

## 1.8 Aufgaben zur Hydrostatik

### Aufgabe 1: Druckeinheiten

Ergänze die Tabelle

Pa			3400			560 000	
bar		0,043		0,0056		2,3	
$\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$	0,73				8,5		65,2

### Aufgabe 2: Druck

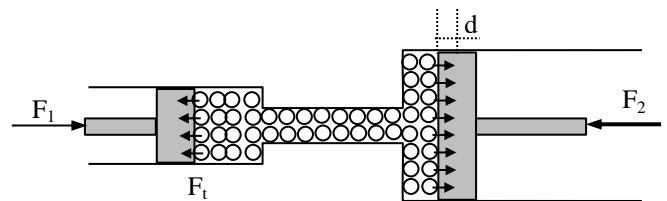
- Wieviel bar Überdruck gegenüber der Umgebung herrschen in einer Flüssigkeit, die auf eine Kolbenfläche von  $A = 4 \text{ cm}^2$  eine Kraft von  $F = 35,6 \text{ N}$  ausübt?
- Welche Kraft wirkt auf eine Fläche mit dem Inhalt  $A = 3 \text{ cm}^2$ , wenn der Überdruck gegenüber der Umgebung  $p = 1,3 \text{ bar}$  beträgt?
- Welche Fläche hat eine Kolben, der bei einem Überdruck von  $p = 1,85 \text{ bar}$  mit einer Kraft von  $0,37 \text{ N}$  herausgedrückt wird?

### Aufgabe 3: Atmosphärendruck

Welche Kraft übt die Atmosphäre auf eine  $0,6 \text{ m}$  breite und  $1,4 \text{ m}$  lange Tischtennisplatte aus? Warum bricht der Tisch nicht zusammen?

### Aufgabe 4: Druck

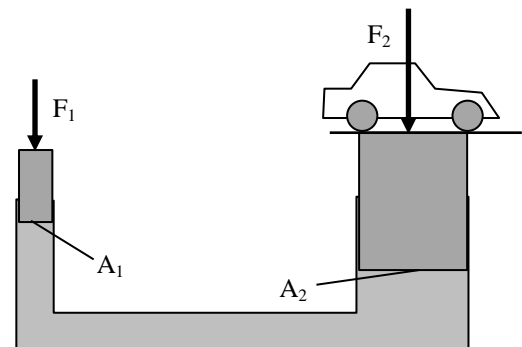
- Auf den linken Kolben wirkt eine Kraft von  $F_1 = 4 \text{ N}$ . Welche Kraft  $F_t$  wirkt dann auf jedes der frei beweglichen Teilchen?
- Welche Kraft  $F_2$  wird auf den rechten Kolben übertragen?
- Um welche Strecke muss der linke Kolben hineingedrückt werden, um den rechten Kolben um die Strecke  $d$  herauszudrücken?



### Aufgabe 5: Druck

Ein mit Öl gefüllter Wagenheber steht unter einem Überdruck von  $5 \text{ bar}$ .

- Welche Kraft  $F_1$  wirkt auf einen Kolben mit einem Durchmesser von  $d_1 = 2 \text{ cm}$ ?
- Welche Kraft  $F_2$  wirkt auf einen zweiten Kolben mit einem Durchmesser von  $d_2 = 4 \text{ cm}$ ?
- Um wie viel  $\text{cm}$  bewegt sich der große Kolben, wenn der kleine Kolben um  $10 \text{ cm}$  hineingedrückt wird und das Gesamtvolumen konstant bleibt?



### Aufgabe 6: Druck

- Der  $1 \text{ m}$  breite zylindrische Presskolben einer hydraulischen Presse soll eine Kraft von  $800 \text{ kN}$  ausüben. Der Druckkolben hat einen Durchmesser von  $5 \text{ cm}$ . Welchen Überdruck muss das Öl in der Presse haben und mit welcher Kraft muss der Druckkolben betätigt werden?
- Ein  $10 \text{ cm}$  breiter Hydraulikzylinder an einem Bagger wird von einer hydraulischen Pumpe mit einem  $5 \text{ mm}$  breiten Druckkolben und einer Kraft von  $500 \text{ N}$  angetrieben. Welche Kraft kann er ausüben und welcher Druck herrscht dann im Hydrauliksystem?

### Aufgabe 7: Druck

Wie breit muss der Hubkolben sein, mit dem man ein  $1 \text{ t}$  schweres Auto mit Hilfe der Trinkwasserversorgung heben kann, wenn diese einen Überdruck von  $3,5 \text{ bar}$  besitzt?

### Aufgabe 8: Hydrostatischer und Atmosphärendruck

Welche Kraft wirkt in 50 m Tiefe eines Sees auf die  $1 \text{ dm}^2$  große Scheibe einer Taucherbrille, wenn in der Taucherbrille

a) Vakuum

b) Atmosphärendruck

herrscht? Was kann der Taucher tun, damit die Brille nicht in den Schädel gepresst wird?

### Aufgabe 9: Hydrostatischer und Atmosphärendruck

Ein Auto mit geschlossenen Fenstern versinkt 8 m tief in einem See. Die Fahrzeugtüren haben eine Fläche von  $1,2 \text{ m}^2$ .

a) Wie groß ist die von außen auf die Tür wirkende Kraft?

b) Wie groß ist die von innen durch den Atmosphärendruck auf die Tür wirkende Kraft?

c) Was muss der eingeschlossene Fahrer tun, um die Tür öffnen zu können?

### Aufgabe 10: Hydrostatischer und Atmosphärendruck

Ein  $100 \text{ cm}$  hohes und  $70 \text{ cm}$  breites Fenster gewährt Einblick in ein Aquarium, dessen Wasserspiegel  $45 \text{ cm}$  über dem oberen Fensterrand liegt. Welche resultierende Kraft muss die Glasscheibe aushalten?

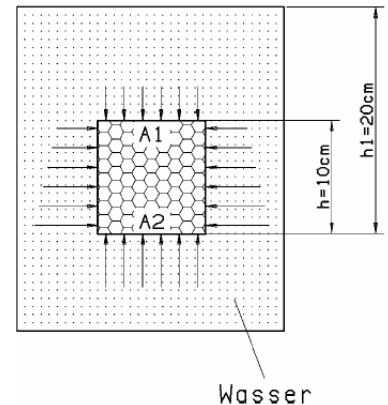
### Aufgabe 11: Auftrieb

a) Welche Kraft  $F_1$  wirkt auf die obere Fläche  $A_1 = 5 \text{ cm}^2$  des rechts abgebildeten Quaders?

b) Welche Kraft  $F_2$  wirkt auf die untere Fläche  $A_2 = 5 \text{ cm}^2$  des rechts abgebildeten Quaders?

c) Wie wirken sich die Kräfte auf die Seitenflächen aus?

d) Wie groß ist die wirksame Auftriebskraft  $F_A$ ?



### Aufgabe 12: Auftrieb

Ein Marmorquader hat die Kantenlängen  $a = 5,0 \text{ cm}$ ;  $b = 2,5 \text{ cm}$  und  $c = 1,2 \text{ cm}$ . Der Marmorquader wird vollständig in Wasser eingetaucht. Die Dichte von Wasser ist  $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$  und die Gravitationsfeldstärke sei  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

a) Berechne das Volumen  $V_M$  des Marmorquaders in  $\text{m}^3$ .

b) Wie groß ist das Volumen  $V_W$  des verdrängten Wassers?

c) Berechne die Auftriebskraft  $F_A$ , die auf den eingetauchten Marmorquader wirkt.

### Aufgabe 13: Auftrieb

Ein Stahlkörper mit der Dichte  $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$  hat in Luft die Gewichtskraft von  $F_g = 3,12 \text{ N}$ . Welche Auftriebskraft erfährt der Körper bei vollständigem Eintauchen in die folgenden Flüssigkeiten:

a) Meerwasser mit  $\rho = 1,03 \text{ g/cm}^3$     b) Glycerin mit  $\rho = 1,26 \text{ g/cm}^3$     c) Süßwasser mit  $\rho = 1,0 \text{ g/cm}^3$ ?

### Aufgabe 14: Auftrieb

Ein  $355 \text{ g}$  schwerer Granitstein verdrängt in Wasser mit der Dichte  $1 \text{ g/cm}^3$  ein Volumen von  $128 \text{ cm}^3$ .

a) Welche Kraft zeigt ein Kraftmesser, an dem der Stein in der Luft hängt?

b) Welche Kraft zeigt ein Kraftmesser, an dem der vollständig in Wasser eingetauchte Stein hängt?

### Aufgabe 15: Auftrieb

Welche Restgewichtskraft hat ein Messingkörper mit dem Volumen  $V = 200 \text{ cm}^3$  und der Dichte  $\rho_K = 8,7 \text{ g/cm}^3$ , der vollständig in Öl mit der Dichte  $\rho_\text{Ö} = 0,9 \text{ g/cm}^3$  getaucht wird?

### Aufgabe 16: Auftrieb

Eine Gipsfigur wiegt an der Luft  $0,18 \text{ N}$  und in Benzin nur noch  $0,04 \text{ N}$ . Wie groß ist das Volumen der Figur, wenn die Dichte von Benzin  $\rho_B = 0,7 \text{ g/cm}^3$  beträgt?

### Aufgabe 17: Auftrieb

- Ein Ei wiegt in der Luft 0,61 N und in Wasser 0,06 N. Welche Dichte hat eine Kochsalzlösung, in der das Ei gerade noch schwebt? Rechne mit  $\rho_W = 1 \text{ kg/dm}^3$  und  $g = 10 \text{ N/kg}$ .
- Ein Bleikörper mit der Dichte  $\rho_{Pb} = 11,3 \text{ g/cm}^3$  wiegt an der Luft 80 N und in einer unbekanntem Flüssigkeit 5,6 N weniger. Berechne die Dichte der unbekanntem Flüssigkeit.

### Aufgabe 18: Auftrieb

- Mit welchem Gewicht muss man einen einen Quader mit den Kantenlängen  $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 25 \text{ cm}$  und  $c = 30 \text{ cm}$  aus Fichtenholz mit der Dichte  $\rho_F = 0,6 \text{ g/cm}^3$  beschweren, damit er untergeht? Rechne mit  $\rho_W = 1 \text{ g/cm}^3$  und  $g = 10 \text{ N/kg}$ .
- Welche Grundfläche muss eine 5 cm dicke Eisscholle mit der Dichte  $\rho_{Eis} = 0,92 \text{ g/cm}^3$  mindestens haben, damit sie ein 40 kg schweres Kind gerade noch trägt?
- Eine leere Konservendose mit Durchmesser  $d$ , Höhe  $h$  und Masse  $m$  schwimmt in der Badewanne. Lars schüttet solange Wasser hinein, bis ihr oberer Rand unterschneidet und sie untergeht. Bis zu welcher Höhe  $h'$  kann er die Dose füllen?

### Aufgabe 19: Barometrische Höhenformel

Bestimme den Normaldruck auf dem Feldberg (1500 m) und dem Mount Everest (8500 m).

### Aufgabe 20: Druck und Volumen

- Wie kommt der Druck eines Gases oder einer Flüssigkeit auf die Gefäßwand zustande?
- Welches Volumen hat ein Mol Kohlenstoffdioxid  $\text{CO}_2$  bei Normalbedingungen?
- Welches Volumen hat ein Mol Sauerstoff  $\text{O}_2$  bei Normalbedingungen?
- Welches Volumen hat ein Mol Helium  $\text{He}$  bei Normalbedingungen?
- Welches Volumen hat ein Mol Luft bei Normalbedingungen?

### Aufgabe 21: Gasgesetz

Ein Mol Luft hat bei 300 K und 1 bar ein Volumen von 24 Litern. Welches Volumen hat die Luft, wenn man.

- den Druck bei gleichbleibender Temperatur auf 3 bar erhöht?
- den Druck bei konstanter Temperatur auf 0,5 bar vermindert?
- die Temperatur bei konstantem Druck auf 400 K erhöht?
- die Temperatur bei konstantem Druck auf  $77^\circ\text{C}$  erhöht?
- die Temperatur bei konstantem Druck auf  $-23^\circ\text{C}$  vermindert?
- Die Stoffmenge bei konstantem Temperatur und gleichem Druck verdoppelt?

### Aufgabe 22: Gasgesetz

Welchen Druck erhält man, wenn man einen Liter Luft bei ursprünglich 300 K und 1 bar

- bei konstanter Temperatur auf 100 ml komprimiert?
- bei konstantem Volumen auf  $323^\circ\text{C}$  erhitzt?
- bei konstanter Temperatur auf 2 Liter expandiert?
- bei konstantem Volumen auf  $-33^\circ\text{C}$  abkühlt?

### Aufgabe 23: Gasgesetz

Berechne jeweils die fehlende Größe. Rechne die gegebenen Größen zunächst in  $\text{m}^3$ , K und Pa um!

Druck $p$ in bar	Volumen $V$ in Litern	Stoffmenge $n$ in Mol	Temperatur in $^\circ\text{C}$
1		5	25
10	5		0
0,1	100	2	
	0,1	0,1	-50

## 1.8 Lösungen zu den Aufgaben zur Hydrostatik

### Aufgabe 1: Druckeinheiten

Pa	7300	4300	3400	560	85 000	230 000	560 000	652 000
bar	0,073	0,043	0,034	0,0056	0,85	2,3	5,6	6,52
$\frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$	0,73	0,43	0,34	0,056	8,5	23	56	65,2

### Aufgabe 2: Druck

a)  $p = 8,9 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 0,98 \text{ bar}$

b)  $F = p \cdot A = 13 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \cdot 4 \text{ cm}^2 = 52 \text{ N}$

c)  $A = \frac{F}{p} = 0,37 \text{ N} : 18,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} = 0,02 \text{ cm}^2 = 2 \text{ mm}^2$ .

### Aufgabe 3: Atmosphärendruck

$A = 6,24 \text{ m}^2 \Rightarrow F = p \cdot A = 624 000 \text{ N}$  entspricht 62,4 Tonnen. Glücklicherweise wirkt von unten (nahezu) die gleiche Kraft dagegen!

### Aufgabe 4: Druck

a)  $F_2 = 8 \text{ N}$     b)  $F_1 = 1 \text{ N}$     c) Die Strecke ist 2d

### Aufgabe 5: Druck

a)  $A_1 = \pi r_1^2 = \pi \text{ cm}^2 \approx 3,14 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_1 = p \cdot A_1 = 50\pi \text{ N} \approx 157,1 \text{ N}$

b)  $A_2 = \pi r_2^2 = 4\pi \text{ cm}^2 \approx 12,57 \text{ cm}^2 \Rightarrow F_1 = p \cdot A_1 = 200\pi \text{ N} \approx 628,2 \text{ N}$

c) Volumenbilanz:  $0 = \Delta V_1 + \Delta V_2 = A_1 \cdot \Delta s_1 + A_2 \cdot \Delta s_2 = A_1 \cdot (-10 \text{ cm}) + 4A_1 \cdot \Delta s_2 \Rightarrow \Delta s_2 = +2,5 \text{ cm}$ : Die viermal so große Fläche bewegt sich nur ein Viertel des Weges.

### Aufgabe 6: Druck

a) Überdruck  $p \approx 10,2 \text{ bar}$  und Kraft auf den Druckkolben  $F = 2 \text{ kN}$ .

b) Überdruck  $p \approx 63,7 \text{ bar}$  und Kraft auf den Druckkolben  $F = 200 \text{ kN}$ .

### Aufgabe 7: Druck

Der Presskolben muss eine Fläche von mindestens  $A = \frac{m \cdot g}{p} = 2,8 \text{ dm}^2$  bzw. einen Durchmesser von 19 cm

haben.

### Aufgabe 8: Hydrostatischer und Atmosphärendruck

a) 5 bar  $\Rightarrow 5000 \text{ N}$  entspricht 500 kg    b) 6 bar  $\Rightarrow 6000 \text{ N}$  entspricht 600 kg

Die Brille muss zum Druckausgleich mit Atemgas aus der Druckflasche gefüllt werden, welches ebenfalls unter Druck steht.

### Aufgabe 9: Hydrostatischer und Atmosphärendruck

Von außen wirken Atmosphärendruck von 1 bar und hydrostatischer Druck von 0,8 bar mit zusammen 1,8 bar und bewirken auf die Fläche von  $1,2 \text{ m}^2$  eine Kraft von 196 kN entspricht 19,6 Tonnen. Von innen wirkt der Atmosphärendruck mit 120 kN dagegen. Die resultierende Kraft ist aber immer noch 76 kN entspricht 7,6 Tonnen. Der Fahrer muss die Fenster öffnen oder einschlagen, um schnell einen Druckausgleich herzustellen.

### Aufgabe 10: Hydrostatischer Druck

Der mittlere hydrostatische Überdruck in der Tiefe  $45 \text{ cm} + 35 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$  hat den Wert 0,08 bar und die resultierende Kraft auf die  $0,7 \text{ m}^2$  große Scheibe ist 5,6 kN.

**Aufgabe 11: Auftrieb**

- a)  $F_1 = -0,5 \text{ N}$       b)  $F_2 = +1,0 \text{ N}$       c) sie gleichen sich aus      d)  $F_A = +0,5 \text{ N}$

**Aufgabe 12: Auftrieb**

- a)  $V_M = 15 \text{ cm}^3$       b)  $V_W = V_M$       c)  $F_A = 150 \text{ mN}$ .

**Aufgabe 13: Auftrieb**

mit  $V = \frac{F_g}{\rho_K \cdot g} = 40 \text{ cm}^3$  erhält man

- a) in Meerwasser  $F_A = 412 \text{ mN}$       b) in Glycerin  $F_A = 504 \text{ mN}$       c) in Süßwasser  $F_A = 400 \text{ mN}$

**Aufgabe 14: Auftrieb**

- a)  $F_g = 3,55 \text{ N}$       b)  $F_A = 1,28 \text{ N} \Rightarrow$  Restgewichtskraft  $F_g - F_A = 2,27 \text{ N}$

**Aufgabe 15: Auftrieb**

Restgewichtskraft  $F_g - F_A = (\rho_K - \rho_0) \cdot g \cdot V = 15,6 \text{ N}$

**Aufgabe 16: Auftrieb**

Die Auftriebskraft in Benzin ist  $0,14 \text{ N} = F_A = \rho_B \cdot V \cdot g \Rightarrow V = 20 \text{ cm}^3$ .

**Aufgabe 17: Auftrieb**

- a) Die Auftriebskraft in Wasser ist  $0,55 \text{ N} = F_{AW} = \rho_W \cdot g \cdot V \Rightarrow V = 55 \text{ cm}^3$ . In Kochsalzlösung soll gelten  $0,61 \text{ N} = F_g = F_{AL} = \rho_L \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho_L = 1,11 \text{ gcm}^3$ .
- b) Gewichtskraft  $80 \text{ N} = F_g = \rho_{Pb} \cdot g \cdot V \Rightarrow V = 721,6 \text{ cm}^3$ . Auftriebskraft  $5,6 \text{ n} = F_A = \rho \cdot g \cdot V \Rightarrow \rho = 0,791 \text{ g/cm}^3$ .

**Aufgabe 18: Auftrieb**

- a)  $V = 15 \text{ dm}^3 \Rightarrow$  Restauftrieb  $F_A - F_g = (\rho_W - \rho_F) \cdot g \cdot V = 60 \text{ N}$  bzw. Zusatzgewicht  $m = 6 \text{ kg}$

- b) Der Restauftrieb bei vollständigem Eintauchen muss das Kind tragen können:

$$m_{\text{Kind}} \cdot g = F_A - F_g = (\rho_W - \rho_{\text{Eis}}) \cdot g \cdot V = (\rho_W - \rho_{\text{Eis}}) \cdot g \cdot A \cdot d_{\text{Eis}} \Leftrightarrow m_{\text{Kind}} = (\rho_W - \rho_{\text{Eis}}) \cdot A \cdot d_{\text{Eis}}$$

Die Grundfläche muss mindestens  $A = \frac{m_{\text{Kind}}}{(\rho_W - \rho_{\text{Eis}}) \cdot d_{\text{Eis}}} = 10 \text{ m}^2$  groß sein.

- c) Der Restauftrieb bei vollständigem Eintauchen muss das Wasser tragen können:

$$m_W \cdot g = F_A - F_g = \rho_W \cdot V_{\text{Dose}} \cdot g - m_{\text{Dose}} \cdot g \Leftrightarrow m_W = \rho_W \cdot V_{\text{Dose}} - m_{\text{Dose}} \Leftrightarrow \rho_W \cdot A_{\text{Dose}} \cdot h' = \rho_W \cdot A_{\text{Dose}} \cdot h - m_{\text{Dose}}$$

$$\Leftrightarrow h' = h - \frac{m_{\text{Dose}}}{\rho_W \cdot A_{\text{Dose}}} = h - \frac{4 \cdot m}{\rho_W \cdot \pi \cdot d^2}$$

**Aufgabe 19: Barometrische Höhenformel**

$p(1500 \text{ m}) \approx 0,86 \text{ bar}$  und  $p(8500 \text{ m}) \approx 0,43 \text{ bar}$

**Aufgabe 20: Molvolumen idealer Gase**

1 Mol  $\text{CO}_2$  hat bei Normalbedingungen ein Volumen von 22,4 l, ebenso 1 Mol  $\text{O}_2$ , 1 Mol und 1 Mol Luft.

### Aufgabe 21: Gasgesetz

- a) Antiproportionalität: Wenn der Druck um den Faktor 3 erhöht wird, vermindert sich das Volumen um den Faktor  $\frac{1}{3}$  auf  $\frac{1}{3} \cdot 24 \text{ Liter} = 8 \text{ Liter}$ .
- b) Antiproportionalität: Wenn der Druck um den Faktor  $\frac{1}{2}$  vermindert wird, erhöht sich das Volumen um den Faktor 2 auf  $2 \cdot 24 \text{ Liter} = 48 \text{ Liter}$ .
- c) Proportionalität: Wenn sich die die Temperatur um den Faktor  $\frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}} = \frac{4}{3}$  erhöht, wächst das Volumen um den gleichen Faktor auf  $\frac{4}{3} \cdot 24 \text{ Liter} = 32 \text{ Liter}$ .
- d) Proportionalität: Wenn sich die Temperatur um den Faktor  $\frac{350 \text{ K}}{300 \text{ K}} = \frac{7}{6}$  erhöht, wächst das Volumen im gleichen Verhältnis auf  $\frac{7}{6} \cdot 24 \text{ Liter} = 28 \text{ Liter}$
- e) Proportionalität: Wenn sich die Temperatur um den Faktor  $\frac{250 \text{ K}}{300 \text{ K}} = \frac{5}{6}$  vermindert, sinkt auch das Volumen um den gleichen Faktor auf  $\frac{5}{6} \cdot 24 \text{ Liter} = 20 \text{ Liter}$
- f) Proportionalität: Wenn sich die Stoffmenge um den Faktor  $\frac{2 \text{ Mol}}{1 \text{ Mol}} = \frac{2}{1}$  erhöht, verdoppelt sich das Volumen im gleichen Verhältnis auf  $2 \cdot 24 = 48 \text{ Liter}$ .

### Aufgabe 22: Gasgesetz

$p \cdot V = R \cdot n \cdot T \Leftrightarrow p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$ : Der Druck ist proportional zur Stoffmenge  $n$  sowie zur Temperatur  $T$  und antiproportional zum Volumen  $V$ .

- a) Antiproportionalität: Wenn das Volumen auf den zehnten Teil komprimiert, verzehnfacht sich der Druck auf 10 bar.
- b) Proportionalität: Wenn die Temperatur auf 600 K verdoppelt wird, verdoppelt sich auch der Druck auf 2 bar.
- c) Antiproportionalität: Wenn das Volumen verdoppelt wird, halbiert sich der Druck auf 0,5 bar.
- d) Proportionalität: Wenn die Temperatur um den Faktor  $\frac{240 \text{ K}}{300 \text{ K}} = \frac{4}{5}$  vermindert wird, sinkt der Druck um den gleichen Faktor auf  $\frac{4}{5} \cdot 1 \text{ bar}$

### Aufgabe 23: Gasgesetz

Druck $p$ in bar	Volumen $V$ in Litern	Stoffmenge $n$ in Mol	Temperatur in $^{\circ}\text{C}$
1 bar = 100 000 Pa	$V = \frac{R \cdot n \cdot T}{p}$ $= 0,124 \text{ m}^3 = 124 \text{ Liter}$	5 Mol	$25^{\circ}\text{C} = 298 \text{ K}$
10 bar = 1 000 000 Pa	5 Liter = $0,005 \text{ m}^3$	$n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = 2,2 \text{ Mol}$	$0^{\circ}\text{C} = 273 \text{ K}$
0,1 bar = 10 000 Pa	100 Liter = $0,1 \text{ m}^3$	2 Mol	$T = \frac{p \cdot V}{R \cdot n} = 6,0 \text{ K}$
$p = \frac{R \cdot n \cdot T}{V}$ $= 1853130 \text{ Pa} = 18,5 \text{ bar}$ .	0,1 Liter = $0,0001 \text{ m}^3$	0,1 Mol	$-50^{\circ}\text{C} = 223 \text{ K}$