{W\to D} = -4$ N auf den Dackel ausübt, um ihn mit in die Kurve zu nehmen. Die Gegenkraft $\vec{F}_{W\to D}$ = 4 N ist eine **Scheinkraft**, die aus der Beschleunigung des gesamten Systems (Dackel + Wagen) quer zur Fahrtrichtung in Bezug auf die Schiene herrührt. Im System Wagen herrscht statisches Gleichgewicht und der Dackel bleibt in Ruhe: $\vec{F}_{W\to D} + \vec{F}_{W\to D} = 0$ und $\vec{a}_D = 0$.

h) Im System Schiene herrscht kein statisches Gleichgewicht und der Dackel wird gemeinsam mit dem Wagen bezogen auf die Fahrtrichtung nach links beschleunigt: $\vec{a}_D = -1$ m/s^2 und $\vec{F}_{W\to D} = m_{Dackel} \cdot \vec{a}_{Dackel} = -4$ N

Aufgabe 11: Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung

a) $f = 0{,}5\ s^{-1}$; $\omega = 2\pi \cdot f = \pi$ rad/s und $v = r \cdot \omega = 30\pi$ m/s ≈ 94,2 m/s ≈ 340 km/h

b) $\omega = \frac{v}{r} \approx 18{,}5 \frac{rad}{s}$ und $f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 2{,}9 \frac{1}{s}$.

c) $f = \frac{1}{24 \cdot 3600} \frac{1}{s} = \frac{1}{86400} \frac{1}{s}$; $\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{43200} \frac{rad}{s}$ und $v = r\omega \approx 463 \frac{m}{s} \approx 1667 \frac{km}{h}$

d) $f = \frac{1}{365{,}25 \cdot 24 \cdot 3600} \frac{1}{s} = \frac{1}{31557600} \frac{1}{s}$; $\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{15778800} \frac{rad}{s}$ und $v = r\omega \approx 29{,}8 \frac{km}{s}$

Aufgabe 12: Kinematik der gleichförmigen Kreisbewegung

a) Die Scheibe dreht sich mit $f_{Scheibe} = \frac{15 \text{ Umdrehungen}}{60 \text{ Sekunden}} = \frac{1}{4}\ s^{-1}$ bzw. $\omega_{Scheibe} = 2\pi f = \frac{\pi}{2}\ \frac{rad}{s}$.

Die Geschwindigkeits**beträge** im ortsfesten System sind $v_{1S} = \omega_{Scheibe} \cdot 3\ m = 1{,}5\pi \frac{m}{s}$, $v_{2S} = v_{4S} = \omega_{Scheibe} \cdot 5\ m = 2{,}5\pi \frac{m}{s}$ und $v_{3S} = \omega_{Scheibe} \cdot 7\ m = 3{,}5\pi \frac{m}{s}$.

b) Der Käfig dreht sich mit $f_{Käfig} = \frac{30 \text{ Umdrehungen}}{60 \text{ Sekunden}} = +\frac{1}{2}\ s^{-1}$ bzw. $\omega_{Käfig} = 2\pi f = -\pi\ \frac{rad}{s}$.

Die Geschwindigkeits**beträge** im System der Scheibe sind $v_{1K} = v_{3K} = v_{2K} = v_{4K} = \omega_{Käfig} \cdot 2\ m = 2\pi \frac{m}{s}$.

Die Geschwindigkeiten der Besucher an den vier Stellen des Käfigs werden jeweils **vektoriell** aus den Anteilen der Scheibe und des Käfigs **an diesen Orten** addiert.:

$v_{innen} = v_{Scheibe\ 3m} + v_{Käfig\ -2m} = +\frac{3}{2}\pi \frac{m}{s} + 2\pi \frac{m}{s} = +\frac{7}{2}\pi \frac{m}{s}$ (gleichgerichtete Geschwindigkeiten werden addiert)

$v_{außen} = v_{Scheibe\ 7m} + v_{Käfig\ +2m} = +\frac{7}{2}\pi \frac{m}{s} - 2\pi \frac{m}{s} = +\frac{3}{2}\pi \frac{m}{s}$ (entgegen gerichtete Geschwindigkeiten werden subtrahiert)

$v_{vorne} \approx v_{hinten} \approx \sqrt{v^2_{Scheibe\ 5\ m} + v^2_{Käfig\ 2m}} \approx 3{,}2\pi \frac{m}{s}$ (senkrecht aufeinander stehende Geschwindigkeiten mit Pythagoras)

Aufgabe 13: Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft

a) Die Winkelgeschwindigkeit ist $\omega = 2\pi f = \pi\ s^{-1}$. Die Zentripetalkraft ist $F_z = m\omega^2 r = 12\pi^2\ N \approx 118{,}4\ N$ entspricht 11,8 kg!

b) Mit dieser Kraft muss Lisa von außen (**Inertialsystem**) aus gesehen zur Drehachse hin gezogen werden, damit sie auf der Kreisbahn bleibt.
Lisa im beschleunigten **Nichtinertialsystem** des Karussells fühlt keine Beschleunigung, sondern die Zentrifugalkraft als **Scheinkraft**. Um ihre „Ruhelage" beizubehalten, muss sie diese Zentrifugalkraft durch die Zentripetalkraft ihrer Arme ausgleichen. Dann herrscht auf dem Karussell **Kräftegleichgewicht** und sie fällt nicht hinunter.

Aufgabe 14: Zentripetalkraft und Fadenkraft

a) $F_z = m\omega^2 r = (2 \cdot 0{,}8 \cdot \pi)^2 \cdot 0{,}5\ N \approx 12{,}6\ N$.

b) $F_F = \sqrt{F_g^2 + F_z^2} \approx \sqrt{10^2 + 12{,}6^2} \approx 16{,}1\ N$.

c) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_g}{F_z}\right) \approx 38{,}4°$.

Aufgabe 15: Zentripetalkraft und Fadenkraft

Bei einer Fadenlänge s hat der Kreis den Radius $r = \cos(\alpha) \cdot s$. Dann gilt wie in Aufgabe 14 c)

$$\tan(\alpha) = \frac{F_G}{F_Z} = \frac{m \cdot g}{m \cdot \omega^2 \cdot r} = \frac{g}{\omega^2 \cdot r} = \frac{g}{\omega^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot s}$$

und mit $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ erhält man

$$\sin(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 \cdot s} \Rightarrow \text{Neigungswinkel } \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{g}{\omega^2 \cdot s}\right) \approx 10{,}8°.$$

Der Radius der Umlaufbahn ist $r = \cos(\alpha) \cdot s = 58{,}9$ cm.

Aufgabe 16: Energieerhaltung bei Kreisbewegungen

a) Im obersten Bahnpunkt muss gelten $F_g = F_z \Leftrightarrow m \cdot g \cdot = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{r \cdot g} \approx 2{,}83$ m/s

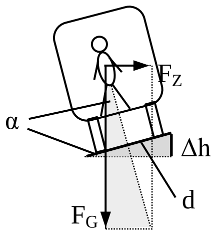
b) Im untersten Bahnpunkt muss gelten $F_F = F_z + F_g = 5 \cdot F_g \Rightarrow 4\ F_g = F_z \Leftrightarrow 4 \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v_{u1}^2}{r} \Leftrightarrow v_{u1} = \sqrt{4 \cdot r \cdot g} = 6$ m/s.

c) Energieerhaltung: $\frac{1}{2} m v_{u2}^2 = \frac{1}{2} m v_o^2 + m \cdot g \cdot 2r \Rightarrow v_{u2} = \sqrt{v_o^2 + 2 \cdot g \cdot 2r} = \sqrt{5 \cdot r \cdot g} \approx 6{,}32$ m/s

d) $F_F = F_z + F_g = \frac{m \cdot v_{u2}^2}{r} + m \cdot g = 5 \cdot m \cdot g + m \cdot g = 6 \cdot m \cdot g$. Die Fadenkraft ist sechsmal so groß wie die Gewichtskraft!

Aufgabe 17: Reibungskraft bei Kreisbewegungen

$F_r = F_z \Leftrightarrow \mu \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\mu \cdot r \cdot g} \approx 28{,}3$ m/s $\approx 101{,}8$ km/h

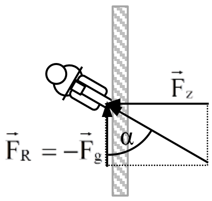


Aufgabe 18: Kurvenneigung

a) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_G}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{r \cdot g}\right) \approx 9{,}1°$

b) $\Delta h = d \cdot \sin(\alpha) \approx 22{,}6$ cm.

Aufgabe 19: Reibungskraft bei Kreisbewegungen



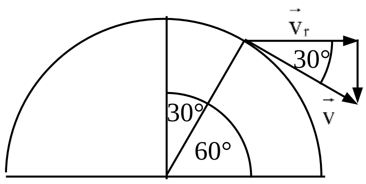
a) $F_g = F_R = \mu \cdot F_Z \Leftrightarrow g = \mu \cdot \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{g \cdot r}{\mu}} \approx 9{,}1$ m/s $\approx 32{,}9$ km/h

b) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right) \approx 59°$

Aufgabe 20: Corioliskraft

Die Winkelgeschwindigkeit ist $\omega = \frac{v}{r} = 1\ s^{-1}$. Sie muss also auf die Tangentialgeschwindigkeit $\omega \cdot 2r = 2$ m/s beschleunigen, wenn sie die Scheibe noch nicht verlassen will.
Möchte sie sich aber weiter radial von der Drehachse wegbewegen, ohne gegenüber dem Boden abgelenkt zu werden, so müsste sie zur Beibehaltung der ortsfesten geraden Bewegungsrichtung noch stärker tangential beschleunigen; z.B. bei einer Radialgeschwindigkeit von $v_r = 1$ m/s auf $\omega \cdot 4r = 4$ m/s.

Aufgabe 21: Corioliskraft



a) $v_r = \cos(30°) \cdot v \approx 8{,}7$ m/s.

b) $\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{43200} \frac{rad}{s}$

$\Rightarrow$ Coriolisbeschleunigung $a_c = 2\omega v_r \approx 1{,}26 \cdot 10^{-3}$ m/s^2 in westlicher Richtung

c) $v_c = a_c \cdot t \approx 9{,}07$ m/s

$\Rightarrow$ Ablenkung um $\alpha = \arctan\left(\frac{v_c}{v_r}\right) \approx 46{,}2°$ in westliche Richtung.