3.1. Aufgaben zur Elektrostatik

Aufgabe 1
a) Wie lassen sich elektrische Ladungen nachweisen?
b) Wie kann man positive und negative elektrische Ladungen unterscheiden?
c) In welcher Einheit gibt man elektrische Ladungen an?

Aufgabe 2
a) Nenne die Namen und die Ladung der drei Elementarteilchen, aus denen ein Atom aufgebaut ist.
b) Was sind Edelgase?
c) Welche Merkmale hat eine typisches Metallatom und wie versucht es den Edelgaszustand zu erreichen?
d) Welche Merkmale hat eine typisches Nichtmetallatom und wie versucht es den Edelgaszustand zu erreichen?

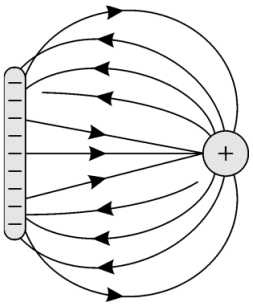
Aufgabe 3
Formuliere mit einer chemischen Gleichung, wie die folgenden Elemente durch Abgabe oder Aufnahme von Elektronen den Edelgaszustand erreichen und welche Ladung die dabei entstehenden Ionen haben.
Beispiel: Kalium $_{19}K \rightarrow {}_{19}K^{+} + 1\ e^{-}$ (Argon)
a) Natrium $_{11}Na$ b) Fluor $_{9}F$ c) Beryllium $_{4}Be$ d) Phosphor $_{15}P$ e) Aluminium $_{13}Al$ f) Schwefel $_{16}S$

Aufgabe 4: Salze
a) Skizziere das Kristallgitter von Magnesiumoxid MgO mit jeweils 8 Ionen.
b) Warum ist das Kristallgitter von Magnesiumoxid viel schwere zu schmelzen und zu lösen als das von Natriumchlorid?
c) In welchem Zustand leiten Salze den elektrischen Strom?

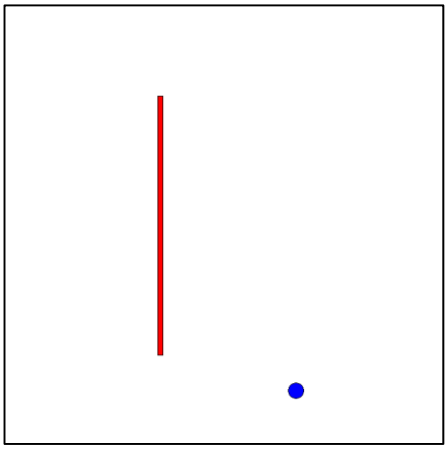
Aufgabe 5: Metalle
a) Skizziere das Metallgitter von Aluminium $_{13}Al$ mit 4 Atomen.
b) Wie werden die positiven geladenen Aluminiumionen in dem Gitter zusammengehalten?
c) Wie verhält sich die Leitfähigkeit von Metallen bei steigenden Temperaturen? Begründe.
d) Warum leitet Aluminium den Strom besser als Natrium?

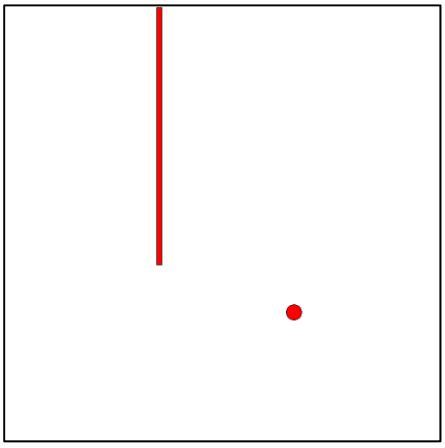
Aufgabe 6: Nichtmetalle
a) Skizziere zwei Fluoratome $_{9}F$ mit jeweils allen Elektronen und Energiestufen
b) Zeige, wie die beiden Atome gemeinsam durch Bildung eines Moleküls den Edelgaszustand anstreben.
c) Wie werden die beiden Atome im Molekül zusammengehalten?
d) Wie reagiert das Fluormolekül auf ein sich näherndes negatives Ion?

Aufgabe 7: Feldlinien
a) Zeichne die Feldlinien für zwei positive geladene Metallkugeln
b) Nenne vier Fehler in dem nebenstehenden Feldlinienbild und begründe.

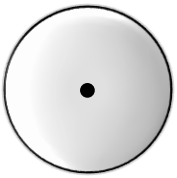


Aufgabe 8: Feldlinien
Zeichne die Feldlinien für Platte und Kugel
a) entgegengesetzt geladen (links)
b) gleichnamig geladen (rechts)

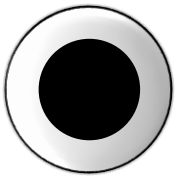




Aufgabe 9: Elektrischer Fluss und Feldstärke einer geladenen Kugel



a) Skizziere das **Feldlinienbild** einer negativen Punktladung von Q = +10 µC
b) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ durch eine sphärische Hülle, welche die Punktladung umschließt. (siehe rechts)
c) Bestimme die elektrische **Feldstärke** E im Abstand r = 4 cm von der Punktladung.
d) Entwickle eine Formel für die elektrische **Feldstärke** E im Abstand r von einer Punktladung Q.
e) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ durch eine sphärische Hülle, welche eine Metallkugel vom Radius r = 3 cm mit einer Ladung von Q = −10 µC umschließt. (siehe rechts)



f) Skizziere das **Feldlinienbild außerhalb** der Metallkugel
g) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ durch eine sphärische Fläche, welche **innerhalb** der Metallkugel liegt.
h) Skizziere das Feldlinienbild **innerhalb** der Metallkugel.
i) Bestimme den elektrischen **Fluss** Φ im Abstand von r = 1 cm von der **Oberfläche** der Metallkugel.
j) Entwickle eine Formel für die elektrische **Feldstärke** E im Abstand r von einer Metallkugel mit dem Radius R und der Ladung Q.

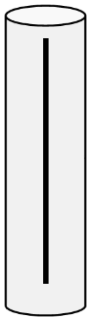
Aufgabe 10: Elektrischer Fluss und Feldstärke einer Punktladung

a) Berechne den elektrischen Fluss Φ einer Punktladung Q = 100 µC. Bestimme dann die elektrische Feldstärke in einer Entfernung r = 10 m.
b) Berechne den elektrischen Fluss Φ einer Metallkugel mit dem Radius r = 20 cm und der Ladung Q = 1 nC. Bestimme dann die elektrische Feldstärke E auf ihrer Oberfläche.
c) Bestimme dann die elektrische Feldstärke E in einem Abstand d = 10 cm von der Oberfläche der Kugel aus b)

Aufgabe 11: Coulomb-Gesetz

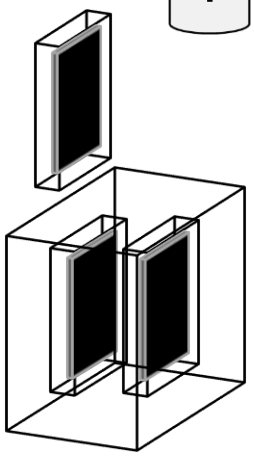
a) Wie groß ist die Abstoßung zweier Kugeln mit den Ladungen $Q_1 = 10^{-7}$ C und $Q_2 = 5\cdot10^{-6}$ C, die sich im Abstand r = 50 cm zueinander befinden?
b) Zwei entgegengesetzt gleich geladene Kugeln ziehen sich in 10 cm Abstand mit 300 N an. Wie groß sind die Ladungen der Kugeln?
c) Zwei jeweils 2 g schwere Kugeln hängen dicht nebeneinander an l = 20 cm langen Fäden. Nun werden sie durch einen Gummistab geladen und dadurch um 2s = 10 cm auseinandergedrängt. Wie groß ist die Ladung der beiden Kugeln?
d) Eine 3g schwere Kugel mit der Ladung 10^{-8} C hängt an einem 4 m langen Faden. Um welche Strecke s wird die Kugel ausgelenkt, wenn eine zweite Kugel mit der gleichen Ladung an den ursprünglichen Platz der ersten Kugel gebracht wird? Der Ablenkungswinkel α ist so klein, dass näherungsweise tan(α) = sin(α) gilt.
e) Nach dem (vereinfachten) Bohr-Modell des Wasserstoffatoms umkreist ein negatives Elektron den Atomkern, der aus einem positiven Proton besteht. Die Beträge der beiden Ladungen sind gleich der Elementarladung von $1{,}6\cdot10^{-19}$ C und der Radius der Kreisbahn ist $r = 5{,}3\cdot10^{-11}$ m. Berechne die Coulomb-Kraft zwischen Elektron und Proton und die Geschwindigkeit des Elektrons, wenn es eine Masse von $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg besitzt.

Aufgabe 12: Elektrischer Fluss und Feldstärke eines geladenen Drahtes



Ein l = 1 m langer Draht erhält eine positive Ladung von Q = 3 nC.
a) Skizziere das **Feldlinienbild**.
b) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ durch eine zylindrische Hülle, welche den Draht umschließt.
c) Bestimme die elektrische **Feldstärke** E im Abstand von r = 1 cm auf Höhe der Drahtmitte unter der Annahme, dass die Feldstärke vor den kleinen kreisförmigen Seitenflächen vernachlässigbar gering ist.
d) Entwickle eine **Formel** für die elektrische **Feldstärke** E im Abstand r von einem Draht der Länge l, welcher eine Ladung Q besitzt.

Aufgabe 13: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten



Eine quadratische Platte mit 30 cm langen Seiten erhält eine positive Ladung von 10 nC.
a) Skizziere das **Feldlinienbild**.
b) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ durch eine rechteckige Hülle, welche die Platte **umschließt**. (siehe rechts)
c) Bestimme die elektrische **Feldstärke** E vor den großen **Stirnflächen** unter der Annahme, dass die Feldstärke vor den schmalen Seitenflächen vernachlässigbar gering ist.
d) Berechne die **Kraft** F auf eine Ladung Q = 1 nC, die sich vor einer **Stirnfläche** befindet.
e) Skizziere das **Feldlinienbild**, wenn eine **zweite** Platte gleicher Größe mit entgegengesetzter Ladung des gleichen Betrags in 1 cm Abstand gegenüber der ersten Platte angebracht wird.
f) Berechne den gesamten elektrischen **Fluss** Φ_{ges} durch eine große rechteckige Hülle, welche nun beide Platten umschließt. (siehe rechts)
g) Bestimme die elektrische Feldstärke E_a **außerhalb** vor den großen Stirnflächen unter der Annahme, dass die Feldstärke vor den schmalen Seitenflächen vernachlässigbar gering ist.
h) Bestimme die Feldstärke E_i **innerhalb** zwischen den großen Stirnflächen unter der Annahme, dass die Feldstärke vor den schmalen Seitenflächen vernachlässigbar gering ist.
i) Ermittle die **Kraft** F_i auf eine Ladung von Q = 1 nC, die **zwischen** den Platten sitzt.
j) Berechne die **Kraft** F_P zwischen den beiden Platten.

Aufgabe 14: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten
Zwischen zwei entgegengesetzt geladenen sich parallel gegenüberstehenden Platten mit einem Flächeninhalt von je 200 cm^2 herrscht eine **Feldstärke** von E = 3 kN/C.
a) Skizziere die Anordnung und die **Feldlinien**.
b) Berechne die **Kraft** F_i auf eine Ladung von Q = 2 mC, die sich **zwischen** den Platten befindet.
c) Begründe die **Kraft** F_a auf eine Ladung vernachlässigbar gering ist, wenn sie sich **außerhalb** der Platten befindet.
d) Berechne den **Fluss** Φ jeder der beiden Platten.
e) Ermittle die **Ladung** Q einer Platte, wenn man annimmt, dass die Feldstärke außerhalb der Platten zu vernachlässigen ist.
f) Berechne die Anzahl der überschüssigen **Elektronen** auf der negativ geladenen Platte.
g) Berechne die **Kraft** F_P zwischen den beiden Platten.

Aufgabe 15: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten
Jeder der beiden 1 mm voneinander entfernten und 500 cm^2 großen Platten eines Kondensators wurde mit 5 nC geladen.
a) Welche Feldstärke wirkt **zwischen** den Platten?
b) Welche Feldstärke wirkt **in** den Platten selbst?
c) Mit welcher Kraft F ziehen sich die Platten an?

Aufgabe 16: Teilchen im elektrischen Feld
Jeder der beiden 2 mm voneinander entfernten und 100 cm^2 großen Platten eines Kondensators wurde mit 1 nC geladen. Berechne die **Kraft** F auf die folgenden Teilchen, wenn sie sich zwischen den beiden Platten befinden. Bestimme außerdem ihre **kinetische Energie** E_{kin} sowie ihre **Aufprallgeschwindigkeit** v, wenn sie von der einen zur anderen Platte fliegen:
a) Elektronen mit der Ruhemasse $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
b) Protonen mit der Ruhemasse $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
c) α-Teilchen (^4_2He Helium-Kerne)

Aufgabe 17: Spannung
An einen Plattenkondensator mit dem Flächeninhalt A = 400 cm^2 je Platte und dem Plattenabstand d = 3 mm wird die Spannung U = 500 V angelegt. Nach dem Ladevorgang wird die Spannungsquelle vom Kondensator getrennt.
a) Welche Feldstärke herrscht **zwischen** den Platten?
b) Welche Feldstärke wirkt **in** den Platten?
c) Welche Ladung Q nimmt der Kondensator auf?
d) Mit welcher Kraft F ziehen sich die Platten an?
e) Wie ändern sich die Feldstärke und die Spannung, wenn der Abstand der Platten um 1 mm erhöht wird?

Aufgabe 18: Spannung
Ein Kondensator besteht aus zwei kreisförmigen Platten mit einem Durchmesser von 20 cm in einem Abstand von 3 mm. Der Kondensator wird mit einer Spannung von 400 V geladen. Dann wird die Spannungsquelle entfernt.
a) Berechne die Feldstärke und die Ladung des Kondensators.
b) Wie ändern sich die Feldstärke und die Spannung, wenn der Abstand der Platten **nach** der Trennung von der Spannungsquelle verdoppelt wird?
c) Wie ändern sich die Feldstärke und die Spannung, wenn der Abstand der Platten **vor** der Trennung von der Spannungsquelle verdoppelt wird?

Aufgabe 19: Millikan-Versuch
Zwischen die **horizontal** liegenden Platten eines Kondensators mit einem Plattenabstand von 8 mm und einer Spannung von 5640 V schweben geladene Öltröpfchen mit der Masse $2{,}3 \cdot 10^{-14}$ kg. Berechne die Anzahl der überzähligen Elektronen auf jedem Tröpfchen, wenn die Fallbeschleunigung g = 9,81 m/s^2 beträgt und jedes Elektron die Elementarladung von $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C trägt.

Aufgabe 20: Millikan-Versuch
Zwischen die **horizontal** liegenden Platten eines Kondensators mit einem Plattenabstand von 6,4 mm und einer Spannung von 1250 V schweben geladene Öltröpfchen mit dem Radius $r = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ mm und der Dichte ρ = 0,9 g/cm^3. Berechne die Ladung der Tröpfchen, wenn die Fallbeschleunigung g = 9,81 m/s^2 beträgt.

Aufgabe 21: Teilchenbeschleuniger
Berechne die kinetische Energie E_{kin} und die Teilchengeschwindigkeit v bei einer Beschleunigungsspannung von 10 kV für
a) Elektronen mit der Ruhemasse $9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg
b) Protonen mit der Ruhemasse $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
c) α-Teilchen (^4_2He Helium-Kerne)

Aufgabe 22: Teilchen im elektrischen Feld
Ein mit einer Spannung von U_B = 100 V beschleunigter Elektronenstrahl tritt genau mittig und parallel zu den quadratischen Platten in das Feld eines unter der Spannung U_A = 200 V stehenden Kondensators ein. Die Platten sind 20 cm lang und 5 cm voneinander entfernt. Die untere Platte ist positiv geladen. Die ganze Anordnung befindet sich in einer Vakuumröhre, die am Ende in einer Entfernung von 30 cm hinter den Platten und senkrecht zum nicht abgelenkten Elektronenstrahl einen ebenen Leuchtschirm aus Zinksulfid aufweist.

a) Skizziere die Anordnung und die Bahn der Elektronen unter der Annahme, dass sie infolge der Ablenkung durch das elektrische Feld auf eine der Kondensatorplatten treffen.
b) Bestimme die Horizontalgeschwindigkeit der einfliegenden Elektronen und die maximale Flugzeit im elektrischen Feld des Kondensators.
c) Bestimme die Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten und die dadurch ausgeübte vertikale Kraft auf die Elektronen.
d) Bestimme die Flugzeit und die Flugweite der Elektronen gerechnet vom Eintritt in den Kondensator.
e) Bestimme die Vertikalgeschwindigkeit und die resultierende Gesamtgeschwindigkeit der Elektronen beim Aufprall.

Nun wird die Ablenkspannung auf U_A = 30 V reduziert.

f) Skizziere die Bahn der Elektronen unter der Annahme, dass sie infolge der verminderten Ablenkung durch das elektrische Feld auf den Leuchtschirm treffen.
g) Bestimme die Vertikalgeschwindigkeit und die vertikale Ablenkung der Elektronen beim Austritt aus dem Kondensator.
h) Bestimme die vertikale Ablenkung des Elektronenstrahls beim Auftreffen auf den Leuchtschirm.

Aufgabe 23: Teilchen im elektrischen Feld
Ein mit einer Spannung von 500 V beschleunigter Elektronenstrahl tritt genau mittig und parallel zu den quadratischen Platten in das Feld eines unter der Spannung U_C = 8 kV stehenden Kondensators ein. Die Platten sind 10 cm lang und 10 cm voneinander entfernt. Die untere Platte ist positiv geladen. Die ganze Anordnung befindet sich in einer Vakuumröhre, die am Ende in einer Entfernung von 40 cm hinter den Platten und senkrecht zum nicht abgelenkten Elektronenstrahl einen ebenen Leuchtschirm aus Zinksulfid aufweist.

a) Skizziere die Anordnung und die Bahn der Elektronen unter der Annahme, dass sie infolge der Ablenkung durch das elektrische Feld auf eine der Kondensatorplatten treffen.
b) Bestimme die Horizontalgeschwindigkeit der einfliegenden Elektronen und die maximale Flugzeit im elektrischen Feld des Kondensators.
c) Bestimme die Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten und die dadurch ausgeübte vertikale Kraft auf die Elektronen.
d) Bestimme die Flugzeit und die Flugweite der Elektronen gerechnet vom Eintritt in den Kondensator.
e) Bestimme die Vertikalgeschwindigkeit und die resultierende Gesamtgeschwindigkeit der Elektronen beim Aufprall.
f) Nun wird die Ablenkspannung auf U_C = 800 V reduziert.
g) Skizziere die Bahn der Elektronen unter der Annahme, dass sie infolge der verminderten Ablenkung durch das elektrische Feld auf den Leuchtschirm treffen.
h) Bestimme die Vertikalgeschwindigkeit und die vertikale Ablenkung der Elektronen beim Austritt aus dem Kondensator.
i) Bestimme die vertikale Ablenkung des Elektronenstrahls beim Auftreffen auf den Leuchtschirm.

Aufgabe 24: Kapazität

a) Berechne die Ladung eines Kondensators mit C = 50 pF bei einer Spannung von 20 V.
b) Welche Spannung benötigt man, um einen Plattenkondensator mit Plattendurchmesser von 30 cm und einem Abstand von 1 mm mit 1 mC zu laden?

Aufgabe 25: Energie des elektrischen Feldes
Ein Plattenkondensator mit kreisförmigen, 20 cm großen Platten mit einem Abstand von d = 2 mm wird mit 500 V aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt. Welche Energie ist in dem Kondensator gespeichert?

Aufgabe 26: Energie des elektrischen Feldes
Ein Plattenkondensator mit der Fläche A = 0,9 m^2 und dem Plattenabstand d = 2,5 mm wird mit 480 V aufgeladen und dann von der Spannungsquelle getrennt.

a) Berechne die Feldstärke und die Ladung des Kondensators
b) Welche Arbeit ist erforderlich, wenn man nun die Platten auf einen Abstand von 4 mm auseinanderzieht?

Aufgabe 27: Influenz und Polarisation
Ein Plattenkondensator besteht aus zwei quadratischen Platen der Seitenlänge a = 20 cm mit dem Abstand d = 1 mm. Welche Kapazität C_1 bzw. C_2 hat der Kondensator, wenn zwischen den Platten a) Luft und b) Plexiglas (ε_r = 3,2) verwendet wird?

Aufgabe 28: Influenz und Polarisation
Der Raum zwischen den Platten eines Kondensators mit der Kapazität C = 30 pF wird durch eine Plexiglasplatte mit ε_r = 3,2, vollständig ausgefüllt. Der Kondensator wird mit 350 V geladen. Anschließend wird die Plexiglasplatte herausgezogen.
Welche Energie ist in dem Kondensator vor und nach dem Herausziehen der Platte gespeichert? Begründe mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes.

Aufgabe 29: Influenz und Polarisation
Untersuche das Verhalten von Kapazität, Ladung, Spannung, Feldstärke und Energieinhalt eines Plattenkondensators ändern, wenn der Kondensator beim Aufladen Luft zwischen den Platten hatte und dann eine Kunststoffplatte mit $\varepsilon_r = 3{,}2$ zwischen die Platten geschoben wurde.
a) Der Kondensator bleibt an der Spannungsquelle angeschlossen
b) Der Kondensator wird vor dem Einschieben der Platte von der Spannungsquelle getrennt.

Aufgabe 30: Gewitter
Eine Wolke befindet sich in der Höhe h = 420 m über dem Erdboden und hat eine Flächenausdehnung von A = 100 00 m^2. Zwischen der Wolke und dem Erdboden, die man als geladenen Kondensator auffassen kann, wird eine Feldstärke von 200 000 V/m gemessen.
a) Wie groß ist die Spannung zwischen Wolke und Erdboden?
b) Wie groß ist die elektrische Ladung der Wolke?
c) Wie groß ist die in dem elektrischen Feld zwischen Wolke und Erdboden gespeicherte Energie?

Aufgabe 31: Parallel- und Reihenschaltung
Bestimme die fehlenden Größen für zwei Kondensatoren mit den einzelnen Kapazitäten C_1 und C_2 deren gemeinsame Kapazität in Reihenschaltung C_r und in Parallelschaltung den Wert C_p annimmt:

	C_1 in Ω	C_2 in Ω	C_p in Ω	C_r in Ω
a)	10^{-6}	$5\cdot10^{-7}$		
b)	$2\cdot10^{-9}$	10^{-9}		
c)	10^{-5}	$2\cdot10^{-5}$		
d)	10^{-5}	$2{,}5\cdot10^{-5}$		
e)			2	0,1
f)			10^{-3}	10^{-4}

Aufgabe 32: Entladevorgang
Ein Kondensator mit einer Kapazität von 3 nF wurde mit 800 Volt über einen Widerstand von 500 MΩ entladen.
a) Formuliere die Gleichung für die Kondensatorspannung $U_C(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
b) Formuliere die Gleichung für die Ladung Q(t) zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
c) Formuliere die Gleichung für die Spannung $U_R(t)$ am Widerstand zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf
d) Formuliere die Gleichung für den Ladestrom I(t) zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
e) Bestimme Ladung, Spannung und Ladestrom nach 0,5 Sekunden.
f) Bestimme die Zeit, die man benötigt, um den Kondensator zu 30% und zu 90% zu laden.

Aufgabe 33: Entladevorgang
Bestimme die fehlenden Größen für die Beschreibung des Entladevorgangs bei einem Kondensator mit der Kapazität C, der mit der Ladespannung U_0 über den Widerstand R entladen wird. $T_{1/2}$ ist die Halbwertszeit und $U(t_0)$ ist gemessene Spannung zur Zeit t_0:

U_0 in Volt	R in Ω	C in F	$T_{1/2}$ in s	$U(t_0)$ in V
500	10^6	10^{-7}		U(0,1) =
800	10^7	$5\cdot10^{-8}$		U(0,2) =
1000	10^8		2	U(3) =
600	$5\cdot10^6$			U(2) = 100
200	$6\cdot10^7$			$U(10^{-3}) = 50$
100	10^6			$U(10^{-2}) = 2\cdot10^{-3}$
300		10^{-8}	1	U(3) =
400		$5\cdot10^{-7}$		$U(10^{-1}) = 3\cdot10^{-2}$
1000	$2\cdot10^6$			$U(10^{-2}) = 4\cdot10^{-1}$
500	$2\cdot10^7$			$U(5\cdot10^{-3}) = 3\cdot10^{-4}$

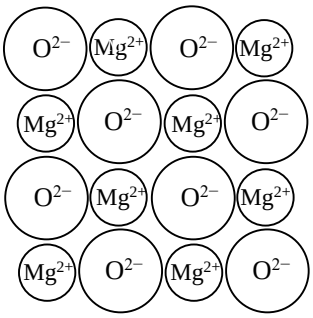
Aufgabe 34: Ladevorgang
Ein Kondensator mit einer Kapazität von 2 µF wird mit 100 Volt über einen Widerstand von 1 MΩ geladen.
a) Formuliere die Gleichung für die Kondensatorspannung $U_C(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
b) Formuliere die Gleichung für die Ladung Q(t) zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
c) Formuliere die Gleichung für den Ladestrom I(t) zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
d) Formuliere die Gleichung für die Spannung am Widerstand $U_R(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
e) Bestimme Ladung, Spannung und Ladestrom nach 2 Sekunden.
f) Bestimme die Zeit, die man benötigt, um den Kondensator zu 50% und zu 90% zu laden.

Aufgabe 35: Lade- und Entladevorgang
a) Bestimme die Kapazität eines Kondensators, der beim Laden über einen Vorwiderstand von 5 kΩ nach 2 ms zu 80% geladen ist.
b) Berechne die Halbwertszeit für den Entladevorgang über den gleichen Widerstand.
c) Formuliere die Gleichungen für Q(t), I(t), $U_C(t)$ sowie $U_R(t)$ für den Ladevorgang mit 200 V über 5 kΩ und skizziere ihren Verlauf
d) Formuliere die Gleichungen für Q(t), I(t), $U_C(t)$ sowie $U_R(t)$ für den Entladevorgang des mit 200 V geladenen Kondensators aus c) über einen Verbraucher mit 4 MΩ und skizziere ihren Verlauf

3.1. Lösungen zu den Aufgaben zur Elektrostatik

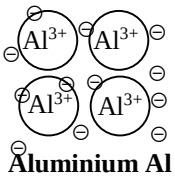
Aufgaben 1 und 2
siehe Theorie

Aufgabe 3
a) ${}_{11}Na \rightarrow {}_{11}Na^{+} + 1\ e^{-}$ (Neon)
b) ${}_{9}F + e^{-} \rightarrow {}_{9}F^{-}$ (Neon)
c) ${}_{4}Be \rightarrow {}_{4}Be^{2+} + 2\ e$ (Helium)
d) ${}_{15}P + 3\ e^{-} \rightarrow {}_{15}P^{3-}$ (Argon)
e) ${}_{13}Al \rightarrow {}_{13}Al^{3+} + 3\ e^{-}$ (Neon)
f) ${}_{16}S + 2\ e^{-} \rightarrow {}_{16}S^{2-}$ (Argon)



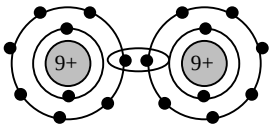
Magnesiumoxid $Mg^{2+}O^{2-}$

Aufgabe 4: Salze
a) siehe rechts
b) Infolg der doppelten Ladung ist die elektrische Anziehung der Ionen untereinander viel größer als bei $Na^{+}Cl^{-}$ und das Gitter ist gegenüber Erwärmung oder Angriff von Wassermolekülen viel widerstandsfähiger.
c) Salze leiten den elektrischen Strom nur, wenn die Ionen sich frei bewegen können, d.h. im gelösten, geschmolzenen oder gasförmigen Zustand.



Aluminium Al

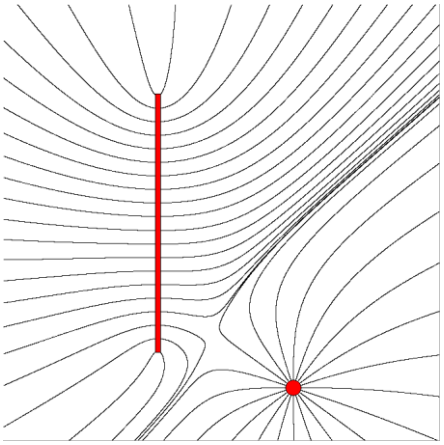
Aufgabe 5: Metalle
a) siehe rechts oben
b) Die positiv geladenen Aluminiumionen werden durch das negativ geladene Elektronengas zusammengehalten
c) Bei steigender Temperatur behindert die Vibration der Aluminiumionen den Elektronenfluss
d) Das Elektronengas von Aluminium enthält dreimal so viele Außenelektronen pro Atom wie das von Natrium

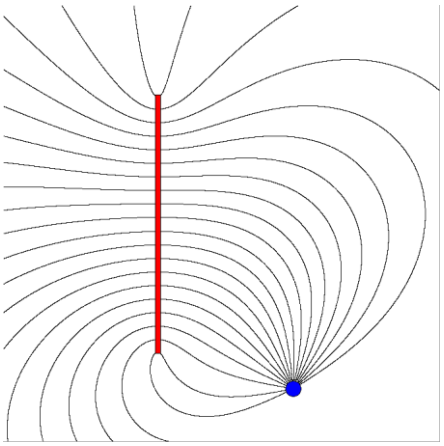


Fluor F_2

Aufgabe 6: Nichtmetalle
a) siehe rechts
b) siehe rechts
c) Die negativ geladenen Bindungselektronen halten die positiv geladenen Atomkerne zusammen.
d) Die Elektronen des Moleküls werden in die entgegengesetzte Richtung gedrängt, wo sich eine negative Teilladung bildet. Auf der dem negativen Ion zugewandten Seite entsteht durch den Elektronenmagel und die Ladung des Atomkerns eine positive Teilladung. Insgesamt bildet sich durch diese Polarisation ein Dipol.

Aufgabe 7: Feldlinien
a) siehe Theorie
b) Feldlinien können sich nicht **überschneiden**, denn an der Kreuzung wäre die Kraftrichtung nicht eindeutig festgelegt. (Sie können sich dagegen ungestört überlagern und dann werden die Kraftpfeile addiert.)
Feldlinien können nicht im Raum **vor dem Leiter enden**, weil eine Probeladung nicht vor einem geladenen Körper einfach stehenbleibt. Es wirkt immer eine abstoßende oder anziehende Kraft.
Feldlinien können nicht **schief auf der Leiteroberfläche** stehen, weil die Ladungsträger im Leiter so lange an der Oberfläche verschoben werden, bis sich alle Kräfte entlang der Oberfläche ausgleichen.
Benachbarte Feldlinien können nicht **entgegengesetzte Richtungen** haben, weil die Kraftrichtung zwischen den beiden Linien dann nicht festgelegt ist.



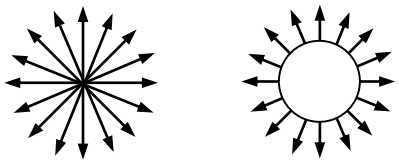


Aufgabe 8: Feldlinien
a) entgegengesetzt geladen: rechts oben
b) gleichnamig geladen: rechts unten

Aufgabe 9: Elektrischer Fluss und Feldstärke einer geladenen Kugel

a) Feldlinienbild: siehe rechts

b) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx -1{,}13\cdot10^6\ \frac{N}{C\cdot m^2}$



c) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi r^2} \approx 2{,}25\cdot10^8\ \frac{N}{C}$

d) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi r^2}$

e) siehe a)

f) Feldlinienbild: siehe rechts

g) Innerhalb der Kugel ist der Fluss $\Phi = 0$, weil die gesamte Wirkung der Ladung schon durch den Fluss außerhalb der Kugel vermittelt wird. Innerhalb der Kugel heben sich die Anziehungs- und Abstoßungskräfte gegenüberliegender Wände auf.

h) siehe a)

i) siehe b)

j) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi(R+r)^2}$

Aufgabe 10: Elektrischer Fluss und Feldstärke einer Punktladung

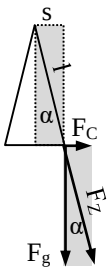
a) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx 1{,}13\cdot10^7\ \frac{N}{C\cdot m^2}$ und Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi r^2} \approx 8{,}99\cdot10^4\ \frac{N}{C}$.

b) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx 1{,}13\cdot10^2\ \frac{N}{C\cdot m^2}$ und Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi r^2} \approx 224{,}8\ \frac{N}{C}$.

c) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx 1{,}13\cdot10^2\ \frac{N}{C\cdot m^2}$ und Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{4\pi r^2} \approx 99{,}91\ \frac{N}{C}$.

Aufgabe 11: Coulomb-Gesetz

a) $F_C = \frac{Q_1\cdot Q_2}{\varepsilon_0\cdot 4\pi r^2} \approx 0{,}018$ N.



b) $Q_1 = Q_2 = \sqrt{F_C\cdot\varepsilon_0\cdot 4\pi r^2} \approx 1{,}83\cdot10^5$ C.

c) Der Auslenkwinkel zur Vertikalen ist $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{s}{l}\right) \approx 14{,}48°$.

Die Gewichtskraft ist $F_g = m\cdot g = 0{,}02$ N.
Die Coulomb-Kraft ist dann $F_C = F_g\cdot\tan(\alpha) = 0{,}0052$ N.
Die Ladung ist $Q_1 = Q_2 = \sqrt{F_C\cdot\varepsilon_0\cdot 4\pi(2s)^2} \approx 7{,}6\cdot10^8$ C

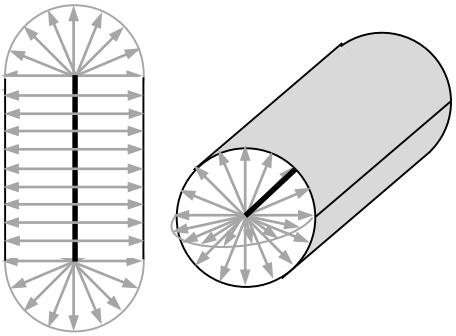
d) Aus der Skizze von Teil c) und mit den gleichen Bezeichnungen erhält man

$$\frac{s}{4\,m} = \sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) = \frac{F_C}{F_g} \approx \frac{Q^2}{\varepsilon_0\cdot 4\pi(2s)^2} \Leftrightarrow s \approx \sqrt[3]{\frac{Q^2\cdot l}{\varepsilon_0\cdot 16\pi}} \approx 4{,}1\text{ cm}.$$

e) Zentripetalkraft F_Z = Coulomb-Kraft $F_C \Leftrightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{Q^2}{\varepsilon_0\cdot 4\pi r^2} = 8{,}19\cdot10^{-8}$ N und $v = \frac{Q}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot 4\pi r\cdot m}} \approx 2{,}18\cdot10^6\ \frac{m}{s}$.

Aufgabe 12: Elektrischer Fluss und Feldstärke eines geladenen Drahtes

a) Feldlinienbild: siehe rechts



b) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx 1{,}13\cdot10^2\ \frac{N}{C\cdot m^2}$

c) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{2\pi r\cdot l} \approx 99{,}91\ \frac{N}{C}$.

d) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{2\pi r\cdot l}$

Aufgabe 13: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten

a) Feldlinienbild: siehe innen rechts

b) Fluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} \approx 1{,}13 \cdot 10^3 \ \frac{N}{C \cdot m^2}$

c) Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{a^2} \approx 1{,}26 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}$.

d) Kraft $F = E \cdot Q \approx 12{,}6\ \mu N$.

e) Feldlinienbild: siehe außen rechts

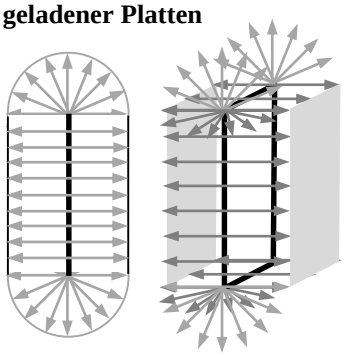
f) Gesamtfluss $\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0} = 0$

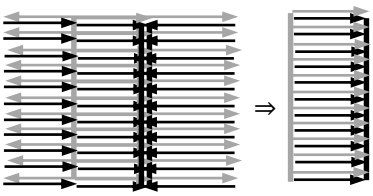
g) Feldstärke außen $E_a = \frac{\Phi}{A} = 0$

h) Feldstärke innen $E_i = 2 \cdot E \approx 2{,}52 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}$.

i) Kraft auf eine Ladung innen $F = E_i \cdot Q \approx 25{,}2\ \mu N$

j) Kraft zwischen zwei Platten $F = E_{links} \cdot Q_{rechts} = E_{rechts} \cdot Q_{links} \approx 0{,}126$ mN





Aufgabe 14: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten

a) Skizze: siehe rechts

b) $F = E \cdot Q = 6$ N.

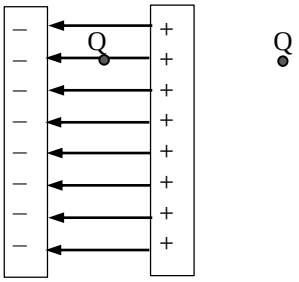
c) Die Rückseite ist feldfrei und es wirken keine Kräfte.

d) $\Phi = E \cdot A = 60\ N \cdot C^{-1} \cdot m^{-2}$.

e) $Q = \varepsilon_0 \cdot \Phi = 5{,}3 \cdot 10^{-10}$ C

f) Es sind $\frac{5{,}3 \cdot 10^{-10}\ C}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C} \approx 3{,}3$ Milliarden Stück.

g) $F = \frac{1}{2} E \cdot Q = 7{,}97 \cdot 10^{-7}$ N



Aufgabe 15: Elektrischer Fluss und Feldstärke geladener Platten

a) Feldstärke zwischen den Platten $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \approx 1{,}13 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}$

b) Feldstärke am Ort der Platten $E = \frac{Q}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot A} \approx 5{,}6 \cdot 10^3 \ \frac{N}{C}$

c) Kraft der Platten aufeinander $F = E \cdot Q \approx 2{,}82 \cdot 10^{-5} \cdot N$

Aufgabe 16: Teilchen im elektrischen Feld

Feldstärke $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A} \approx 1{,}13 \cdot 10^4 \ \frac{N}{C}$ ⇒ Kraft $F = E \cdot Q$ ⇒ Beschleunigung $a = \frac{F}{m_e}$, Energie $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$ ⇒

Aufprallgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot a \cdot d} = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot d}{m}}$

Teilchen	Masse in kg	Ladung in C	Beschleunigung in $\frac{m}{s^2}$	Energie in J	Aufprallgeschwindigkeit in $\frac{km}{s}$
Elektronen	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C	$1{,}98 \cdot 10^{15}$	$3{,}61 \cdot 10^{-18}$	2814
Protonen	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg	$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C	$1{,}08 \cdot 10^{12}$	$3{,}61 \cdot 10^{-18}$	65,7
α-Teilchen	$6{,}68 \cdot 10^{-27}$ kg	$3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C	$5{,}4 \cdot 10^{11}$	$7{,}24 \cdot 10^{-18}$	46,4

Aufgabe 17: Spannung

a) Zwischen den Platten wirkt eine Feldstärke von $E = \frac{U}{d} \approx 1{,}67 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

b) In den Platten wirkt jeweils nur die Feldstärke der gegenüberliegenden Platte, also $\frac{1}{2} E \approx 8{,}33 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$

c) Die aufgenommene Ladung ist $Q = \varepsilon_0 \cdot E \cdot A \approx 5{,}90 \cdot 10^{-8}$ C

d) Die Anziehungskraft ist demnach $F = E \cdot Q \approx 4{,}91 \cdot 10^{-4}$ N

e) Die Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$ bleibt gleich und die Spannung erhöht sich mit d‘ = 4 mm auf $U = E \cdot d' \approx 667$ V

Aufgabe 18: Spannung

a) $E = \frac{U}{d} \approx 1{,}33 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$ und $Q = \varepsilon_0 \cdot E \cdot A \approx 3{,}71 \cdot 10^{-8}$ C

b) Die Feldstärke $E = \frac{\Phi}{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot A}$ bleibt gleich und die Spannung verdoppelt sich auf $U = E \cdot 2d = 800$ V.

c) Die Spannung U bleibt gleich und die Feldstärke halbiert sich auf ca. $E = \frac{U}{2d} = 6{,}67 \cdot 10^4 \frac{N}{C}$.

Aufgabe 19: Millikan-Versuch

Wenn die Tröpfchen schweben, herrscht Gleichgewicht zwischen der Schwerkraft $F_g = m \cdot g$ und der Coulomb-Kraft $F_C = E \cdot Q = \frac{U \cdot Q}{d}$. Aus $F_g = F_C$ folgt $Q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} \approx 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, also 2 Elektronen pro Tröpfchen.

Aufgabe 20: Millikan-Versuch

Die Tröpfchen haben eine Volumen von $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 1{,}41 \cdot 10^{-17}$ m³ und ein Gewicht von $m = \rho \cdot V \approx 1{,}27 \cdot 10^{-14}$ kg. Wenn die Tröpfchen schweben, herrscht Gleichgewicht zwischen der Schwerkraft $F_g = m \cdot g$ und der Coulomb-Kraft $F_C = E \cdot Q = \frac{U \cdot Q}{d}$.

Aus $F_g = F_C$ folgt $Q = \frac{m \cdot g \cdot d}{U} \approx 6{,}4 \cdot 10^{-19}$ C, also 4 Elektronen pro Tröpfchen

Aufgabe 21: Teilchenbeschleuniger

a) $E_{kin} = 10$ keV $\approx 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ J und $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} \approx 5{,}93 \cdot 10^7$ m/s

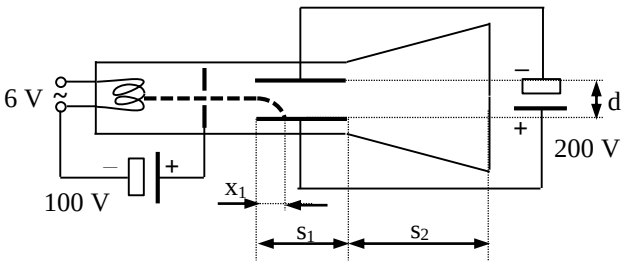
b) $E_{kin} = 10$ keV $\approx 1{,}6 \cdot 10^{-15}$ J und $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} \approx 1{,}38 \cdot 10^6$ m/s

c) $E_{kin} = 20$ keV $\approx 3{,}2 \cdot 10^{-15}$ J und $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} \approx 9{,}81 \cdot 10^5$ m/s

Aufgabe 22: Teilchen im elektrischen Feld

Beschleunigungsspannung $U_B = 100$ V
Ablenkspannung $U_A = 200$ V
Abstand zwischen den Kondensatorplatten d = 2 cm
Länge bzw. Flugweg zwischen den Kondensatorplatten $s_1 = 1$ cm
Abstand bzw. Flugweg bis zum Schirm $s_2 = 10$ cm

a) Skizze: siehe rechts



b) $E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U_B \cdot e = \frac{1}{2} m_e v_x^2$

Horizontalgeschwindigkeit $v_x = \sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot e}{m_e}} \approx \underline{1{,}41 \cdot 10^6} \frac{m}{s}$

Maximale Aufenthaltszeit im Feld $t_{01} = \frac{s_1}{v_x} \approx \underline{7{,}1 \cdot ns}$

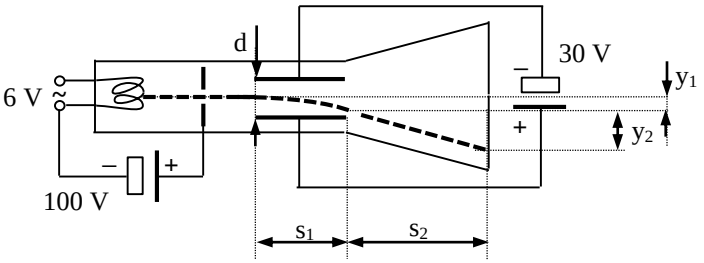
c) Feldstärke $E = \frac{U_A}{d} = \underline{1 \cdot 10^4} \frac{V}{m}$

Kraft $= E \cdot e = \underline{1{,}6 \cdot 10^{-15}\ N}$

d) Vertikalbeschleunigung $a_y = \frac{F}{m_e} \approx \underline{1{,}76\ 10^{15}} \frac{m}{s^2}$

Flugdauer $\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a_y t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{d}{a_y}} \approx \underline{3{,}37 \cdot ns}$

Horizontaler Flugweg $x_1 = v_x \cdot t_1 \approx \underline{4{,}77\ mm}$



e) Vertikalgeschwindigkeit $v_y = a_y \cdot t_1 \approx \underline{5{,}93 \cdot 10^6} \frac{m}{s}$

Resultierende Geschwindigkeit $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx \underline{6{,}1 \cdot 10^6} \frac{m}{s}$

f) Skizze: siehe rechts

g) Feldstärke $E = \frac{U_A}{d} = \underline{\underline{1{,}5\cdot 10^3}}\ \frac{V}{m}$ ⇒ Kraft = E·e = $\underline{\underline{2{,}4\cdot 10^{-16}}}$ N ⇒ Vertikalbeschleunigung $a_y = \frac{F}{m_e} = \underline{\underline{2{,}63\ 10^{14}}}\ \frac{m}{s^2}$

Vertikale Ablenkung auf dem Weg durch die Kondensatorplatten $y_1 = \frac{1}{2} a_y t_{01}^2 = \underline{\underline{6{,}6\ mm}}$

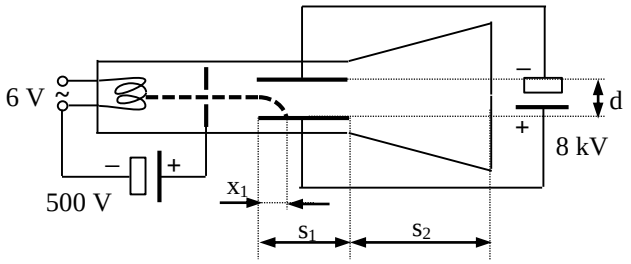
h) Vertikalgeschwindigkeit $v_y \approx a_y \cdot t_{01} \approx \underline{\underline{1{,}86\cdot 10^6}}\ \frac{m}{s}$.

Der Flug zum Schirm dauert $t_2 = \frac{s_2}{v_x} \approx \underline{\underline{70{,}7\ ns}}$

Ablenkung auf dem Weg zum Schirm $y_2 = v_y \cdot t_2 \approx \underline{\underline{13{,}2\ cm}}$
Gesamte Ablenkung $y_1 + y_2 = \underline{\underline{13{,}8\ cm}}$

Aufgabe 23: Teilchen im elektrischen Feld
Abstand zwischen den Kondensatorplatten d = 10 cm;
Länge bzw. Flugweg zwischen den Kondensatorplatten s_1 = 10 cm;
Abstand bzw. Flugweg bis zum Schirm s_2 = 40 cm.

a) Skizze: siehe rechts

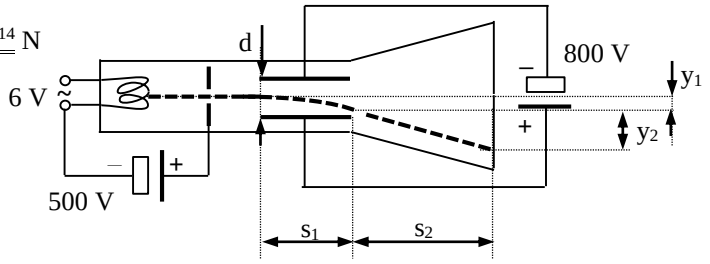


b) $E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U\cdot e = \frac{1}{2} m_e v_x^2$

Horizontalgeschwindigkeit $v_x = \sqrt{\frac{2\cdot U\cdot e}{m_e}} \approx \underline{\underline{1{,}75\cdot 10^7}}\ \frac{m}{s}$

Maximale Aufenthaltszeit im Feld $t_{01} = \frac{s_1}{v_x} \approx \underline{\underline{5{,}71\cdot ns}}$

c) Feldstärke $E = \frac{U}{d} = 8\cdot 10^4\ \frac{V}{m}$ und Kraft = E·e = $\underline{\underline{1{,}28\cdot 10^{-14}}}$ N



d) Vertikalbeschleunigung $a_y = \frac{F}{m_e} = \underline{\underline{1{,}41\ 10^{16}}}\ \frac{m}{s^2}$

Flugdauer $\frac{d}{2} = \frac{1}{2} a_y t_1^2 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{d}{a}} \approx \underline{\underline{2{,}67\cdot 10^{-9}}}$ s

Horizontaler Flugweg $x_1 = v_x \cdot t_1 \approx \underline{\underline{4{,}67\ cm}}$

e) Vertikalgeschwindigkeit $v_y = a_y \cdot t_1 \approx \underline{\underline{2{,}0\cdot 10^7}}\ \frac{m}{s}$ und resultierende Geschwindigkeit $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx \underline{\underline{2{,}66\cdot 10^7}}\ \frac{m}{s}$

f) Skizze: siehe rechts oben

g) Feldstärke $E = \frac{U}{d} = \underline{\underline{8\cdot 10^3}}\ \frac{V}{m}$ ⇒ Kraft = E·e = $\underline{\underline{1{,}28\cdot 10^{-15}}}$ N ⇒ Vertikalbeschleunigung $a_y = \frac{F}{m_e} = \underline{\underline{1{,}41\ 10^{15}}}\ \frac{m}{s^2}$ ⇒

h) Vertikale Ablenkung auf dem Weg durch die Kondensatorplatten $y_1 = \frac{1}{2} a_y t_{01}^2 = \underline{\underline{2{,}3\ cm}}$ und Vertikalgeschwindigkeit $v_y \approx a_y \cdot t_{01} \approx \underline{\underline{8{,}1\cdot 10^6}}\ \frac{m}{s}$.

i) Der Flug zum Schirm dauert $t_2 = \frac{s_2}{v_x} \approx \underline{\underline{22{,}8\ ns}}$ und lenkt das Elektron um weitere $y_2 = v_y \cdot t_2 \approx \underline{\underline{18{,}5\ cm}}$ aus der Flugbahn ab, so dass es insgesamt um $y_1 + y_2 = \underline{\underline{20{,}8\ cm}}$ abgelenkt wird.

Aufgabe 24: Kapazität

a) Die Ladung ist Q = C·U = 1 nC.

b) Die Spannung ist $U = \frac{Q}{C} = \frac{Q\cdot d}{\varepsilon_0 \cdot \pi r^2} \approx 1598$ V.

Aufgabe 25: Energie des elektrischen Feldes

$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \pi r^2}{d} \approx 2{,}78\cdot 10^{-10}\ \frac{C}{V}$ ⇒ $W = \frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2 = 3{,}48\cdot 10^{-5}$ J.

Aufgabe 26: Energie des elektrischen Feldes

a) $E = \frac{U}{d} = 192\ 000\ N\cdot C^{-1}$ und $Q = \varepsilon_0 \cdot E\cdot A \approx 1{,}53\cdot 10^{-6}$ C b) $W = \frac{1}{2}\cdot Q\cdot \Delta U = \frac{1}{2}\cdot E\cdot Q\cdot \Delta d = 2{,}20\cdot 10^{-4}$ J.

Aufgabe 27: Influenz und Polarisation
$C_1 = 354\ \mu F$ und $C_2 = 1{,}13\ nF$

Aufgabe 28: Influenz und Polarisation
Vor dem Herausziehen $W_1 = 1{,}84\cdot10^{-6}$ J und nach dem Herausziehen nur noch $W_2 = 5{,}75\cdot10^{-6}$ J. Beim .Herausziehen wird Arbeit gegen die aus dem Rand tretenden Feldlinien geleistet.

Aufgabe 29: Influenz und Polarisation

a) Kapazität $C = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{d}$ und Ladung $Q = C\cdot U$ verdreifachen sich, Spannung U und Feldstärke $E = \frac{U}{d}$ bleiben gleich, die Energie $E = \frac{1}{2}CU^2$ verdreifacht sich.

b) Kapazität $C = \frac{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot A}{d}$ verdreifacht sich, Ladung bleibt gleich, Spannung $U = \frac{Q}{C}$, Feldstärke $E = \frac{U}{d}$ und Energie $E = \frac{1}{2}CU^2$ sinken auf eine Drittel.

Aufgabe 30: Gewitter
a) $U = 8{,}4\cdot10^7$ V b) $Q = 0{,}177$ C c) $W = 7{,}42$ MJ.

Aufgabe 31: Parallel- und Reihenschaltung
Kapazität in Reihe $C_r = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ und Kapazität parallel $C_p = C_1 + C_2$:

	C_1 in Ω	C_2 in Ω	C_p in Ω	C_r in Ω
a)	10^{-6}	$5\cdot10^{-7}$	$1{,}5\cdot10^{-6}$	$3{,}\overline{3}\cdot10^{-7}$
b)	$2\cdot10^{-9}$	10^{-9}	$3\cdot10^{-9}$	$6{,}\overline{6}\cdot10^{-10}$
c)	10^{-5}	$2\cdot10^{-5}$	$3\cdot10^{-5}$	$6{,}\overline{6}\cdot10^{-5}$
d)	10^{-5}	$2{,}5\cdot10^{-5}$	$3{,}5\cdot10^{-5}$	$2\cdot10^{-6}$
e)	1,9	0,1	2	0,1
f)	$1{,}1\cdot10^{-4}$	$8{,}9\cdot10^{-4}$	10^{-3}	10^{-4}

Rechnung zu e):

$2 = C_1 + C_2 \Leftrightarrow C_2 = 2 - C_1$

$10 = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ | einsetzen

$10 = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{2 - C_1}$ | $\cdot(2 - C_2)\cdot C_2$

$-10C_1^2 + 20C_1 = 2 - \cancel{C_1} + \cancel{C_1}$ | +2; :(−10)

$C_1^2 - 2\,C_1 + 0{,}2 = 0$ | p-q-Formel

$C_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1 - 0{,}2}$

$\underline{\underline{C_1 = 0{,}1\ F}}$

$\underline{\underline{C_2 = 1{,}9\ F}}$

Rechnung zu f):

$1\ mF = C_1 + C_2 \Leftrightarrow C_2 = 1 - C_1$

alles in mF! $10\ \frac{1}{mF} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ | einsetzen

$10 = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{1 - C_1}$ | $\cdot(1 - C_2)\cdot C_2$

$-10C_1^2 + 10C_1 = 1 - \cancel{C_1} + \cancel{C_1}$ | +2; :(−10)

$C_1^2 - C_1 + 0{,}1 = 0$ | p-q-Formel

$C_{1/2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - 0{,}1}$

$\underline{\underline{C_1 = 0{,}89\ mF}}$

$\underline{\underline{C_2 = 0{,}11\ mF}}$

Aufgabe 32: Entladevorgang

a) Kondensatorspannung $U_C(t) = U_0\cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 800\ V\cdot e^{-\frac{t}{1{,}5}}$ mit $T_{1/2} = 1{,}5\cdot\ln(2) \approx 1{,}04$ s

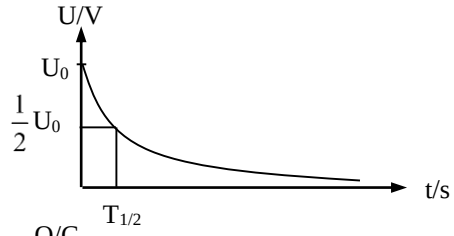
b) Ladung $Q(t) = C\cdot U_0\cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 2{,}4\ \mu C\cdot e^{-\frac{t}{1{,}5}}$.

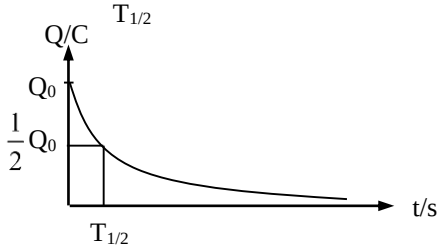
c) Ladestrom $I(t) = \frac{U_0}{R}\cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 1{,}6\ \mu A\cdot e^{-\frac{t}{1{,}5}}$.

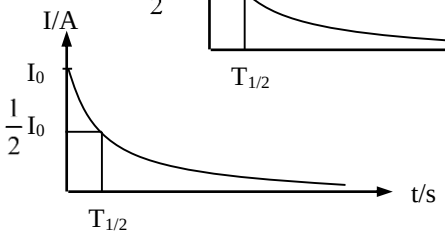
d) $Q(0{,}5\ s) \approx 1{,}7\ \mu C$; $U_C(0{,}5\ s) \approx 573$ V und $I(0{,}5\ s) \approx 1{,}15\ \mu A$

e) Aus $Q(t_{0,3}) = 0{,}3\cdot Q_0$ ergibt sich $e^{-\frac{t}{1{,}5}} = 0{,}3 \Leftrightarrow t_{0,3} = -1{,}5\cdot\ln(0{,}3) \approx 1{,}8$ s

Aus $Q(t_{0,1}) = 0{,}1\cdot Q_0$ ergibt sich $e^{-\frac{t}{1{,}5}} = 0{,}1 \Leftrightarrow t_{0,1} = -1{,}5\cdot\ln(0{,}1) \approx 3{,}5$ s







Aufgabe 33: Entladevorgang

Aus $U(t) = U_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \Leftrightarrow T_{1/2} = \ln(2) \cdot RC \Leftrightarrow C = -\frac{t}{R \cdot \ln\left(\frac{U(t)}{U_0}\right)} \Leftrightarrow R = -\frac{t}{C \cdot \ln\left(\frac{U(t)}{U_0}\right)}$ folgt:

U_0 in Volt	R in Ω	C in F	$T_{1/2}$ in s	$U(t_0)$ in V
500	10^6	10^{-7}	$6{,}9 \cdot 10^{-2}$	$U(0{,}1) \approx 183{,}9$
800	10^7	$5 \cdot 10^{-8}$	$3{,}5 \cdot 10^{-1}$	$U(0{,}2) \approx 536{,}3$
1000	10^8	$2{,}88 \cdot 10^{-8}$	2	$U(3) \approx 353;5$
600	$5 \cdot 10^6$	$2{,}23 \cdot 10^{-7}$	$7{,}7 \cdot 10^{-1}$	$U(2) = 100$
200	$6 \cdot 10^7$	$1{,}2 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$U(10^{-3}) = 50$
100	10^6	$9{,}24 \cdot 10^{-10}$	$6{,}4 \cdot 10^{-4}$	$U(10^{-2}) = 2 \cdot 10^{-3}$
300	$1{,}44 \cdot 10^8$	10^{-8}	1	$U(3) = 75$
400	$2{,}1 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-7}$	$7{,}2 \cdot 10^{-3}$	$U(10^{-1}) = 3 \cdot 10^{-2}$
1000	$2 \cdot 10^6$	$6{,}4 \cdot 10^{-9}$	$8{,}85 \cdot 10^{-3}$	$U(10^{-2}) = 4 \cdot 10^{-1}$
500	$2 \cdot 10^7$	$1{,}74 \cdot 10^{-11}$	$2{,}4 \cdot 10^{-4}$	$U(5 \cdot 10^{-3}) = 3 \cdot 10^{-4}$

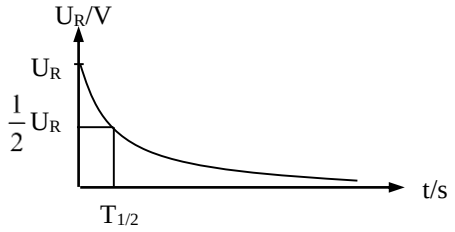
Aufgabe 34: Ladevorgang

a) Kondensatorspannung $U_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = 100\ V \cdot (1 - e^{-0{,}5t})$ mit $T_{1/2} = 2 \cdot \ln(2) \approx 2{,}89$ s

b) Ladung $Q(t) = C \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = 0{,}2\ \mu C \cdot (1 - e^{-0{,}5t})$.

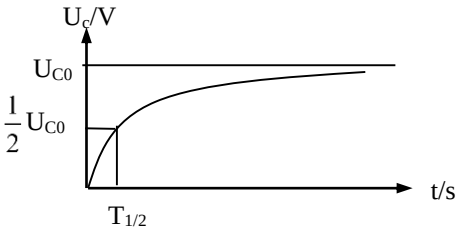
c) Spannung am Widerstand $U_R(t) = U_0 - U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 100\ V \cdot e^{-0{,}5t}$

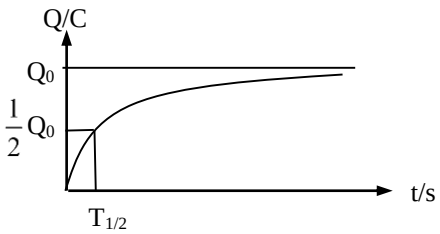
Ladestrom $I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 0{,}1\ mA \cdot e^{-0{,}5t}$.

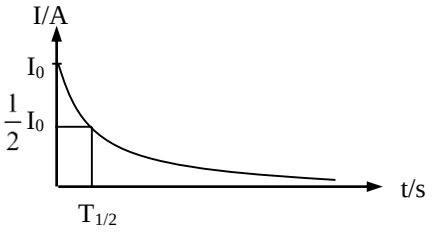


d) $Q(2\ s) \approx 0{,}126\ \mu C$; $U_C(2\ s) \approx 63{,}2$ V und $I(2\ s) \approx 63{,}2\ \mu A$

e) Aus $Q(t_{0,5}) = 0{,}5 \cdot Q_0$ ergibt sich $e^{-0{,}5t} = 0{,}5 \Leftrightarrow t_{0,5} = -2 \cdot \ln(0{,}5) \approx 2{,}89$ s
Aus $Q(t_{0,9}) = 0{,}9 \cdot Q_0$ ergibt sich $e^{-0{,}5t} = 0{,}1 \Leftrightarrow t_{0,9} = -2 \cdot \ln(0{,}1) \approx 4{,}6$ s







Aufgabe 35: Lade- und Entladevorgang

a) Ladung $Q(t) = C \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ mit $Q(0{,}002) = 0{,}8 \cdot Q_{max} = 0{,}8 \cdot C \cdot U_0 = C \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{0{,}002}{5000 \cdot C}}\right) \Leftrightarrow 0{,}8 = 1 - e^{-\frac{0{,}002}{5000 \cdot C}} \Leftrightarrow e^{-\frac{0{,}002}{5000 \cdot C}}$

$= 0{,}2 \Leftrightarrow \frac{0{,}002}{5000 \cdot C} = -\ln(0{,}2) \Leftrightarrow C = -\frac{0{,}002}{5000 \cdot \ln(0{,}2)} \approx 577$ nF.

b) Halbwertszeit $T_{1/2} = \ln(2) \cdot RC = \frac{\ln(2) \cdot 0{,}002}{\ln(0{,}2)} \approx 0{,}86$ ms

c) Laden mit $U_0 = 200$ V über R = 5 kΩ: Ladung $Q(t) = C \cdot U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = 2{,}88\ nC \cdot (1 - e^{-804t})$; Kondensatorspannung $U_C(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = 200\ V \cdot (1 - e^{-804t})$, Spannung am Widerstand $U_R(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 200\ V \cdot e^{-804t}$, Ladestrom $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 40\ mA \cdot e^{-804t}$.

d) Entladen mit $Q_0 = \frac{C}{U_0} \approx 2{,}88$ nC über R = 4 MΩ: Kondensatorspannung $U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 200\ V \cdot e^{-\frac{t}{2{,}31}}$, Ladung $Q(t) = C \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 2{,}88\ nC \cdot e^{-\frac{t}{2{,}31}}$ und Ladestrom $I(t) = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = 50\ \mu A \cdot e^{-\frac{t}{2{,}31}}$.