

## 2.1. Aufgaben zum 1. Hauptsatz

### Aufgabe 1: Offene, geschlossene und abgeschlossene Systeme

Skizziere den Aufbau der folgenden Anlagen und gib sinnvolle Teilsysteme an. Sind diese Teilsysteme offen, geschlossen oder abgeschlossen? Welche Stoffe und Energieformen werden mit der Umgebung ausgetauscht?

- a) Blutkreislauf eines Menschen      b) dieselelektrische Lokomotive      c) Kernkraftwerk

### Aufgabe 2: Innere und äußere Energie

Beschreibe innere und äußere Energieformen in den folgenden Systemen:

- a) Fußball während eines Länderspiels  
b) Gase, die aus einer Rakete gestoßen werden  
c) Blut, das durch enge Adern gepumpt wird

### Aufgabe 3: Zustandsdiagramm

Was versteht man unter der Anomalie des Wassers? Wie macht sie sich im Zustandsdiagramm bemerkbar?

### Aufgabe 4: Innere Energie und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Erläutere den 1. Hauptsatz der Thermodynamik an den folgenden Beispielen. Gib jeweils an, ob und in welche Richtung sich die innere Energie ändert und in welcher Form Arbeit und Wärme mit der Umgebung ausgetauscht werden.

- a) Flaschenzug      d) Jojo      g) Batterie  
b) Getriebe      e) Elektromotor      h) Dampfmaschine  
c) Hydrauliksystem an einem Bagger      f) Dynamo      i) Verbrennungsmotor

### Aufgabe 5: Innere Energie idealer Gase

Berechne die kinetische Translationsenergie  $E_{\text{kin}}$

- a) eines Mols  
b) eines Moleküls  
eines idealen Gases bei  $0^\circ \text{C}$ .

### Aufgabe 6: Innere Energie idealer Gase

Berechne die mittlere Geschwindigkeit  $v$  eines Moleküls

- a) Wasserstoff  $\text{H}_2$   
b) Sauerstoff  $\text{O}_2$   
c) Buttersäure  $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2$   
bei  $20^\circ \text{C}$ .

### Aufgabe 7: Innere Energie idealer Gase

Wie viel Energie benötigt man für die Erwärmung von jeweils einem Mol der folgenden Gase von  $100^\circ \text{C}$  auf  $200^\circ \text{C}$ ? Berücksichtige auch die Rotationsfreiheitsgrade.

- a) Wasserstoff  $\text{H}_2$   
b) Sauerstoff  $\text{O}_2$   
c) Wasserdampf  $\text{H}_2\text{O}$   
d) Ammoniakdampf  $\text{NH}_3$

### Aufgabe 8: Zustandsgleichung idealer Gase

$0,05 \text{ ml}$  Hexan  $\text{C}_6\text{H}_{14}$  mit der Dichte  $\rho = 0,7 \text{ g/ml}$  werden in dem mit  $0,1 \text{ Liter}$  Luft (Sauerstoffgehalt  $21 \%$ ) gefüllten Zylinderkopf eines Ottomotors bei  $800^\circ \text{C}$  und  $5 \text{ bar}$  gezündet.

- a) Formuliere die Reaktionsgleichung:  $\_ \text{C}_6\text{H}_{14} + \_ \text{O}_2 \rightarrow \_ \text{CO}_2 + \_ \text{H}_2\text{O}$   
b) Wie viel mMol Hexan befinden sich im Zylinderkopf?  
c) Wie viel mMol Sauerstoff befinden sich im Zylinderkopf?  
d) Wie viel mMol Gas entstehen bei der Reaktion?  
e) Wie viel mMol Gas sind insgesamt nach der Reaktion im Zylinderkopf?  
f) Wie groß ist der Druck nach der Explosion, wenn man annimmt, dass die Temperatur gleich bleibt?

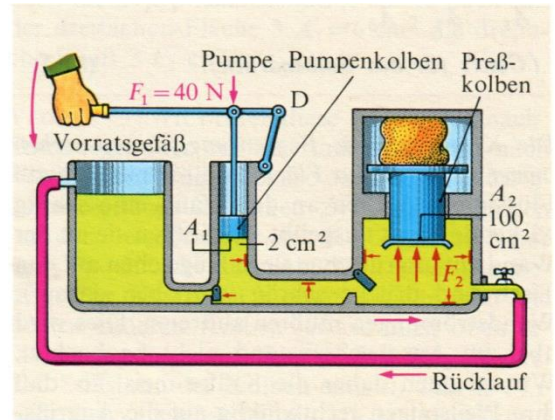
### Aufgabe 9: Zustandsdiagramm idealer Gase

Vergleiche die beiden Zustandsdiagramme auf den Seiten 1 und 4 des Skripts. Markiere auf Seite 1 den Ausschnitt des Diagramms von Seite 4. Vergleiche die Achsenbeschriftungen. Durch welche geometrischen Operationen kann man das Diagramm von Seite 4 in das Diagramm von Seite 1 einbetten?

**Aufgabe 10: Volumenarbeit**

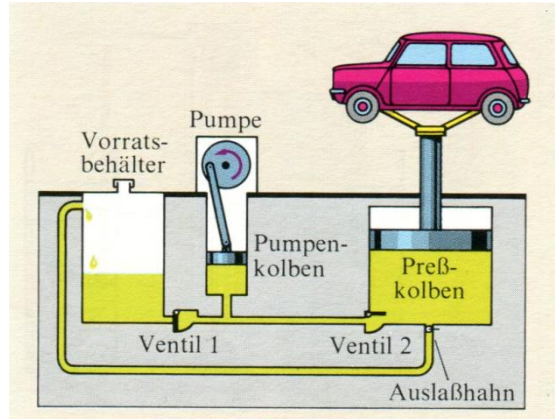
In der Abbildung rechts ist eine hydraulische Presse dargestellt.

- Welche Kraft übt der Presskolben auf das Werkstück aus?
- Um welchen Faktor wird die am Pumpenkolben aufzuwendende Kraft dabei verstärkt?
- Welche Arbeit wird verrichtet, wenn der Pumpenkolben zehnmal um 10 cm in den Zylinder gedrückt wird?
- Um wie viel cm bewegt sich der Presskolben dabei nach oben?
- 50 % der verrichteten Arbeit werden als innere Energie im Werkstück gespeichert. Was passiert mit den restlichen 50 %?



**Aufgabe 11: Wärme und Arbeit**

- Auf einer Bergwanderung isst ein 50 kg schwerer Junge eine Schokolade mit einem Nährwert von 100 kJ. Wie viel Höhenmeter kann er nach dem 1. Hauptsatz mit diesem Energievorrat bewältigen? Warum reicht die Schokolade in Wirklichkeit nicht so lange?
- Eine Luftpumpe hat einen Hub von 50 cm und einen Querschnitt von 3 cm<sup>2</sup>. Welche Arbeit muss man bei einem Kolbenhub verrichten, wenn der Reifendruck 2 bar beträgt?
- In der nebenstehend abgebildeten Hebebühne hat der Pumpenkolben einen Hub von 10 cm und eine Querschnittsfläche von 2 cm<sup>2</sup>. Der Presskolben hat eine Querschnittsfläche von 1000 cm<sup>2</sup>. Ein 2000 kg schweres Auto soll 1 m hoch gehoben werden. Berechne die dafür aufzuwendende Arbeit, den Innendruck der Hydraulikflüssigkeit und die Zahl der benötigten Pumpenhübe.
- Berechne mit Hilfe eines Integrals die Arbeit, die verrichtet werden muss, um eine Feder gegen die Federkraft  $F(s) = c \cdot s$  mit der Federkonstanten  $c = 1 \text{ N/cm}$  von der entspannten Lage  $s_1 = 0 \text{ cm}$  auf die Auslenkung  $s_2 = 4 \text{ cm}$  zu dehnen.
- Berechne mit Hilfe eines Integrals die Arbeit, die verrichtet werden muss, um ein Gummiband gegen die Gummikraft  $F(s) = k \cdot \sqrt{s}$  mit der Gummikonstanten  $k = 1 \text{ N/cm}$  von der entspannten Lage  $s_1 = 0 \text{ cm}$  auf die Auslenkung  $s_2 = 4 \text{ cm}$  zu dehnen.



**Aufgabe 12: Volumenarbeit bei isobarer Erwärmung**

Der reibungslos bewegliche Kolben eines horizontal liegenden Zylinders schließt 1 Mol eines Edelgases mit  $\vartheta_1 = 0 \text{ °C}$  ein. Nun wird das Gas auf  $\vartheta_2 = 1000 \text{ °C}$  erwärmt und der Kolben schiebt sich gegen den gleichbleibenden Außendruck von 1 bar heraus.

- Berechne die Volumenzunahme  $\Delta V$ .
- Welche Wärmemenge muss dem einatomigen (!) Gas zugeführt werden?
- Welche Arbeit  $W$  verrichtet das Gas bei der Ausdehnung?
- Berechne die Änderung  $\Delta U$  der inneren Energie des Gases.

**Aufgabe 13: Isochore Erwärmung**

- Auf wieviel Grad muss man 50 g Helium von  $\vartheta_1 = 0 \text{ °C}$  aus erwärmen, damit sich der Druck verdreifacht?
- Berechne die Änderung  $\Delta U$  der inneren Energie.
- Welche Wärmemenge  $Q$  muss dann zugeführt werden und welche Arbeit  $W$  wird dabei verrichtet?

**Aufgabe 14: Isochore Erwärmung**

Eine Stahlflasche mit 20 Litern Volumen ist mit Wasserstoff  $\text{H}_2$  gefüllt. Berechne die Wärme  $Q$ , die man zuführen muss, um den Druck um 3 bar zu erhöhen. Berücksichtige auch die Rotationsfreiheitsgrade. Warum sind weder der Anfangsdruck  $p_1$ , noch die Anfangstemperatur  $T_1$  und auch nicht die Stoffmenge  $n$  zur Berechnung notwendig?

**Aufgabe 15: Volumenarbeit bei isobarer und isochorer Zustandsänderung**

Ein einatomiges Gas wird aus dem Anfangszustand mit  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $p_1 = 1 \text{ bar}$  und  $V_1 = 1 \text{ m}^3$  zunächst isobar erwärmt, bis das Volumen  $V_2 = 2 V_1$  beträgt. Anschließend wird es isochor erwärmt, bis der Druck  $p_3 = 3 p_1$  beträgt.

- Bestimme die fehlenden Zustandsgrößen (Druck, Temperatur, innere Energie und Volumen) für die drei Zustände.
- Skizziere den Vorgang in einem p-V-Diagramm
- Bestimme die jeweils zugeführten Wärmemengen  $Q_{12}$  und  $Q_{23}$  sowie die jeweils verrichtete Volumenarbeit  $W_{12}$  und  $W_{23}$

**Aufgabe 16: Volumenarbeit bei isothermer Zustandsänderung**

In einem Zylinder mit reibungsfrei beweglichen Kolben sind 1 Mol eines idealen Gases bei  $\vartheta = 27 \text{ °C}$  eingeschlossen.

- Welche Arbeit  $W$  und welche Wärmemenge  $Q$  werden mit der Umgebung ausgetauscht, wenn das Gas bei gleicher Temperatur auf das halbe Volumen komprimiert werden soll?
- Skizziere den Vorgang in einem p-V-Diagramm.

### Aufgabe 17: adiabatische Zustandsänderungen

- In einem wärmeisolierten Zylinder sind 3 Liter Stickstoff  $N_2$  bei 8 bar eingeschlossen. Welcher Druck stellt sich ein, wenn das Volumen verdoppelt wird?
- Eine Luftmasse befindet sich in großer Höhe unter einem Druck von  $p_1 = 0,5$  bar und  $\vartheta_1 = -20$  °C. Sie sinkt nun so schnell in eine Höhe mit  $p_2 = 0,75$  bar, dass ein Wärmeaustausch vernachlässigt werden kann. Berechne die Temperatur  $\vartheta_2$ .
- Bei einem Dieselmotor wird die Zündtemperatur des Brennstoff-Luft-Gemisches durch schnelle und daher annähernd adiabatische Kompression von  $p_1 = 1$  bar auf  $p_2 = 40$  bar im Zylinder erreicht. Berechne die Endtemperatur  $\vartheta_2$ , wenn die angesaugte Luft eine Temperatur von  $\vartheta_1 = 17$  °C hatte.

### Aufgabe 18: isotherme und adiabatische Kompression bei der Fahrradpumpe

Eine 48 cm lange Fahrradpumpe mit  $A = 5$  cm<sup>2</sup> Querschnittsfläche soll dazu dienen, einen Reifen mit  $p = 3$  bar bei 15 °C noch weiter aufzupumpen.

- Wie viele Gasteilchen saugt die Pumpe bei 1 bar aus der Umgebungsluft an?
- Die angesaugte Gasmenge soll **isotherm** auf 3 bar komprimiert werden. Muss man den Kolben eher schnell oder eher langsam hereindrücken? Begründe. Wie weit muss man den Kolben hereindrücken?
- Berechne aufzuwendende Volumenarbeit  $W_{12}$  und die aufgenommene Wärme  $Q_{12}$  für die isotherme Kompression aus b).
- Die angesaugte Gasmenge soll **adiabatisch** auf 3 bar komprimiert werden. Wie man den Kolben diesmal hereindrücken? Begründe. Wie weit muss man den Kolben hereindrücken?
- Berechne aufzuwendende Volumenarbeit  $W_{12}'$  und die aufgenommene Wärme  $Q_{12}'$  für die adiabatische Kompression.
- Berechne die Arbeit  $W_{23}$ , die man benötigt, um die auf 3 bar **isotherm** verdichtete Luft gegen den konstanten Innendruck von ebenfalls 3 bar in den Schlauch zu schieben. Wie groß ist die entsprechende Arbeit  $W_{23}'$  im Fall der adiabatischen Kompression?
- Stelle den Verdichtungs- und Pumpvorgang in einem p-V-Diagramm dar.

### Aufgabe 19: Reale Dampfmaschine

Beim Carnot-Prozess werden zwei isotherme und zwei adiabatische Zustandsänderungen angenommen, so dass sich die ausgetauschten Volumenarbeiten im 2. und 4. Schritt genau aufheben und der Wirkungsgrad dadurch einfacher berechnen lässt. Der 4. Schritt ist aber eigentlich keine adiabatische Kompression, sondern die isochore Erhitzung des Dampfes in den engen Kesselrohren der Dampflok. Die Energie wird nicht durch Volumenarbeit, sondern als Wärme zugeführt:

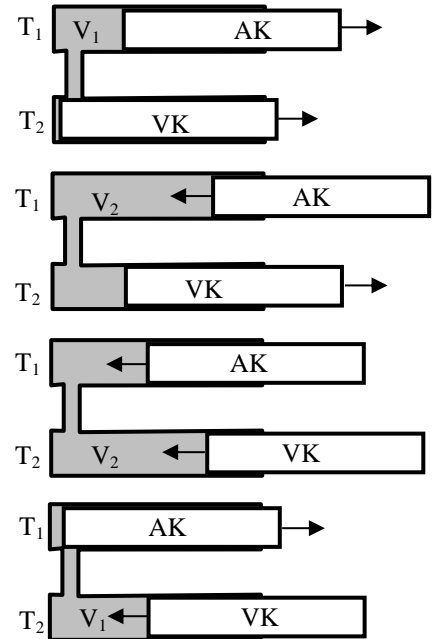
- Der aus dem Kessel in den Zylinder eingepresste Heissdampf drückt den Kolben heraus. Zunächst kann er die abgegebene Volumenarbeit  $-W_{12}$  durch Aufnahme von Wärme  $Q_{12}$  aus der Umgebung kompensieren. Der Zylinder kühlt ab aber der Dampf behält seine Temperatur: **Isotherme Expansion** von  $(p_1, V_1, T_1)$  nach  $(p_2, V_2, T_1)$ .
  - Die abgekühlte Umgebung liefert keine Wärme mehr ( $Q_{23} = 0$ ), so dass die restliche Expansionsarbeit  $-W_{23}$  aus der inneren Energie des Dampfes selbst geleistet werden muss, welcher dabei abkühlt: **Adiabatische Expansion** von  $(p_2, V_2, T_1)$  nach  $(p_3, V_3, T_2)$ .
  - Der expandierte und abgekühlte Dampf wird zurück in den Kessel gedrückt. Die zugeführte Volumenarbeit  $-W_{34}$  wird durch Wärmeabgabe  $Q_{34}$  kompensiert: Die innere Energie und die Temperatur des Dampfes bleiben gleich aber der Zylinder und die Zuleitungen erhitzen sich: **Isotherme Kompression** von  $(p_3, V_3, T_2)$  zu  $(p_4, V_1, T_2)$ .
  - Der „verbrauchte“ Dampf wird im Kessel zu „Frischdampf“ erhitzt. **Isochore Erwärmung** von  $(p_4, V_1, T_2)$  zu  $(p_1, V_1, T_1)$ .
- Stelle die vier Zustandsänderungen in einem p-V-Diagramm dar.
  - Berechne die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmen  $Q_1 - Q_4$  und die geleisteten Arbeiten  $W_1 - W_4$  in Abhängigkeit von  $T_1, T_2, V_1, V_2$  und  $V_3$ .
  - Zeige, dass  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{f}{2}}$ .
  - Berechne  $\eta$  für eine reale Dampfmaschine mit dem Verdichtungsverhältnis  $\frac{V_3}{V_1} = 24:1$  und überhitzten Wasserdampf (Beachte die Rotationsfreiheitsgrade!), der im Kessel auf 800 °C erhitzt wird und im Kolben auf 200 °C wieder abgekühlt wird. Vergleiche mit dem Wirkungsgrad des idealen Carnot-Prozesses.

### Aufgabe 20: Wirkungsgrad des Stirling-Motors

Der bereits im Jahre 1816 von R. Stirling entwickelte **Heißluftmotor** besteht aus zwei über ein Schwungrad miteinander gekoppelten Kolben in zwei durch einen **Überstromkanal** verbundenen Zylindern. In dem von einer Wärmequelle auf  $T_1$  erwärmten **heißen Zylinder** befindet sich der **Arbeitskolben** und in dem auf  $T_2$  abgekühlten **kalten Zylinder** der **Verdrängungskolben**. In den Zylindern befindet sich das **Arbeitsgas**, z.B. Luft, das im Gegensatz zum Verbrennungsmotor niemals ersetzt wird. Es handelt sich also um einen echten Kreisprozess in einem **geschlossenen System**. Der Stirling-Motor konnte sich trotz des deutlich höheren Wirkungsgrades von 60% – 70% nicht gegen die Dampfmaschine (10 % – 20 %) durchsetzen, da die **Abdichtung** des geschlossenen Systems mit Doppelkolben in der Praxis nie ganz gelingt. In der offenen Dampfmaschine sind Dichtungen von geringerer Bedeutung, da das Arbeitsgas (der Dampf) ständig nachgeliefert wird.

Die vier Arbeitsschritte des Stirling-Motors sind:

1. **Isotherme Expansion** des Gases im heißen Zylinder vom Volumen  $V_1$  zum Volumen  $V_2$  bei konstanter Temperatur  $T_1$ . Der Arbeitskolben wird dabei durch das Gas aus dem heißen Zylinder gedrückt. Anschließend wird der Verdrängungskolben durch das Schwungrad ebenfalls aus dem kalten Zylinder gezogen, gibt dabei den Überstromkanal frei und zieht das Gas in den kalten Zylinder.
  2. **Isochore Abkühlung** des Gases im kalten Zylinder von  $T_1$  auf  $T_2$
  3. **Isotherme Kompression** des Gases im kalten Zylinder durch den zurücklaufenden Arbeitskolben von  $V_2$  zurück auf  $V_1$  bei konstanter Temperatur  $T_2$ . Anschließend wird der Arbeitskolben durch das Schwungrad wieder aus dem warmen Zylinder gezogen, gibt seinerseits den Überstromkanal frei und zieht das Gas zurück in den warmen Zylinder.
  4. **Isochore Erwärmung** des Gases im heißen Zylinder von  $T_2$  auf  $T_1$ .
- a) Stelle die vier Zustandsänderungen in einem p-V-Diagramm dar.
  - b) Berechne die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmen  $Q_1 - Q_4$  und die geleistete Arbeit  $W_1 - W_4$  in Abhängigkeit von  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $V_1$  und  $V_2$ .
  - c) Zeige, dass der Wirkungsgrad  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{f}{2} \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln(V_2 / V_1)}}$  beträgt.
  - d) Zeige, dass die Wirkungsgrad des Stirling-Motors immer kleiner ist als der Wirkungsgrad des idealen Carnot-Prozesses.
  - e) Berechne  $\eta$  für einen Stirling-Motor mit dem Verdichtungsverhältnis  $\frac{V_2}{V_1} = 5:1$  und Arbeitsgas Luft, dessen heißer Kolben mit einem Gasbrenner auf  $800\text{ °C}$  erwärmt wird und dessen kalter Zylinder mit Leitungswasser auf  $20\text{ °C}$  gekühlt wird. Vergleiche mit dem Wirkungsgrad eines entsprechenden Carnot-Prozesses.



### Aufgabe 21: Wirkungsgrad des Ottomotors

Der im Jahr 1864 von dem Österreicher Siegfried Marcos entwickelte und seit 1885 von Gottlieb Daimler, Carl Benz und Henry Ford (1903) in Massenproduktion hergestellte Viertakt-Ottomotor durchläuft die folgenden Takte:

1. **Arbeitstakt:** Das Benzin-Luft-Gemisch wird gezündet und dadurch auf ca.  $2000\text{ °C}$  und  $30\text{ bar}$  gebracht, wodurch der Kolben nach außen geschoben wird.
2. **Auspufftakt:** Die Abgase werden unter geringem Arbeitsaufwand heraus gedrückt und auf ca.  $800\text{ °C}$  abgekühlt.
3. **Ansaugtakt:** Benzin-Luft-Gemische aus dem Vergaser wird angesaugt. Auch hier wird kaum Arbeit benötigt, da der Druck im Zylinder nur wenig unter dem Umgebungsdruck liegt.
4. **Verdichtungstakt:** Das Benzin-Luft-Gemisch wird auf ca.  $10\text{ bar}$  verdichtet.

Der **Vergleichsprozess** für den Viertakt-Ottomotor durchläuft die folgenden Schritte:

1. **Adiabatische Expansion** der Abgase im Zylinder von  $(p_1, V_1, T_1)$  nach  $(p_2, V_2, T_2)$  (Arbeitstakt)
2. **Isochore Abkühlung** der Abgase beim Ausstoß von  $(p_2, V_2, T_2)$  nach  $(p_3, V_2, T_3)$  (Arbeitstakt)
3. **Adiabatische Kompression** des Zündgemisches von  $(p_3, V_2, T_3)$  nach  $(p_4, V_1, T_4)$  (Verdichtungstakt)
4. **Isochore Erwärmung** des explodierenden Zündgemisches von  $(p_4, V_1, T_4)$  nach  $(p_1, V_1, T_1)$  (Arbeitstakt)

Ansaug- und Auspufftakt werden im Vergleichsprozess nicht berücksichtigt, da sie kaum Arbeit benötigen!

- a) Stelle die vier Zustandsänderungen im p-V-Diagramm dar.
- b) Berechne die mit der Umgebung ausgetauschten Wärmen  $Q_1 - Q_4$  und die geleistete Arbeit  $W_1 - W_4$  in Abhängigkeit von  $T_1 - T_4$  sowie  $V_1$  und  $V_2$ .
- c) Zeige, dass der Wirkungsgrad des Otto-Motors mit dem des idealen Carnot-Prozesses übereinstimmt.
- d) Berechne den Wirkungsgrad für die angegebenen Zahlenwerte.

### Aufgabe 22: Kühltisch und Wärmepumpe

Erläutere den Aufbau und die Wirkung eines Kühltisches und einer Wärmepumpe.

## 2.1. Lösungen zu den Aufgaben zum 1. Hauptsatz

### Aufgabe 1: Offene, geschlossene und abgeschlossene Systeme

- Lunge (offen), Herz (offen), Blutkreislauf (geschlossen)
- Dieselmotor (offen), Generator (geschlossen), Elektromotor (geschlossen)
- Reaktor (geschlossen), Primär- und Sekundärkreislauf (geschlossen), Turbine (geschlossen), Generator (geschlossen)

### Aufgabe 2: Zustandsdiagramm

Eis hat eine geringere Dichte als Wasser: Die Festkörperfläche ist im Zustandsdiagramm nicht links (bei kleineren Volumina) sondern rechts (bei größeren Volumina) von der Schmelz/Erstarrungsfläche (Festkörper/Flüssigkeit) angeordnet. Die Schmelz/Erstarrungsfläche ist also gar nicht zu sehen, weil sie hinter der Festkörperfläche liegt!

### Aufgabe 3: Innere und äußere Energie

- Beim Zusammenprall mit dem Schuh des Spielers wird dem Ball innere und äußere kinetische Energie zugeführt: Er fliegt weg (Geordnete Teilchenbewegung = äußere kinetische Energie) und er wird verformt sowie erwärmt (ungeordnete Teilchenbewegung = innere kinetische Energie). Die äußere kinetische Energie wird zwischendurch in potentielle Gravitationsenergie und schließlich vollständig in innere kinetische Energie (ungeordnete Teilchenbewegung) des Rasens, der Luft und des Balles umgewandelt: Er fliegt hoch, kommt wieder zurück und bleibt nach ein paar Sprüngen auf dem Rasen liegen. Luft, Rasen und Ball haben sich geringfügig erwärmt.
- Die Gase haben eine äußere kinetische Energie, da sie entgegengesetzt zur Flugrichtung in eine gemeinsame Richtung strömen (geordnete Teilchenbewegung) und eine innere kinetische Energie, da sie heiß sind (ungeordnete Teilchenbewegung)
- Das Blut hat eine äußere kinetische Energie, die durch die starke Reibung ständig in innere kinetische Energie umgewandelt wird. Das Blut erwärmt sich und wird langsamer. Das Herz muss ständig mechanische Arbeit zuführen während gleichzeitig die Haut Abwärme abführen muss.

### Aufgabe 4: Innere Energie und 1. Hauptsatz der Thermodynamik

- Flaschenzug: idealerweise wird nur mechanische Arbeit mit der Umgebung ausgetauscht, wobei kleine Kraft-grosser Weg in grosse Kraft-kleiner Weg umgewandelt wird.  $\Delta U = 0$
- Getriebe: siehe a)
- Hydrauliksystem: siehe a)
- Jojo: idealerweise wird nur mechanische Energie mit der Umgebung ausgetauscht, wobei Lageenergie in Bewegungsenergie des Schwungrades umgewandelt wird und umgekehrt.  $\Delta U = 0$ .
- Elektromotor: Elektrische Energie wird in mechanische Energie umgewandelt,  $\Delta U = 0$ .
- Dynamo: Mechanische Energie wird in elektrische Energie umgewandelt,  $\Delta U = 0$ .
- Batterie: Chemische Energie  $U$  wird in elektrische Energie umgewandelt,  $\Delta U < 0 \Rightarrow$  die Batterie muss wieder aufgeladen werden
- Dampfmaschine: Wärmeenergie des Dampfes wird in mechanische Energie umgewandelt,  $\Delta U < 0 \Rightarrow$  die Dampfmaschine muss beheizt werden.
- Verbrennungsmotor: Chemische Energie des Treibstoffes wird in mechanische Energie umgewandelt,  $\Delta U < 0 \Rightarrow$  der Motor benötigt Treibstoff.

### Aufgabe 5: Innere Energie idealer Gase

$$\text{a) } E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} \cdot R \cdot T = 3,4 \text{ kJ} \quad \text{b) } E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = 5,6 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

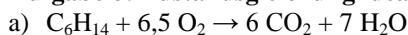
### Aufgabe 6: Innere Energie idealer Gase

$$\text{a) } \text{H}_2: v \approx \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \approx 1911 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{b) } \text{O}_2: v \approx \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \approx 478 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{c) } \text{C}_4\text{H}_4\text{O}_2: v \approx \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \approx 295 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

### Aufgabe 7: Innere Energie idealer Gase

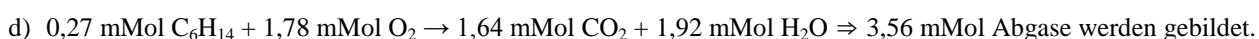
$$\text{a) } \text{H}_2: Q = \frac{3}{2} \cdot R \cdot \Delta T \approx 1,2 \text{ kJ} \quad \text{b) } \text{O}_2: Q = \frac{3}{2} \cdot R \cdot \Delta T \approx 1,2 \text{ kJ} \quad \text{c) } \text{H}_2\text{O}: Q = \frac{5}{2} \cdot R \cdot \Delta T \approx 2,1 \text{ kJ} \quad \text{d) } \text{NH}_3: Q = 3 \cdot R \cdot \Delta T \approx 2,5 \text{ kJ}$$

### Aufgabe 8: Zustandsgleichung idealer Gase



$$\text{b) } m_{\text{Hexan}} = \rho \cdot V = 0,035 \text{ g und } M_{\text{Hexan}} = 86 \frac{\text{g}}{\text{Mol}} \Rightarrow n_{\text{Hexan}} = \frac{n_{\text{Hexan}}}{M_{\text{Hexan}}} \approx 0,4 \text{ mMol}$$

$$\text{c) } n_{\text{Luft}} = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} \approx 5,6 \text{ mMol} \Rightarrow n_{\text{Sauerstoff}} = 0,21 \quad n_{\text{Luft}} \approx 1,78 \text{ mMol}$$



e) Dazu kommen die nicht an der Reaktion beteiligten 0,78 % = 7,18 mMol Restluft (Stickstoff), also 10,64 mMol insgesamt

f) Der Druck erhöht sich auf  $p_2 = p_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} = 9,5 \text{ bar}$ .

### Aufgabe 9: Zustandsdiagramm idealer Gase

p- und v-Achse sind vertauscht. Man spiegelt das Diagramm von Seite 3 erst an der p-V-Ebene und dreht dann um 90° um die T-Achse. Es sollte dann in den hinteren Teil des Diagramms von Seite 2 passen.

### Aufgabe 10: Kraft und Druck

- $F = p \cdot A = 2 \text{ kN}$
- Verstärkung um den Faktor 50 ohne den Hebel
- $W = F \cdot \Delta s_1 = 40 \text{ J}$
- $\Delta s_2 = 2 \text{ cm}$
- Sie fließt als Wärme ab und erhöht schließlich die innere Energie der Umgebung

### Aufgabe 11: Wärme und Arbeit

- $W_{\text{Hub}} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow 100 \text{ kJ} = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot h \Rightarrow h = 203 \text{ m}$ , falls der Junge dabei keine Wärme abgibt (!)
- $W_{\text{vol}} = p \cdot \Delta V = 30 \text{ Nm}$
- $W_{\text{Hub}} = m \cdot g \cdot h = 1,96 \text{ kJ}$ ,  $p = F/A = 19,6 \text{ kN}/0,1 \text{ m}^2 = 196 \text{ kp}$ ,  $\Delta V = G \cdot h = 0,1 \text{ m}^3 = 100 \text{ 000 cm}^3 \Rightarrow 5 \text{ 000 Pumpenhübe}$
- $W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds = \int_{s_1}^{s_2} c \cdot s \cdot ds = \left[ \frac{1}{2} cs^2 \right]_{s_1}^{s_2} = 8 \text{ N} \cdot \text{cm} = 0,08 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,08 \text{ J}$
- $W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds = \int_{s_1}^{s_2} k \cdot s^{\frac{1}{2}} \cdot ds = \left[ \frac{2}{3} cs^{\frac{3}{2}} \right]_{s_1}^{s_2} = 5,33 \text{ N} \cdot \text{cm} = 0,05 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,05 \text{ J}$

### Aufgabe 12: Volumenarbeit bei isobarer Erwärmung

- $\Delta V = \frac{n \cdot R}{p} \cdot \Delta T \approx 8,21 \text{ Liter}$
- $Q = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T \approx 2,08 \text{ kJ}$
- $W = p \cdot \Delta V \approx -0,83 \text{ kJ}$
- $\Delta U = Q + W \approx 1,25 \text{ kJ}$

### Aufgabe 13: Isochore Erwärmung

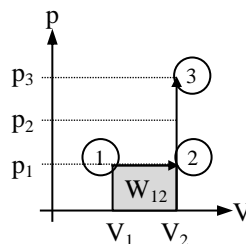
- $T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 3 \cdot T_1 = 819,45 \text{ K} = 546,3 \text{ }^\circ\text{C}$
- $n = \frac{m}{M} = 12,5 \text{ Mol} \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 85,1 \text{ kJ}$
- $W = p \Delta V = 0$  und  $Q = \Delta U$ .

### Aufgabe 14: Isochore Erwärmung

$\Delta T = \frac{V}{n \cdot R} \cdot \Delta p$  eingesetzt in  $Q = \Delta U = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$  ergibt  $Q = \frac{5}{2} \cdot V \cdot \Delta p = 15 \text{ kJ}$ .  
 $\Delta T$  entfällt durch das Einsetzen und die Stoffmenge n kürzt sich weg!

### Aufgabe 15: Volumenarbeit bei isobarer und isochorer Zustandsänderung

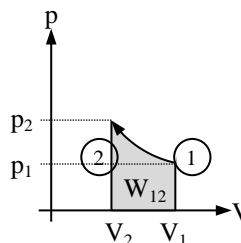
Zustand	1	2	3
p/bar	1	1	3
V/m <sup>3</sup>	1	2	2
T/K	300	600	1800
U/kJ	150	300	900
Q/kJ	-	+250	+600
W/kJ	-	-100	0



**Aufgabe 16: Volumenarbeit bei isothermer Zustandsänderung**

$$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot dV = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln(2) \approx -1,73 \text{ kJ}$$

Wegen  $\Delta T = 0$  ist auch  $\Delta U = 0 = W_{12} + Q_{12} \Rightarrow Q_{12} = -W_{12} = +1,73 \text{ kJ}$



**Aufgabe 17: adiabatische Zustandsänderung**

a)  $p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1+\frac{2}{f}} \approx 3 \text{ bar}$       b)  $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{f+2}} \approx 284,2 \text{ K} = 11,0 \text{ }^\circ\text{C}$       c)  $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{f+2}} \approx 832 \text{ K} \approx 559 \text{ }^\circ\text{C}$

**Aufgabe 18: Isotherme und adiabatische Kompression bei der Fahrradpumpe**

a)  $n = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{100\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 0,48 \text{ m} \cdot 0,0005 \text{ m}^2}{8,31 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot 288,15 \text{ K}} = 0,01 \text{ mol} = 10 \text{ mmol}$

b) Damit das Gas Zeit hat, die zugeführte Volumenarbeit in Form von Wärme wieder an die Umgebung abzuleiten, müssen **isotherme** Kompressionen sehr **langsam** erfolgen.  $V_2 = V_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{3} \cdot 24 \text{ cm}^3 = 8 \text{ cm}^3$ . Der Kolben muss also 32 cm weit von 48 cm auf 16 cm hinein gedrückt werden..

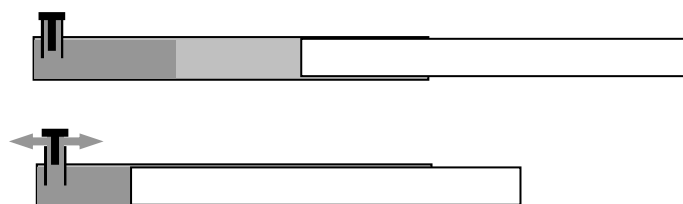
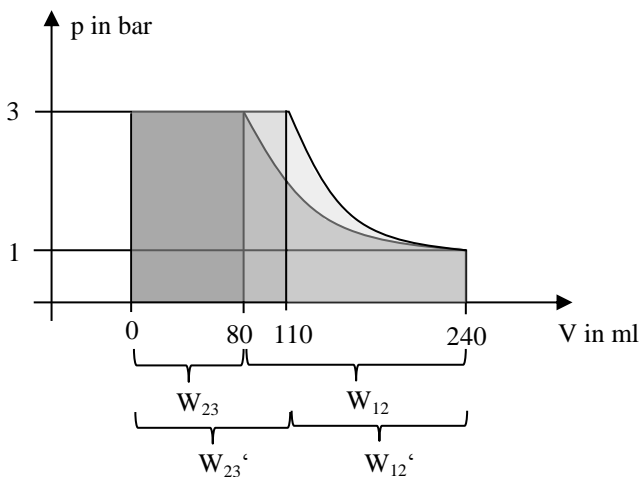
c)  $W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \approx 26,4 \text{ J} = -Q_{12}$ , da  $\Delta U_{12} = 0$ .

d) Adiabatische Vorgänge müssen schnell erfolgen, damit das Gas keine Zeit hat, Wärme abzugeben. Die innere Energie bzw. die Temperatur nimmt zu und das Gas dehnt sich aus, so dass das für den gewünschten Druck erforderliche Kompressionsvolumen größer als bei isothermer Kompression ist:  $V_2' = V_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{f}{f+2}} \approx 11 \text{ cm}^3$ . Der Kolben muss also nur 26 cm weit auf 22 cm hineingedrückt werden.

e)  $T_2' = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{f+2}} \approx 394 \text{ K} \approx 121 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow W_{12}' = \Delta U_{12}' = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2' - T_1) = 25,2 \text{ J}$

f) Bei 15 °C und 3 bar ist  $W_{23} = p \cdot \Delta V = 24 \text{ J}$ . Auf den letzten 16 cm muss also noch einmal fast die gleiche Arbeit aufgewendet werden wie auf den ersten 32 cm. Bei 121 !°C und 3 bar ist  $W_{23}' = p \cdot \Delta V = 33 \text{ J}$ . Weil das erhitzte Gas ein größeres Volumen besitzt, benötigt man auch einen größeren Weg und eine größere Arbeit, um es in den Schlauch zu transportieren.

g) p-V-Diagramme:



### Aufgabe 19: Reale Dampfmaschine

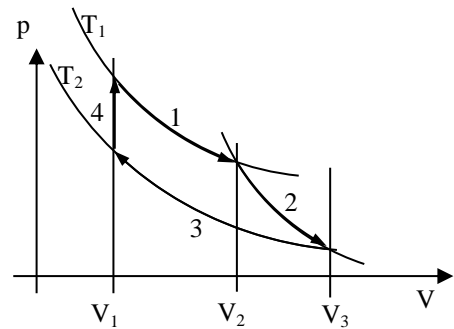
a) p-V-Diagramm: siehe rechts

b) **Isotherme Expansion**  $Q_1 = -W_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \approx n \cdot R \cdot 773,3 \text{ K}$

**Adiabatische Expansion**  $-W_2 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_1 - T_2) = n \cdot R \cdot 1800 \text{ K}$  und  $Q_2 = 0$

**Isotherme Kompression**  $Q_3 = -W_3 = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_1}\right) \approx n \cdot R \cdot 1503,3 \text{ K}$

**Isochore Erwärmung**  $Q_4 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_1 - T_2) = n \cdot R \cdot 1800 \text{ K}$  und  $W_4 = 0$



c)  $V_2 = V_3 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{f}{2}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_1} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{f}{2}} \approx 2,06.$

d)  $\eta = \frac{-W_1 - W_2 + W_3}{Q_1 + Q_4} \approx 41,6 \%$  und für den idealen Carnot-Prozess ist  $\eta \approx 55,9 \%$ .

### Aufgabe 20: Wirkungsgrad des Stirling-Motors

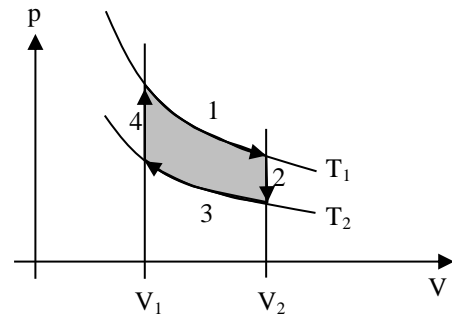
a) p-V-Diagramm: siehe rechts

b) **Isotherme Expansion**  $Q_1 = -W_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

**Isochore Abkühlung**  $Q_2 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_2 - T_1)$  und  $W_2 = 0$

**Isotherme Kompression**  $Q_3 = -W_3 = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

**Isochore Erwärmung**  $Q_4 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_1 - T_2)$  und  $W_4 = 0$



c) Wirkungsgrad  $\eta = \frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{aufgenommene Wärme}} = \frac{|W_1 + W_3|}{Q_1 + Q_4} = \frac{n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_1 - T_2)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{f}{2} \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln(V_2/V_1)}} =$

$\frac{T_1 - T_2}{T_1 + \alpha} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ , da  $\alpha = \frac{f}{2} \cdot \frac{T_1 - T_2}{\ln(V_2/V_1)} > 0$

d)  $\eta \approx 34 \%$  für den Stirling-Motor und  $\eta \approx 73\%$  für den entsprechenden Carnot-Prozess

### Aufgabe 21: Wirkungsgrad des Otto Motors

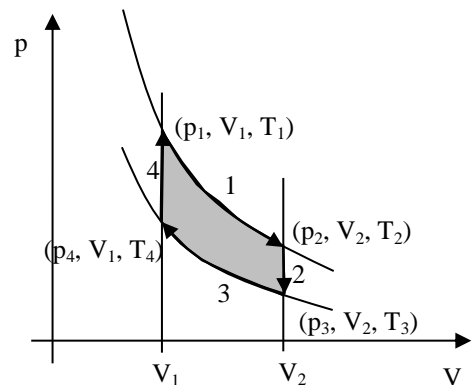
a) p-V-Diagramm: siehe rechts:

b) **Adiabatische Expansion**  $Q_1 = 0$  und  $-W_1 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_2 - T_1)$

**Isochore Abkühlung**  $Q_2 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_3 - T_2)$  und  $W_2 = 0$

**Adiabatische Kompression**  $Q_3 = 0$  und  $-W_3 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_4 - T_3)$

**Isochore Erwärmung**  $Q_4 = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot (T_1 - T_4)$  und  $W_4 = 0$





c) Auf den Adiabaten gilt wie im Carnot-Prozess  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{2}{f}}$ . Der Wirkungsgrad ist daher  $\eta =$

$$\frac{\text{abgegebene Arbeit}}{\text{aufgenommene Wärme}} = \frac{|W_1 + W_3|}{Q_4} = \frac{T_1 - T_2 + T_3 - T_4}{T_1 - T_4} = 1 + \frac{T_3 - T_2}{T_1 - T_4} = 1 + \frac{T_3 - T_3 \cdot \frac{T_1}{T_4}}{T_1 - T_4} = 1 + \frac{T_3(T_4 - T_1)}{T_4(T_1 - T_4)} = 1 - \frac{T_3}{T_4} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

d)  $\eta = 52,8 \%$ . Wie beim Carnot-Prozess kommt es nur auf das Temperaturgefälle auf den Adiabaten an. Die isochoren Zustandsänderungen haben keinen Einfluss auf den Wirkungsgrad!

### Aufgabe 22: Kühlschranks und Wärmepumpe

Kühlschranks und Wärmepumpe funktionieren nach dem gleichen Prinzip als umgekehrte Wärmekraftmaschine: Ein Kühlmittel wird im zu kühlenden Bereich (Erde oder Innenraum des Kühlschranks) expandiert und nimmt dabei Wärme auf. In der Praxis wird ein wesentlicher Teil der Wärme bei der Verdampfung des Kühlmittels aufgenommen, dessen Siedetemperatur dann knapp unter der Temperatur des Kühlraums liegen sollte. Das Kühlmittel wird zum zu erwärmenden Bereich (Haus oder Rückwand des Kühlschranks) gepumpt und dort mittels mechanischer Arbeit (Wärmepumpen und Kühlschranks verbrauchen viel Strom!) komprimiert, wobei es kondensiert und dabei viel Wärme abgibt. Die Wirkung der **Kondensationswärme** ist auch der Grund für die Gefährlichkeit von **Wasserdampf**, der viel schlimmere **Brandblasen** erzeugt als kochendes Wasser