

## 1.5. Energieerhaltung

### 1.5.1. Arbeit, Energie, Leistung

#### 1.5.1.1. Die goldene Regel der Mechanik und die Arbeit

Bei allen mechanischen Kraftwandlern wie z.B. der schiefen Ebene, dem Hebel, einem Flaschenzug oder einem Getriebe bleibt das Produkt aus dem zurückgelegten **Weg  $\Delta x$**  und der aufgewandten **Kraft  $F$  in Wegrichtung** gleich: Je kleiner die Kraft, desto länger der Weg. Man nennt dieses Produkt die **Arbeit (Work)**  $\boxed{W = F \cdot \Delta x}$  mit der Einheit **Joule**  $J = N \cdot m$ .

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 1 - 3

#### 1.5.1.2. Energie

Die zugeführte Arbeit kann in den verschiedensten Formen als z.B. Wärme-, Lage-, Bewegungs-, Feder-, elektrische oder chemische Energie in einem Körper gespeichert werden: **Arbeit = Änderung der Energie:**  $\boxed{W = \Delta E}$ .

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 4

#### 1.5.1.3. Leistung

**Leistung (Power)** ist Arbeit pro Zeit:  $\boxed{P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$  mit der Einheit **Watt**  $W = \frac{J}{s}$

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 5

#### 1.5.1.4. Einheiten

- Eine Kalorie** mit  $1 \text{ cal} \approx 4,2 \text{ J}$  ist die Energie, die man benötigt, um ein Gramm Wasser um ein Grad Celsius zu erwärmen.
- Eine Kilowattstunde**  $KWh = 3\,600\,000 \text{ J}$  ist die Energie, die man bezahlen muss, wenn man eine Stunde lang eine (elektrische) Leistung von 1 Watt vom Elektrizitätswerk bezogen hat.
- Eine Pferdestärke** (Horsepower Hp) mit  $1 \text{ PS} \approx 750 \text{ W}$  ist ungefähr die Leistung, die ein Zugpferd vor einem beladenen Wagen **auf Dauer** erbringen kann. Die kurzzeitige Leistungsfähigkeit von Pferden ist viel höher.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 6

### 1.5.2. Die potentielle Energie

Die potentielle oder **Lageenergie** eines Körpers der Masse  $m$ , der gegen die Gravitationskraft  $F_g = m \cdot g$  um die Höhe  $\Delta x = h$  angehoben wurde, ist  $\boxed{E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h}$ .

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 7

### 1.5.3. Die kinetische Energie

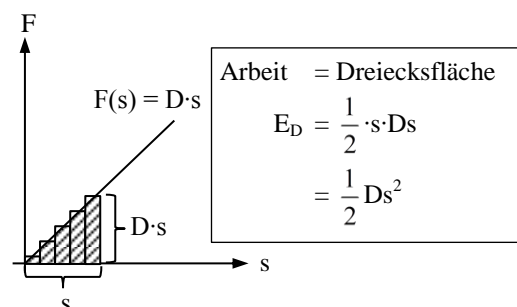
Die kinetische oder Bewegungsenergie eines Körpers der Masse  $m$ , der mit der konstanten Kraft  $f = m \cdot a$  auf die Geschwindigkeit  $v = a \cdot t$  beschleunigt wurde, und dabei der Weg  $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$  zurücklegte, ist  $\boxed{E_{\text{kin}} = F \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} m v^2}$ .

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 8

### 1.5.3. Die Federenergie

Die Federenergie einer um  $\Delta x = s$  aus der Ruhelage gestauchten oder gedehnten Feder mit der Konstante  $D$  ist  $\boxed{E_D = \frac{1}{2} \cdot D s \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2}$ .

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 9



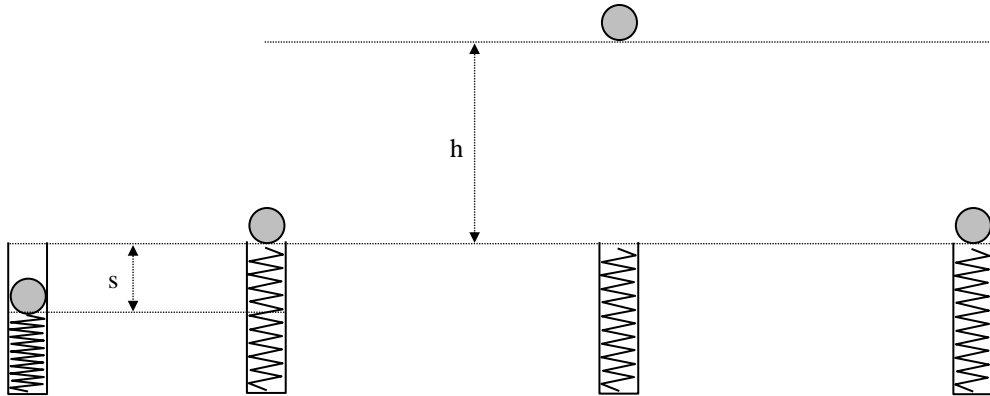
### 1.5.4. Der Energieerhaltungssatz

Der Energieerhaltungssatz verallgemeinert die **goldene Regel der Mechanik** und überträgt sie auf alle anderen Energieformen: Energie lässt sich mit Hilfe von Maschinen umwandeln und übertragen; sie lässt sich aber nicht erzeugen und auch nicht vernichten. In einem **abgeschlossenen System**, welches keine Energie mit der Umgebung austauscht, bleibt die Gesamtenergie immer gleich. Für einfache mechanische Systeme und Maschinen bedeutet das:  $E_{ges} = E_{pot} + E_{kin} + E_D = const.$  Viele Aufgaben aus der Dynamik lassen sich mit dem Energieerhaltungssatz stark vereinfachen.

**Beispiel:**

Eine 10 g schwere Kugel wird durch eine um  $s = 5\text{ cm}$  vorgespannte Feder mit  $D = 100\text{ N/cm}$  senkrecht nach oben geschossen. Wie schnell ist die Kugel beim Abschuss bzw. bei der Landung und welche Höhe erreicht die Kugel?

**Lösung:**



$E_D = \frac{1}{2} Ds^2$	12,5 J	0	0	0
$E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$	0	$12,5\text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \underline{50\text{ m/s}}$	0	$12,5\text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \underline{50\text{ m/s}}$
$E_{pot} = m \cdot g \cdot h^*$	0	0	$12,5\text{ J} \Rightarrow h = \frac{E_{pot}}{m \cdot g} = \underline{125\text{ m}}$	0
$E_{ges}$	12,5 J	12,5 J	12,5 J	12,5 J

\* Der Federweg  $s = 5\text{ cm}$  kann gegenüber der viel größeren Höhe  $h = 125\text{ m}$  bei der potentiellen Energie vernachlässigt werden.

**Ausführliche Schreibweise:**

1. Schritt: Kugel wird beschleunigt

2. Schritt: Kugel steigt hoch

3. Schritt: Kugel fällt wieder

$$E_D + E_{kin} + E_{pot} = E_D' + E_{kin}' + E_{pot}'$$

$$E_D' + E_{kin}' + E_{pot}' = E_D'' + E_{kin}'' + E_{pot}'' \quad (\text{analog zum 2. Schritt})$$

$$\frac{1}{2} Ds^2 + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2} mv'^2 + 0$$

$$0 + \frac{1}{2} mv'^2 + 0 = 0 + 0 + m \cdot g \cdot h$$

$$Ds^2 = mv'^2$$

$$\frac{1}{2} mv'^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot s = v'$$

$$\frac{v'^2}{2g} = h''$$

$$50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v'$$

$$125\text{ m} = h''$$

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 10 - 15