

1.5. Energieerhaltung

1.5.1. Arbeit, Energie, Leistung

1.5.1.1. Die goldene Regel der Mechanik und die Arbeit

Bei allen mechanischen Kraftwandlern wie z.B. der schiefen Ebene, dem Hebel, einem Flaschenzug oder einem Getriebe bleibt das Produkt aus dem zurückgelegten **Weg Δx** und der aufgewandten **Kraft F in Wegrichtung** gleich: Je kleiner die Kraft, desto länger der Weg. Man nennt dieses Produkt die **Arbeit (Work)** $\boxed{W = F \cdot \Delta x}$ mit der Einheit **Joule** $J = N \cdot m$.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 1 - 3

1.5.1.2. Energie

Die zugeführte Arbeit kann in den verschiedensten Formen als z.B. Wärme-, Lage-, Bewegungs-, Feder-, elektrische oder chemische Energie in einem Körper gespeichert werden: **Arbeit = Änderung der Energie:** $\boxed{W = \Delta E}$.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 4

1.5.1.3. Leistung

Leistung (Power) ist Arbeit pro Zeit: $\boxed{P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t}}$ mit der Einheit **Watt** $W = \frac{J}{s}$

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 5

1.5.1.4. Einheiten

- Eine Kalorie** mit $1 \text{ cal} \approx 4,2 \text{ J}$ ist die Energie, die man benötigt, um ein Gramm Wasser um ein Grad Celsius zu erwärmen.
- Eine Kilowattstunde** $KWh = 3\,600\,000 \text{ J}$ ist die Energie, die man bezahlen muss, wenn man eine Stunde lang eine (elektrische) Leistung von 1 Watt vom Elektrizitätswerk bezogen hat.
- Eine Pferdestärke** (Horsepower Hp) mit $1 \text{ PS} \approx 750 \text{ W}$ ist ungefähr die Leistung, die ein Zugpferd vor einem beladenen Wagen **auf Dauer** erbringen kann. Die kurzzeitige Leistungsfähigkeit von Pferden ist viel höher.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 6

1.5.2. Die potentielle Energie

Die potentielle oder **Lageenergie** eines Körpers der Masse m , der gegen die Gravitationskraft $F_g = m \cdot g$ um die Höhe $\Delta x = h$ angehoben wurde, ist $\boxed{E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h}$.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 7

1.5.3. Die kinetische Energie

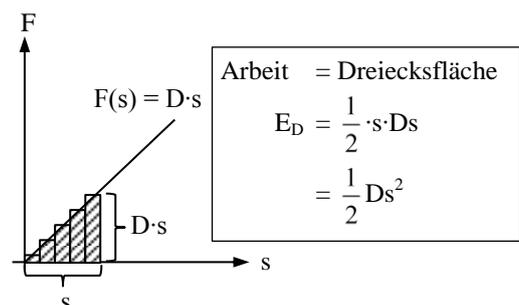
Die kinetische oder Bewegungsenergie eines Körpers der Masse m , der mit der konstanten Kraft $f = m \cdot a$ auf die Geschwindigkeit $v = a \cdot t$ beschleunigt wurde, und dabei der Weg $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2$ zurücklegte, ist $\boxed{E_{\text{kin}} = F \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} m v^2}$.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 8

1.5.3. Die Federenergie

Die Federenergie einer um $\Delta x = s$ aus der Ruhelage gestauchten oder gedehnten Feder mit der Konstante D ist $\boxed{E_D = \frac{1}{2} \cdot D s \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2}$.

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 9



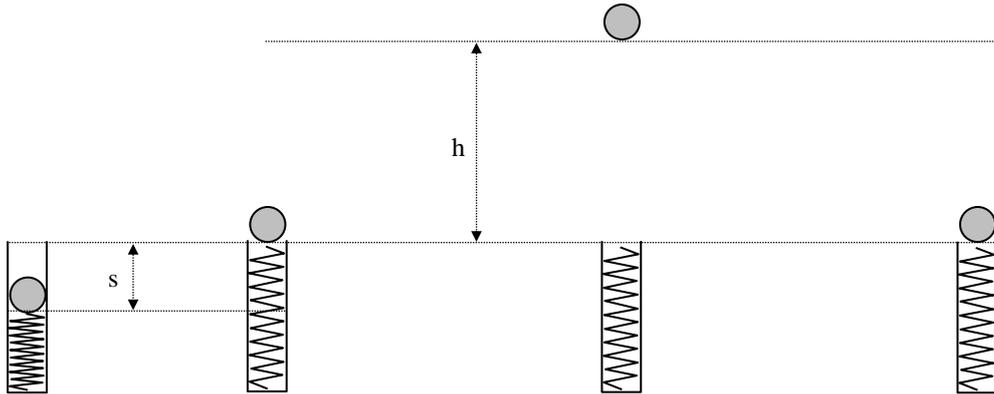
1.5.4. Der Energieerhaltungssatz

Der Energieerhaltungssatz verallgemeinert die **goldene Regel der Mechanik** und überträgt sie auf alle anderen Energieformen: Energie lässt sich mit Hilfe von Maschinen umwandeln und übertragen; sie lässt sich aber nicht erzeugen und auch nicht vernichten. In einem **abgeschlossenen System**, welches keine Energie mit der Umgebung austauscht, bleibt die Gesamtenergie immer gleich. Für einfache mechanische Systeme und Maschinen bedeutet das: $E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} + E_D = \text{const.}$ Viele Aufgaben aus der Dynamik lassen sich mit dem Energieerhaltungssatz stark vereinfachen.

Beispiel:

Eine 10 g schwere Kugel wird durch eine um $s = 5 \text{ cm}$ vorgespannte Feder mit $D = 100 \text{ N/cm}$ senkrecht nach oben geschossen. Wie schnell ist die Kugel beim Abschuss bzw. bei der Landung und welche Höhe erreicht die Kugel?

Lösung:



$E_D = \frac{1}{2} Ds^2$	12,5 J	0	0	0
$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2$	0	$12,5 \text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} = \underline{50 \text{ m/s}}$	0	$12,5 \text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{kin}}}{m}} = \underline{50 \text{ m/s}}$
$E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h^*$	0	0	$12,5 \text{ J} \Rightarrow h = \frac{E_{\text{pot}}}{m \cdot g} = \underline{125 \text{ m}}$	0
E_{ges}	12,5 J	12,5 J	12,5 J	12,5 J

* Der Federweg $s = 5 \text{ cm}$ kann gegenüber der viel größeren Höhe $h = 125 \text{ m}$ bei der potentiellen Energie vernachlässigt werden.

Ausführliche Schreibweise:

1. Schritt: Kugel wird beschleunigt

2. Schritt: Kugel steigt hoch

3. Schritt: Kugel fällt wieder

$$E_D + E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E_D' + E_{\text{kin}}' + E_{\text{pot}}'$$

$$E_D' + E_{\text{kin}}' + E_{\text{pot}}' = E_D'' + E_{\text{kin}}'' + E_{\text{pot}}'' \quad (\text{analog zum 2. Schritt})$$

$$\frac{1}{2} Ds^2 + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2} mv'^2 + 0$$

$$0 + \frac{1}{2} mv'^2 + 0 = 0 + 0 + m \cdot g \cdot h$$

$$Ds^2 = mv'^2$$

$$\frac{1}{2} mv'^2 = m \cdot g \cdot h$$

$$\sqrt{\frac{D}{m}} \cdot s = v'$$

$$\frac{v'^2}{2g} = h''$$

$$50 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v'$$

$$125 \text{ m} = h''$$

Übungen: Aufgaben zur Energieerhaltung Nr. 10 - 15