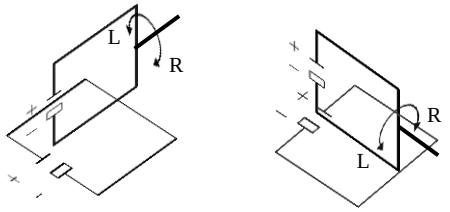
3.3. Aufgaben zur Elektrodynamik

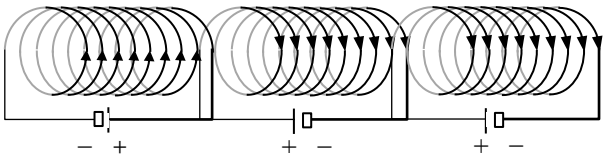
Aufgabe 1: Magnetisches Feld

a) Wird sich die obere Leiterschleife in Richtung L drehen oder in Richtung R?
b) Welches Spulenpaar stößt sich ab und welches zieht sich an?

zu a):

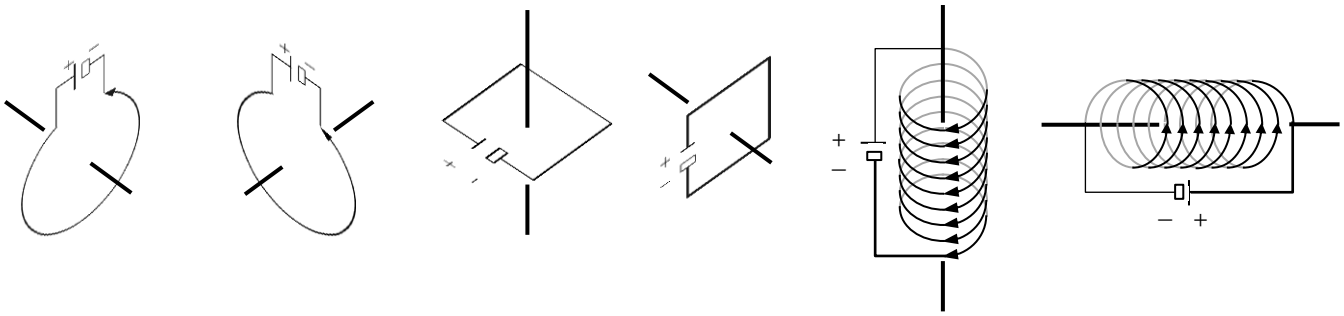


zu b):



Aufgabe 2: Magnetismus

a) Zeichne mindestens EINE GESCHLOSSENE magnetische Feldlinie bei den folgenden Leiterschleifen und Spulen ein.
b) Kennzeichne den VON AUSSEN wahrgenommenen Nordpol bzw. Südpol bezogen auf die gegebene Achse.

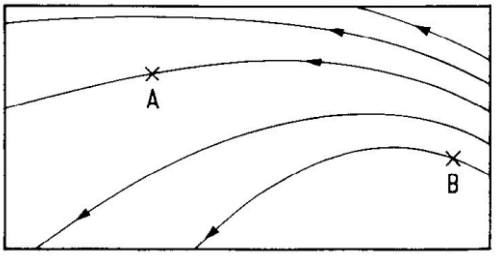


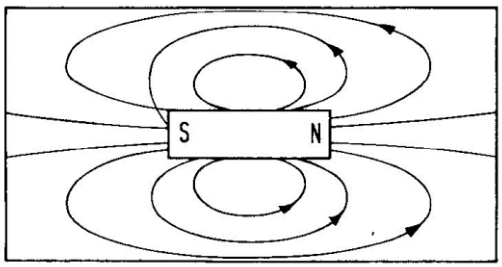
Aufgabe 3: Ferromagnetismus

Erkläre das Phänomen des Ferromagnetismus unter Verwendung der Begriffe „ungepaarte Elektronen“, „Kreisströme“ und „Weißsche Bezirke“.

Aufgabe 4: Magnetisches Feld

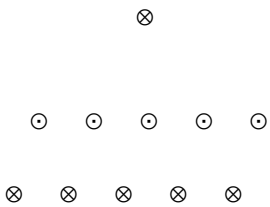
a) Zeichne jeweils eine kleine Magnetnadel mit Nord- und Südpol an den Orten A und b des links skizzierten Magnetfeldes ein.
b) Nenne und erkläre die beiden Fehler bei der rechts skizzierten Darstellung des magnetischen Feldes eines Stabmagneten.





Aufgabe 5: Magnetisches Feld

a) Skizziere die magnetischen Feldlinien um einen senkrecht auf der Papierebene stehenden Leiter, in dem die technische Stromrichtung in die Papierebene hinein weist. (siehe rechts) Gib die Richtung der Feldlinien durch Pfeile an.
b) Skizziere die magnetischen Feldlinien in einer Spule, die von der Papierebene längs geschnitten wird. Die Kreuze bzw. Punkte geben an, an welchen Stellen die technische Stromrichtung in die Papierebene hinein bzw. aus der Papierebene hinaus weist. (siehe rechts) Kennzeichen dann den VON AUSSEN wahrgenommenen Nordpol bzw. Südpol



Aufgabe 6: Magnetische Flussdichte

a) Wie groß ist die magnetische Flussdichte in 5 cm Entfernung von einem mit einer Stromstärke von 1 A durchflossenen Leiter?
b) Wie groß ist B in der doppelten Entfernung?
c) Wie groß ist B bei der doppelten Stromstärke?

Aufgabe 7: Magnetische Flussdichte

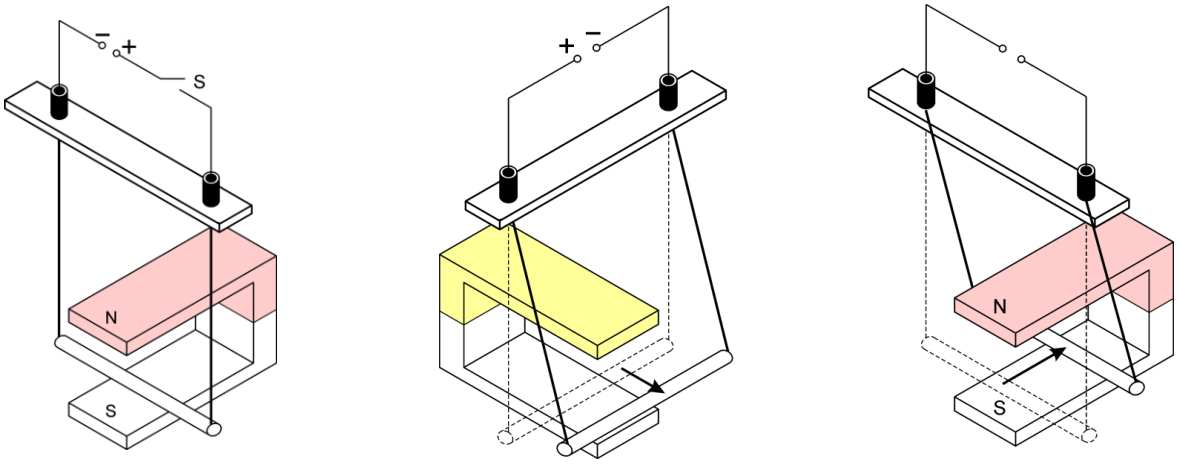
a) Wie groß ist die magnetische Flussdichte in einer 5 cm langen Spule mit 100 Wicklungen, wenn ein Strom von 2 A fließt?
b) Wie groß ist B bei der doppelten Stromstärke?
c) Wie ändert sich B, wenn man einen Eisenkern mit $\mu_r = 2000$ hineinschiebt?

Aufgabe 8: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

a) Welche Flussdichte herrscht in 5 cm Entfernung von einem mit einem Strom von 2 A durchflossenen Leiter?
b) Wie groß ist die Kraft zwischen zwei 10 cm langen mit einem Strom von 2 A durchflossenen Leitern, die parallel zueinander in einer Entfernung von 5 cm verlaufen?
c) Eine Hochspannung-Freileitung überträgt bei der Spannung U = 100 kV eine Leistung von P = 600 MW. Welcher Strom fließt durch die Leitung und wie groß ist die Kraft zwischen zwei in einer Entfernung von 8 m parallel aufgehängten 100 langen Leitungsstücken?
d) Wie groß ist die Kraft zwischen zwei Leitern der Länge s, die parallel zueinander im Abstand r verlaufen und beide von einem Strom der Stärke I durchflossen werden?

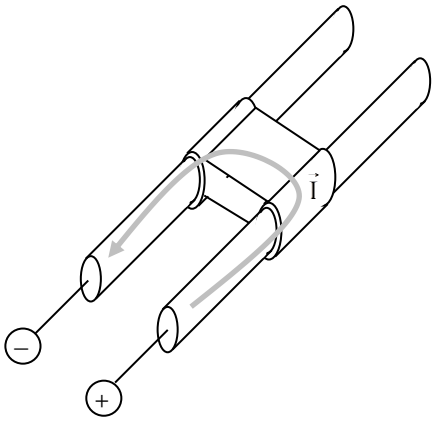
Aufgabe 9: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

Zeichne jeweils die magnetische Flussdichte $\vec{B}$, die Stromstärke $\vec{I}$ und die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ als Pfeile ein und ergänze die Polung des Stromes bzw. des Magneten:



Aufgabe 10: Rail gun

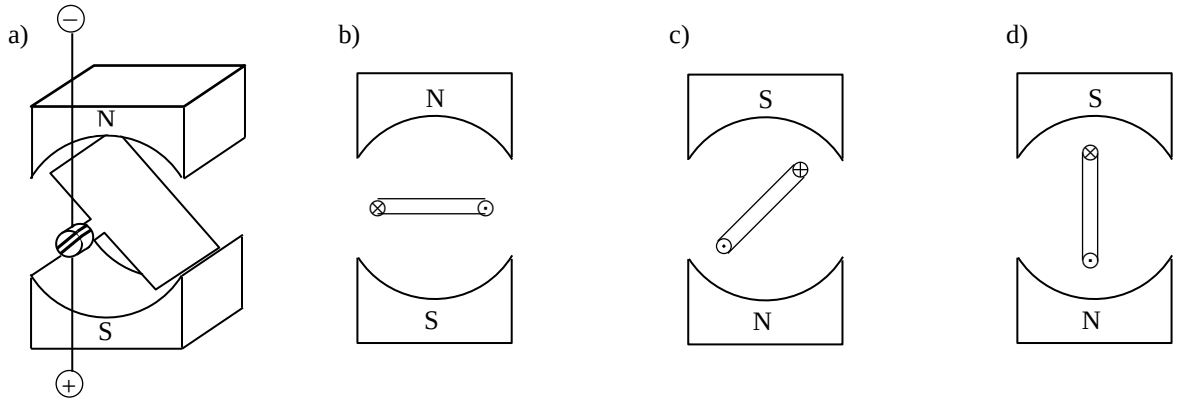
Auf den neuesten Schiffen der US Navy werden sogenannte Rail guns verwendet, welche ein 3,2 kg schweres Geschoss auf 2000 m/s beschleunigen und damit eine Reichweite von ca. 150 km erzielen. Der Aufbau ist sehr einfach und seit 1918 bekannt: Der Strom erzeugt zwischen den Schienen ein Magnetfeld, welches auf den quer fließenden Strom im Schlitten eine Lorentzkraft in Schussrichtung hervorruft.



a) Kennzeichne das Magnetfeld und die resultierende Lorentzkraft durch Pfeile.
b) Zeige, dass bei dieser Anordnung gilt $F_L = 8 \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot N \cdot A^{-2}$, wenn man die Flussdichte B genau in der Mitte zwischen den beiden Schienen zugrunde legt. Insbesondere ist die Lorentzkraft unabhängig von der Breite des Schlittens!
c) Berechne die Lorentzkraft, die man benötigt, um das 3,2 kg schwere Geschoss auf einem 4 m langen Rail gun auf 2000 m/s zu beschleunigen.
d) Wie groß ist die erforderliche Stromstärke?
e) Wodurch entsteht die Flammenwolke hinter dem Geschoss auf dem Foto rechts?
f) Warum ist die Verwendung solcher Waffen in Flugzeugen und Panzern kaum möglich?

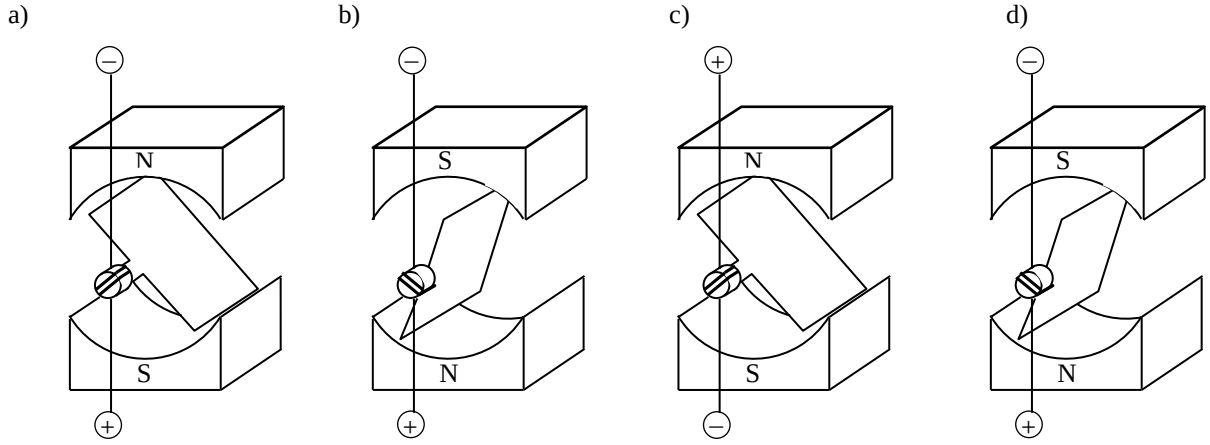
Aufgabe 11: Elektromotor

Zeichne jeweils die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ und die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ als Pfeile ein und markiere die Drehrichtung der Leiterschleife. In welcher Stellung ist das Drehmoment maximal und in welcher Stellung ist es minimal („Totpunkt“)?



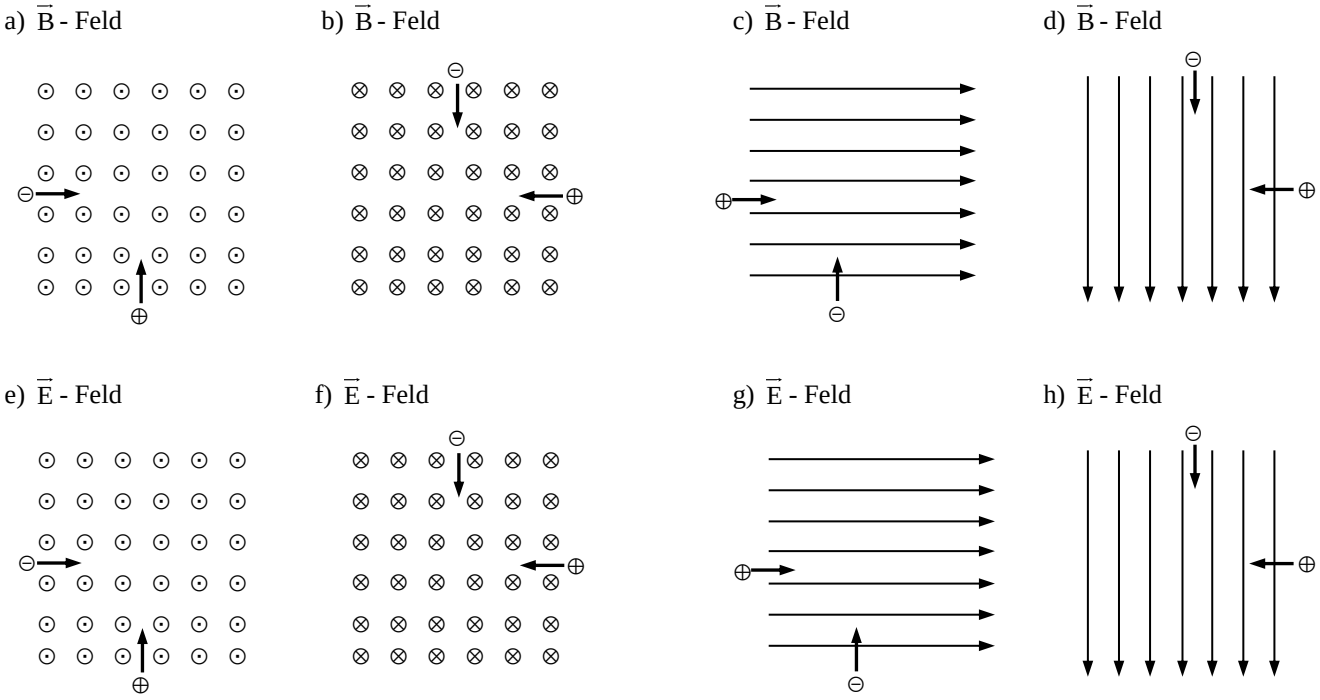
Aufgabe 12: Elektromotor

Bestimme jeweils die Drehrichtung:

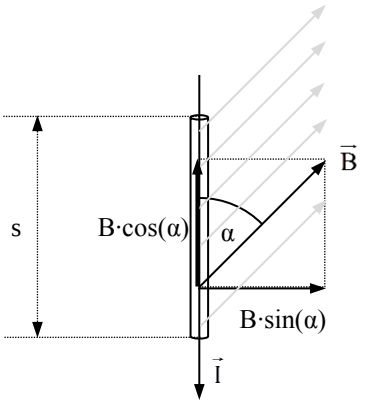


Aufgabe 13: Bewegte Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

Setze die Bahnrichtung der geladenen Teilchen in den skizzierten elektrischen ($\vec{E}$-) und magnetischen ($\vec{B}$-) Feldern fort. ⊙ kommt aus der Zeichenebene heraus; ⊗ geht in sie hinein. Die Markierung —⊙ bedeutetet, dass das Teilchen aus der Zeichenebene heraus gelenkt wird; bei —⊗ geht es in sie hinein.



Aufgabe 14: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter



a) Im Bild rechts wirkt ein Magnetfeld $\vec{B}$ im Winkel α zum Leiter der Länge s, durch den der Strom $\vec{I}$ fließt. $\vec{B}$ lässt sich zerlegen in eine Komponente B·cos(α) parallel und eine Komponente B·sin(α) senkrecht zum Leiter.
   - Welche der beiden Komponenten bewirkt die Lorentzkraft?
   - In welche Richtung zeigt die Lorentzkraft?
   - Wie groß ist ihr Betrag?
b) Ein gerader Leiter wird von einem Strom der Stärke I = 4 A durchflossen und befindet sich in einem Magnetfeld mit der Flussdichte mit dem Betrag B = 2 mT, die in einem Winkel von 45° zum Leiter geneigt ist. Welche Kraft wirkt auf ein 5 cm langes Stück dieses Leiters?
c) Auf einen geraden, 10 cm langen Leiter wirkt in einem Magnetfeld mit der Flussdichte von B = 1 mT, die in einem Winkel von 60° zum Leiter geneigt ist, eine Kraft von $3\cdot10^{-4}$ N. Welcher Strom durchfließt den Leiter?
d) Auf einen geraden, 20 cm langen Leiter wirkt bei der Stromstärke von 3 A in einem Magnetfeld mit der Flussdichte von B = 3 mT eine Kraft von $5\cdot10^{-4}$ N. Was kann man über die Richtung der Kraft sagen? In welchem Winkel steht das Magnetfeld zum Leiter?

Aufgabe 15: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

Ein Elektron mit der Ladung $Q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C fliegt mit der Geschwindigkeit $v = 10^5$ m/s durch ein homogenes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,01 T. Welche Kraft wirkt auf das Elektron, wenn die Richtung der Flussdichte $\vec{B}$ um den Winkel α zum Geschwindigkeitsvekor $\vec{v}$ geneigt ist?

a) α = 0° b) α = 30° c) α = 90° d) α = 180° e) α beliebig (allgemeine Formel)

Aufgabe 16: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

Ein Elektron mit der Ladung $Q = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C fliegt mit der Geschwindigkeit $v = 4{,}22\cdot10^6$ m/s durch ein Magnetfeld mit der Flussdichte $B = 2{,}15\cdot10^{-4}$ T. Um welchen Winkel α ist die Richtung der Flussdichte $\vec{B}$ zum Geschwindigkeitsvekor $\vec{v}$ geneigt, wenn die Lorentzkraft $F_L = 1{,}26\cdot10^{-16}$ N beträgt?

Aufgabe 17: Teilchen in elektrischen Feldern

Welche Geschwindigkeit v haben die folgenden Teilchen, wenn sie durch eine Spannung von U = 500 V beschleunigt werden?

a) Elektronen b) Protonen c) α-Teilchen (Heliumkerne)

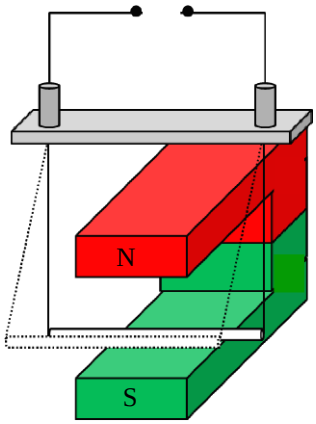
Aufgabe 18: Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

a) Elektronen werden mit der Spannung U = 200 V beschleunigt und sollen dann durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld auf eine Kreisbahn mit dem Radius r = 5 cm gelenkt werden. Welchen Betrag muss die Flussdichte $\vec{B}$ des Magnetfeldes haben?
b) Protonen mit der Spannung U = 20 kV beschleunigt und dann durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,2 T auf eine Kreisbahn gelenkt. Welchen Radius hat die Kreisbahn?
c) Heliumkerne sollen durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld mit der Flussdichte B = 0,3 T auf eine Kreisbahn mit dem Radius r = 10 cm gelenkt werden. Welche Geschwindigkeit v benötigen die Heliumkerne und welche Beschleunigungsspannung U muss eingestellt werden?
d) Protonen werden zusammen mit α-Teilchen (Heliumkernen) mit der Spannung U = 1 kV beschleunigt und dann in einem Magnetfeld der Flussdichte B = 0,1 T auf Kreisbahnen gelenkt. Berechne die Radien der beiden Kreisbahnen und bestimme das Verhältnis der beiden Kreisbahnen zueinander in Prozent. Leite eine Formel für den Radius r der Kreisbahn in Abhängigkeit zum Verhältnis m_e/e her und beschreibe den funktionalen Zusammenhang in Worten.
e) Leite die Gleichung $v_x = E_y/B_z$ für die Geschwindigkeit v_x in x-Richtung eines Teilchens her, welches den Wienschen Geschwindigkeitsfilter mit der Feldstärke E_y in y-Richtung und der Flussdichte B_z in z-Richtung geradlinig passiert. In welche Richtung werden zu schnelle Teilchen mit $v_x > E_y/B_z$ bzw. zu langsame Teilchen mit $v_x < E_y/B_z$ abgelenkt?
f) In welchem Verhältnis stehen die Radien von Protonen und Heliumkernen aus Teil d) zueinander, wenn man ein Massenspektrometer mit Geschwindigkeitsfilter verwendet? Leite erneut eine Formel für den Radius r der Kreisbahn in Abhängigkeit zum Verhältnis m_p/e her und beschreibe den funktionalen Zusammenhang in Worten.

Aufgabe 19: Hall-Sensor

a) Erläutere den Hall-Effekt mit Hilfe einer Skizze und leite eine Formel für die Hallspannung U_H in Abhängigkeit von der Flussdichte B des zu messenden Magnetfeldes sowie der Stromstärke I im Hall-Sensor her.
b) Ermittle die Richtung der Hall-Spannung bzw. der Lorentzkraft im Hall-Sensor, wenn die technische Stromrichtung I_x in x-Richtung und die magnetische Flussdichte B_y in y-Richtung weisen.
c) Berechne die mittlere Geschwindigkeit der Ladungen bei einer Stromstärke von 300 mA in einem Hall-Sensor, welcher aus einem 0,1 mm dicken, 3 mm breiten und 3 mm langen p-dotierten Germaniumplättchen besteht, wenn bei einer Flussdichte von B = 2 mT eine Hallspannung von 30 mV quer gemessen wurde. Zum Vergleich: Die Elektronen in einem Kupferdraht driften mit weniger als 0,1 mm/s dahin!
d) Bestimme die Zahl der freien Elektronen im Germaniumplättchen und vergleiche mit der Zahl der enthaltenen Atome. Germanium hat die Dichte $\rho = 5{,}3$ g/cm^3 und die molare Masse M = 72,6 g/Mol mit 1 Mol = $6\cdot10^{23}$ Teilchen.

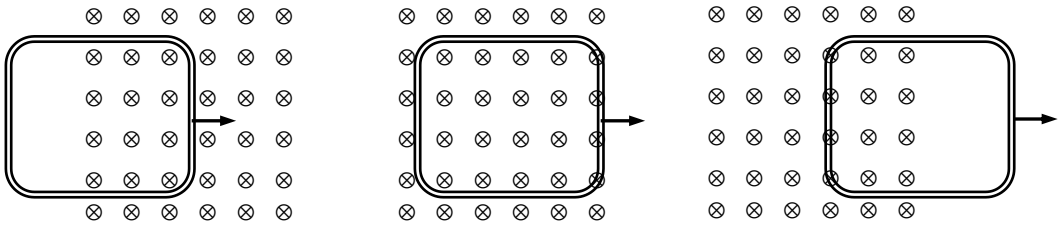
Aufgabe 20: Induktionsspannung in einem bewegten Leiter



a) Kennzeichne die magnetische Flussdichte $\vec{B}$, die Geschwindigkeit $\vec{v}$ und die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ sowie die resultierende Polung der Induktionsspannung am oberen Anschluss in der rechts abgebildeten Leiterschaukel, wenn der Leiter nach **vorne** schaukelt.
b) Berechne die Induktionsspannung für einen 2 cm langen Leiter, der mit 0,1 m/s durch ein 0,1 T starkes Magnetfeld bewegt wird.
c) Nenne vier Maßnahmen, mit denen man die Spannung am Anschluss oben erhöhen kann.

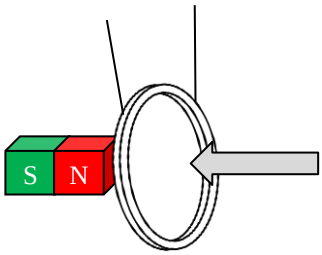
Aufgabe 21: Lenzsche Regel (6)

Eine Leiterschleife wird wie unten abgebildet senkrecht zu den Feldlinien in ein begrenztes Magnetfeld hinein und dann durch dieses hindurch bewegt. Kennzeichne jeweils die in Richtung des Leiters wirkende primäre Lorentzkraft $\vec{F}_{L1}$, die Richtung des Induktionsstromes $\vec{I}$ und die durch den Induktionsstrom hervorgerufene sekundäre Lorentzkraft $\vec{F}_{L2}$.



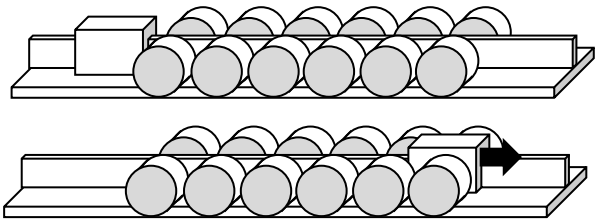
Aufgabe 22: Lenzsche Regel

Die Pendelschwingung eines an zwei Fäden aufgehängten Aluminiumringes wird durch einen Magneten gedämpft.



a) Erkläre dieses Phänomen durch Kennzeichnung eines magnetischen Feldvektors $\vec{B}$, des Induktionsstromes $\vec{I}$ und der durch den Induktionsstrom hervorgerufenen Lorentzkraft $\vec{F}_L$.
b) Wie ändert sich das Verhalten des Ringes, wenn man ihn an einer Stelle durchtrennt?

Aufgabe 23: Lenzsche Regel

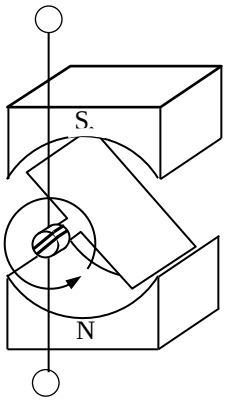


Die Abbildung rechts zeigt eine einfache Form eines Linearmotors, wie sie in Katapulten oder Stellmotoren (Servos) für z.B. Weichen, Außenspiegel oder Ruder eingesetzt werden. Der Schlitten bewegt sich auf einer Schiene zwischen zwei Reihen aus Elektromagneten. Seine Lage und seine Geschwindigkeit werden durch An- bzw. Ausschalten der einzelnen Magnete geregelt.
Das erste Spulenpaar links wird angeschaltet.

a) Was passiert, wenn der Schlitten aus Aluminium ist? Begründe.
b) Was passiert, wenn der Schlitten aus Eisen ist? Begründe.
c) An welcher Position bleibt der Eisenschlitten stehen, wenn man das 1., 2., 3. Spulenpaar angeschaltet lässt?
d) Ein Elektrokatapult auf einem Flugzeugträger besteht aus 1000 Spulen mit einem Durchmesser von je 1 dm. Nach dem Start eines Flugzeugs soll der Startschlitten mit einer Geschwindigkeit von 10 m/s vom Endpunkt aus wieder zurück auf den Startpunkt fahren. Berechne die **Anschaltzeit** $t_{an}(n)$ und die **Ausschaltzeit** $t_{aus}(n)$ für die 1., 2., 3. und n-te Spule.
e) Nun soll ein 20 t schweres Flugzeug auf die Startgeschwindigkeit von 252 km/h beschleunigen. Berechne die erforderliche Beschleunigungskraft, welche jede einzelne Spule auf den Startschlitten ausüben muss und bestimme die **Anschaltzeit** $t_{an}(n)$ für die n-te Spule.

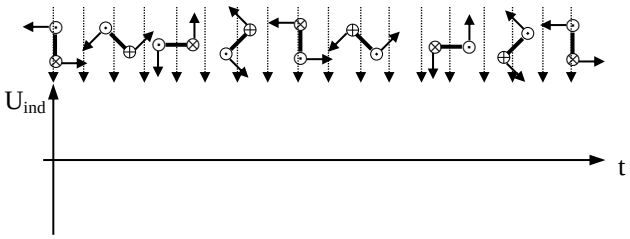
Aufgabe 24: Generator und Induktion

a) Kennzeichne die magnetischen Flussdichte, die Bewegungsrichtung der Leiterschleife und die resultierende Lorentzkraft auf die Ladungen in der Leiterschleife
b) Kennzeichne Plus- und Minuspol.
c) Skizziere den zeitlichen Verlauf der Stromstärke mit und ohne Kommutator.



Aufgabe 25: Wechselstrom

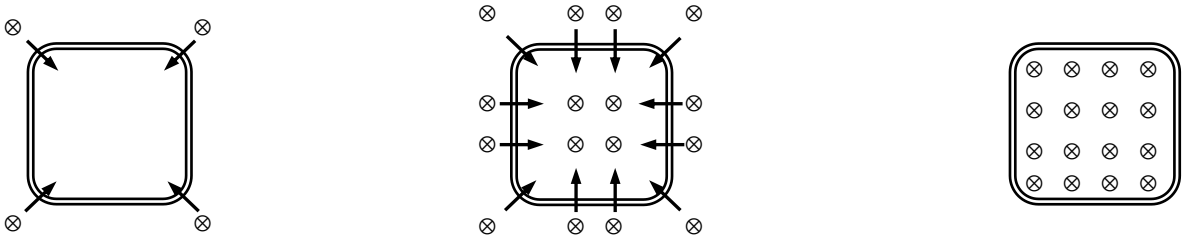
a) Skizziere den Verlauf der Induktionsspannung U_{ind} passend zur Stellung der Leitschleife in das Diagramm.
b) Berechne die Winkelgeschwindigkeit ω einer Leiter-schleife, die sich 50 mal in der Sekunde um sich selber dreht.
c) Wie groß ist die maximale Induktionsspannung U_{ind}, die eine Spule mit der Querschnittsfläche A = 20 cm^2 und 100 Windungen in einem Magnetfeld mit B = 0,1 T bei einer Drehfrequenz von 50 Hz erzeugt?



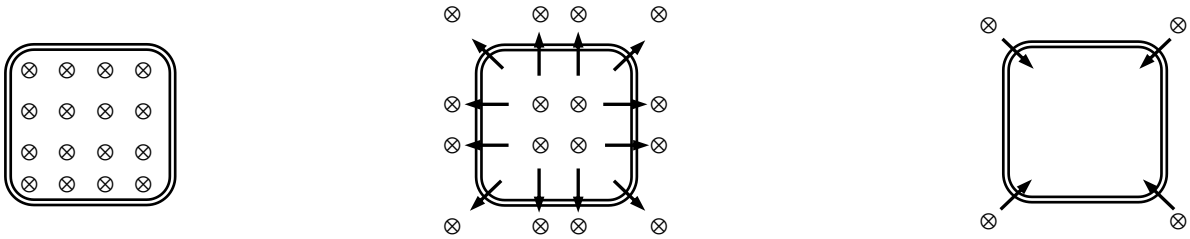
Aufgabe 26: Induktion bei veränderlichem Magnetfeld

Kennzeichne jeweils die Stromrichtung $\vec{I}$ und das durch den Induktionsstrom hervorgerufene Magnetfeld $\vec{B}$. Erkläre anhand dieser Darstellung das Prinzip des **Transformators** und des **Touchscreens**:

a) Beim **Anwachsen** eines magnetischen Feldes entstehen im Außenbereich des Feldes neue schwache und stark gekrümmte Feldlinien, welche dann immer stärker und geradliniger werden und sich dadurch **nach innen aufbiegen**. Von den Feldlinien aus gesehen wächst die Leiterschleife jedoch **nach außen**.



b) Beim **Schrumpfen** des Feldes biegen sich die Feldlinien **nach außen weg**. Von den Feldlinien aus gesehen aber schrumpft die Leiterschleife jedoch **nach innen:**



Aufgabe 27: Transformator

Für Experimente zum Transformator stehen drei Spulen mit n_1 = 300, n_2 = 600 und n_3 = 1200 mit passendem Eisenkern und eine Wechselstromquelle mit U = 6 V zur Verfügung.

a) Wozu benötigt man den Eisenkern?
b) Was passiert, wenn man den Eisenkern weglässt?
c) Welche Sekundärspannungen können erzeugt werden?

Aufgabe 28: Transformator

Ein Hochstromtransformator besteht aus einer Primärspule mit n_1 = 600 Wicklungen und einer Sekundärspule mit n_2 = 6 sehr dicken Kupferwicklungen, welche mit einem Nagel kurzgeschlossen werden. Wenn die Primärseite an die mit einer 10 A-Sicherung versehene Netzspannung von 220 V angeschlossen wird, soll durch den Nagel ein Strom von ca. 200 A fließen, so dass dieser schließlich durchschmilzt.

a) Prüfe durch Rechnung, ob die Sicherung der Primärseite den Betrieb aushält.
b) Was passiert, wenn man anstelle des Nagels die Hand zwischen die Buchsen der Sekundärseite hält?

Aufgabe 29: Transformator
Ein Hochspannungstransformator besteht aus einer Primärspule mit n_1 = 600 Wicklungen und einer Sekundärspule mit n_2 = 12 000 Wicklungen, an die zwei auf Isolierfüßen stehende „Hörnerelektroden“ angeschlossen sind, die an ihrer engsten Stelle einen Abstand von 1 mm aufweisen. Wird die Primärseite an die Netzspannung von 220 V angeschlossen, so springt zwischen den Elektroden ein Funke über, der die Luft zwischen den Elektroden ionisiert. Es entsteht ein Lichtbogen, der aufwärts wandert und dann abreißt.

a) Welche Spannung liegt zwischen den beiden Elektroden?
b) Welche Stromstärke liegt im Lichtbogen vor, wenn im Primärkreis 6 A fließen und der Wirkungsgrad des Transformators η = 92 % beträgt?

Aufgabe 30: Selbstinduktion
Eine Spule mit der Induktivität L = 630 H wird von einem Strom der Stärke I = 0,1 A durchflossen. Welche mittlere Selbstinduktionsspannung entsteht beim Ausschalten in der Zeitspanne Δt = 0,01 s?

Aufgabe 31: Selbstinduktion
Wie lange mindestens muss der Ausschaltvorgang dauern, damit die Selbstinduktionsspannung einer von 20 mA durchflossenen Spule mit L = 4,46 H nicht über 500 V ansteigt?

Aufgabe 32: Selbstinduktion
Berechne die Induktivität einer 45 cm langen und 6 cm breiten zylindrischen Spule mit 4000 Windungen.

Aufgabe 33: Ausschaltvorgang
Eine Spule mit einer Induktivität von 3 H und einem ohmschen Widerstand von 6 Ω liegt an einer Spannung von 24 V. Nun wird die Spule kurzgeschlossen und die Spannungsquelle entfernt.

a) Formuliere die Gleichung für die Stromstärke I(t) zur Zeit t nachdem Kurzschluss und skizziere ihren Verlauf.
b) Formuliere die Gleichung für die Induktionsspannung $U_L(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
c) Formuliere die Gleichung für die Spannung $U_R(t)$ infolge des ohmschen Widerstandes zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf
d) Bestimme die Stromstärke sowie die ohmsche und die Induktionsspannung nach 0,5 Sekunden.
e) Bestimme die Zeit, nach welcher der Strom auf 30% und auf 10% des Anfangswertes abgefallen ist.

Aufgabe 34: Ausschaltvorgang
Bestimme die fehlenden Größen für die Beschreibung des zeitlichen Verlaufs der Stromstärke bei einer Spule mit der Induktivität L und dem ohmschen Widerstand R, wenn die Gleichspannung U_0 ausgeschaltet wird. $T_{1/2}$ ist die Halbwertszeit und $I(t_0)$ ist die gemessene Stromstärke zur Zeit t_0:

U_0 in Volt	R in Ω	L in H	$T_{1/2}$ in s	$I(t_0)$ in A
50	10	10		I(0,1) =
8	4	2		I(0,2) =
100	50		2	I(3) =
60	30			I(2) = 1
20		20	3	I(1) =
10	5		3	I(2) = 0,7
$3\cdot10^{-3}$		10^{-3}	1	I(3) =
0,10	0,4	0,6		I(0,4) = 0,2
3	6			I(10) = $4\cdot10^{-3}$
	20	5		I(0,5) = $3\cdot10^{-4}$

Aufgabe 35: Anschaltvorgang
Eine Spule mit einer Induktivität von 2 H und einem ohmschen Widerstand von 5 Ω wird an eine Spannung von 10 Volt angeschlossen.

a) Formuliere die Gleichung für die Stromstärke I(t) zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
b) Formuliere die Gleichung für die Induktionsspannung $U_L(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
c) Formuliere die Gleichung für die durch den ohmschen Widerstand hervorgerufene Spannung $U_R(t)$ zur Zeit t und skizziere ihren Verlauf.
d) Bestimme die Induktionsspannung und die Stromstärke nach 2 Sekunden.
e) Bestimme die Zeit, die vergeht, bis die Stromstärke 30% bzw. 90% des Endwertes erreicht.

Aufgabe 36: An- und Ausschaltvorgang

a) Bestimme die Induktivität einer Spule mit einem ohmschem Widerstand von 3 Ω, die beim Anschalten einer Spannung nach einer halben Sekunde einen Wert von 30% der Endstromstärke erreicht hat.
b) Berechne die Halbwertszeit für den Ausschaltvorgang der Spule aus a).
c) Formuliere die Gleichungen für I(t), $U_L(t)$ sowie $U_R(t)$ für den Anschaltvorgang mit 9 V skizziere ihren Verlauf
d) Formuliere die Gleichungen für I(t), $U_L(t)$ sowie $U_R(t)$ für den Ausschaltvorgang der Spule aus c) und skizziere ihren Verlauf

Aufgabe 37: Maxwellsche Gleichungen

Leite aus den in 3.3.18 dargestellten allgemeinen Maxwellschen Gleichungen die folgenden speziellen Gesetze her. Beschreibe genau den Spezialfall, auf den sich diese Gesetze beziehen. Dabei kann vorausgesetzt werden, dass die Integranden auf dem Integrationsweg konstant bleiben, so dass sich das Integral vereinfacht zu dem Produkt aus konstantem Integrand mal Länge des Integrationsweges: $\int_a^b c \cdot dx = c \cdot (b - a)$:

a) **Coulomb-Gesetz** $\oint_A D \cdot dA = Q \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$

b) **Ampèresches Gesetz** $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \oint \dot{D} \cdot dA \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$

c) **Flussdichte im Inneren einer langen Spule** $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \oint \dot{D} \cdot dA \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{\ell}$

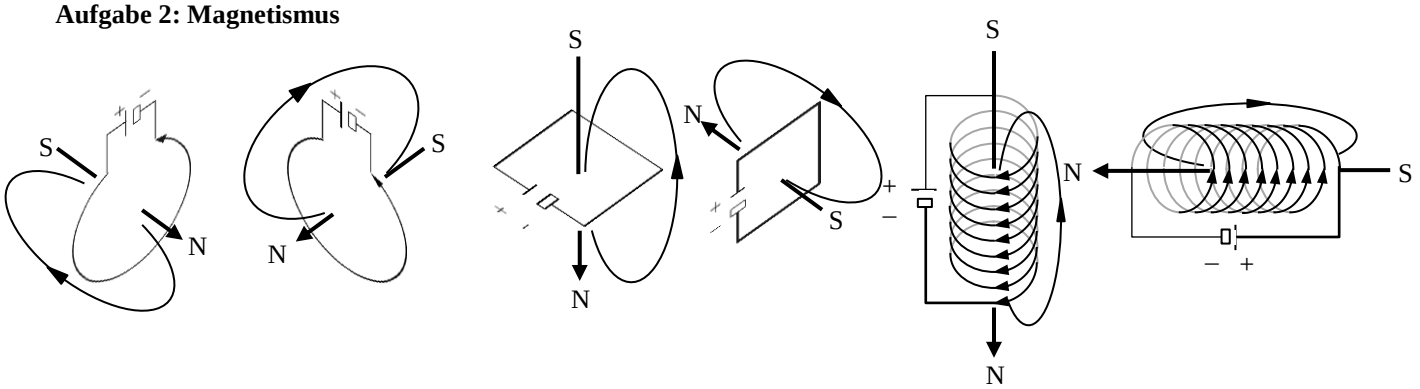
d) **Faradaysches Induktionsgesetz**: $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\oint \dot{B} \cdot dA \Rightarrow U_{ind} = -n \cdot A \cdot \dot{B}$

3.3. Lösungen zu den Aufgaben zur Elektrodynamik

Aufgabe 1: Magnetisches Feld

a) Links in Richtung L und rechts in Richtung R
b) Das rechte Paar zieht sich an und das linke Paar stößt sich ab.

Aufgabe 2: Magnetismus



Aufgabe 3: Ferromagnetismus

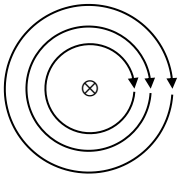
Magnetfelder entstehen durch elektrische Ströme insbesondere Kreisströme. Die ungepaarten Elektronen in ferromagnetischen Materialien stellen kleine Kreisströme dar, die in den Weissschen Bezirken parallel ausgerichtet sind. Durch ein äußeres Magnetfeld lassen sich die Weissschen Bezirke dauerhaft orientieren (Magnetisierung)

Aufgabe 4: Magnetisches Feld

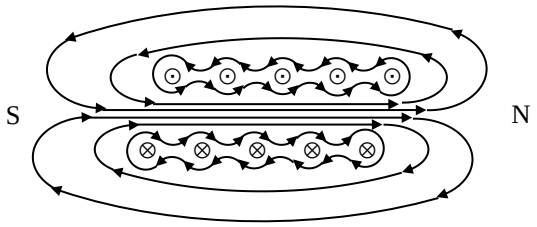
a) Ausrichtung mit Nordpol in Pfeilrichtung der Feldlinien
b) In der unteren Hälfte weisen die Feldlinien von Süden nach Norden, obwohl der Nordpol eines Elementarmagneten immer Richtung Süden weist.
   Links schneiden sich zwei Feldlinien, was ebenso wie bei den elektrischen Feldlinien unmöglich ist, da am Schnittpunkt keine eindeutige Richtung der Kompassnadel mehr zu erkennen wäre.
   Die Feldlinien schneiden die Längsseiten des Magneten, obwohl sie im Magneten und auch in seiner unmittelbaren Nähe aufgrund der parallelen Ausrichtung der Kreisströme ebenfalls parallel zur Längsachse verlaufen müssten.

Aufgabe 5: Magnetisches Feld

a)



b)



Aufgabe 6: Magnetische Flussdichte

a) $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 4 \cdot 10^{-6}\ T$
b) B halbiert sich auf $2 \cdot 10^{-6}$ T
c) B verdoppelt sich auf $8 \cdot 10^{-6}$ T

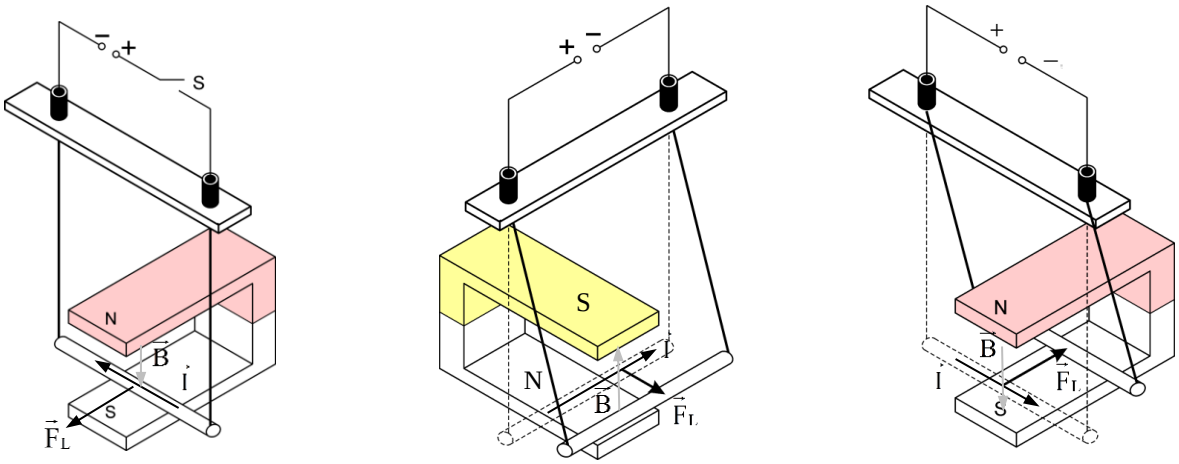
Aufgabe 7: Magnetische Flussdichte

a) $B = \frac{\mu_r \cdot n \cdot I}{s} \approx 5{,}05\ mT$
b) B verdoppelt sich auf ca. 10,1 mT
c) B erhöht sich auf ca. 20,2 T.

Aufgabe 8: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

a) $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 8 \cdot 10^{-6}\ T$
b) $F = s \cdot I \cdot B = 1{,}6 \cdot 10^{-6}\ N$
c) Stromstärke $I = \frac{P}{U} = 6000\ A \Rightarrow$ Flussdichte $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ T \Rightarrow$ Kraft $F = s \cdot I \cdot B = 90\ N$.
d) $F = s \cdot I \cdot B = \frac{\mu_0 \cdot s \cdot I^2}{2\pi r}$.

Aufgabe 9: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter



Aufgabe 10: Rail gun

a) siehe rechts

b) Wenn alle Größen in SI-Einheiten angegeben werden, gilt

$$F_L = I \cdot s \cdot B \text{ mit } B = \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot I}{\pi \cdot s} = \frac{8 \cdot 10^{-7} \cdot I}{s},$$

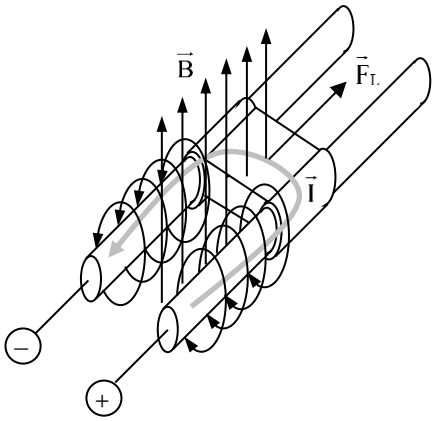
wobei s = 2 r der Abstand der Schienen ist und B genau in der Mitte zwischen den Schienen angenommen wird.
Durch Einsetzen erhält man $F_L = 8 \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot N \cdot A^{-2}$.

c) Mit der Beschleunigungsstrecke $x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{v^2}{2a}$ erhält man

$$a = \frac{v^2}{2x} = 500\,000 \frac{m}{s^2}$$

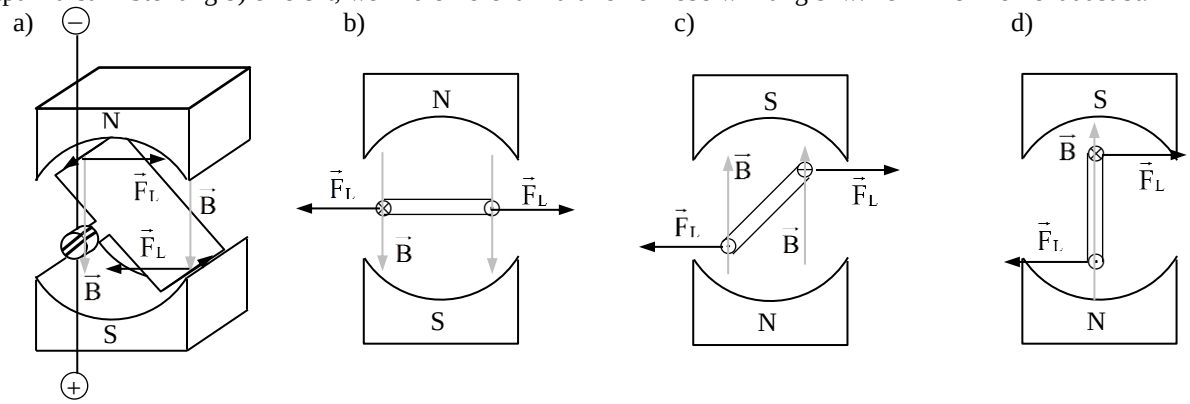
und die erforderliche Kraft $F = m \cdot a = 1{,}6 \cdot 10^6$ N.

d) Aus der Formel in b) ergibt sich $I = \sqrt{\frac{F}{8 \cdot 10^{-7}}} = \sqrt{2}$ Megaampere.



Aufgabe 11: Elektromotor

Der Totpunkt ist in Stellung b) erreicht, wenn die Lorentzkraft keine Hebelwirkung bzw. kein Drehmoment ausübt.

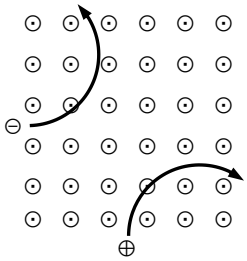


Aufgabe 12: Elektromotor

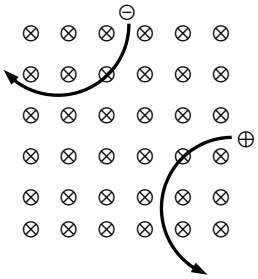
a) im Uhrzeigersinn
b) gegen den Uhrzeigersinn
c) gegen den Uhrzeigersinn
d) gegen den Uhrzeigersinn

Aufgabe 13: Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

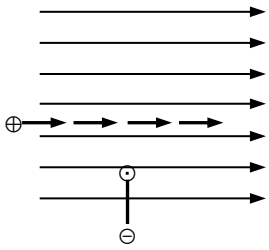
a) $\vec{B}$ - Feld



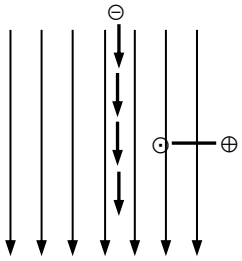
b) $\vec{B}$ - Feld



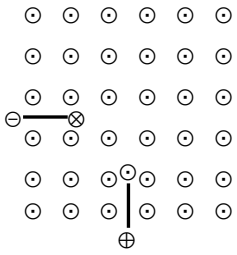
c) $\vec{B}$ - Feld



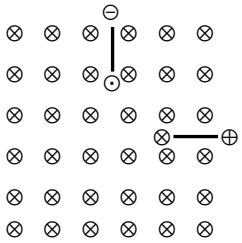
d) $\vec{B}$ - Feld



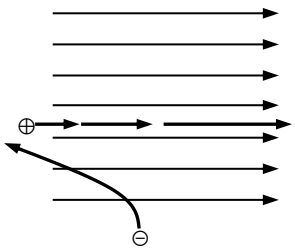
e) $\vec{E}$ - Feld



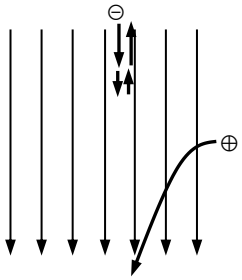
f) $\vec{E}$ - Feld



g) $\vec{E}$ - Feld



h) $\vec{E}$ - Feld



Aufgabe 14: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

a) Der wirksame Anteil des magnetischen Feldes ist die Komponente $B \cdot \sin(\alpha)$, die senkrecht zum Strom steht. Die Lorentzkraft wirkt nach vorne aus der Papierebene heraus und hat den Betrag $F = s \cdot I \cdot B \cdot \sin(\alpha)$.

b) $F = s \cdot I \cdot B \cdot \sin(\alpha) = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-4}$ N

c) $I = \dfrac{F}{s \cdot B \cdot \sin(\alpha)} = 2\sqrt{3}$ A.

d) $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{F}{s \cdot I \cdot B}\right) = \arcsin\left(\dfrac{5}{18}\right) \approx 16{,}12°$.

Aufgabe 15: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

a) $F_L = 0$ b) $F_L = 8 \cdot 10^{-17}$ N c) $F_L = 1{,}6 \cdot 10^{-16}$ N d) $F_L = 0$ e) $F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$

Aufgabe 16: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

$\alpha = \arcsin\left(\dfrac{F_L}{Q \cdot v \cdot B}\right) \approx 60{,}2°$ oder $119{,}8°$

Aufgabe 17: Teilchen in elektrischen Feldern

$E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U \cdot Q = \dfrac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \Rightarrow$ a) $v_e \approx 13{,}25 \cdot 10^6 \ \dfrac{m}{s}$ b) $v_p \approx 3{,}1 \cdot 10^5 \ \dfrac{m}{s}$ c) $v_\alpha \approx 2{,}19 \cdot 10^5 \ \dfrac{m}{s}$ g

Aufgabe 18: Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

a) $E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U{\cdot}e = \frac{1}{2} m_e v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_e}} \approx 8{,}39{\cdot}10^6 \ \frac{m}{s}$

$F_L = F_Z \Leftrightarrow e{\cdot}v{\cdot}B = \frac{m_e v^2}{r} \Leftrightarrow B = \frac{m_e \cdot v}{e \cdot r} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m_e}{e \cdot r^2}} \approx 0{,}95 \text{ mT}$

b) $E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U{\cdot}e = \frac{1}{2} m_p v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m_p}} \approx 1{,}96{\cdot}10^6 \ \frac{m}{s}$

$F_L = F_Z \Leftrightarrow e{\cdot}v{\cdot}B = \frac{m_p v^2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{m_p \cdot v}{e \cdot B} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m_p}{e}} \cdot \frac{1}{B} \approx 32{,}3 \text{ cm}$

c) $F_L = F_Z \Leftrightarrow 2e{\cdot}v{\cdot}B = \frac{4m_p v^2}{r} \Leftrightarrow v = \frac{2e \cdot B \cdot r}{4m_p} \approx 1{,}44{\cdot}10^6 \ \frac{m}{s}$

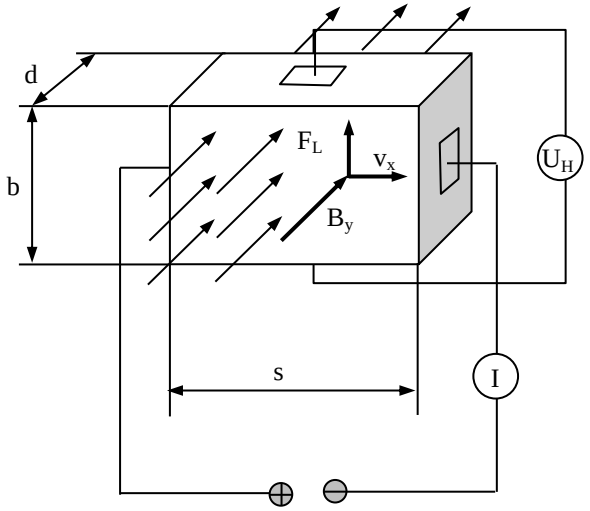
$E_{pot} = E_{kin} \Leftrightarrow U{\cdot}e = \frac{1}{2} 4m_p v^2 \Leftrightarrow U = \frac{4m_p \cdot v^2}{2 \cdot 2e} = \frac{e \cdot B^2 \cdot r^2}{4 \cdot m_p} \approx 21{,}65 \text{ kV}$

d) Das Proton bewegt sich auf dem Radius $r_P = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m_p}{e}} \cdot \frac{1}{B}$. Das α-Teilchen bewegt sich auf dem Radius $r_\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot 4m_p}{2e}} \cdot \frac{1}{B}$. Das Verhältnis der Radien ist also $\frac{r_\alpha}{r_p} = \sqrt{2}$.

e) $F_E = F_L \Leftrightarrow E{\cdot}Q = Q{\cdot}v{\cdot}B \Leftrightarrow v = \frac{E}{B}$. Ist das Teilchen zu schnell mit $v > \frac{E}{B}$ so ist $Q{\cdot}v{\cdot}B > E{\cdot}Q \Leftrightarrow F_L > F_E$ und es fliegt in Richtung der Lorentzkraft davon, d.h. in diesem Fall in negative y-Richtung. Ist es zu langsam mit $v < \frac{E}{B}$ so ist $Q{\cdot}v{\cdot}B < E{\cdot}Q \Leftrightarrow F_L < F_E$ und es fliegt in Richtung der elektrischen Kraft davon, d.h. in diesem Fall in positive y-Richtung.

f) Für das Proton ergibt sich $F_L = F_Z \Leftrightarrow e{\cdot}v{\cdot}B_A = \frac{m_p v^2}{r} \Rightarrow r_p = \frac{v}{B_A} \cdot \frac{m_p}{e} = \frac{E}{B \cdot B_A} \cdot \frac{m_p}{e}$ und für das α-Teilchen $r_\alpha = \frac{E}{B \cdot B_A} \cdot \frac{4m_p}{2e} = 2r_p$. Mit Geschwindigkeitsfilter ist der Radius proportional zu $\frac{m_p}{e}$. Das Radienverhältnis ist also $\frac{r_\alpha}{r_p} = 2$.

Aufgabe 19: Hall-Sensor



a) Der Hall-Sensor besteht aus einem Leiterplättchen der Dicke d und der Breite b. In Längsrichtung wird eine kleine Spannung angelegt, so dass sich Ladungsträger mit der Geschwindidigkeit v in Längsrichtung durch das Plättchen driften. Die zu bestimmende magnetische Flussdichte B führt zu einer Ablenkung der Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld und zur Driftrichtung, so dass die resultierende Ladungsverschiebung ein elektrisches Feld E bzw. eine **elektrische Kraft** $F_E = E{\cdot}Q = \frac{U_H \cdot Q}{b}$ mit der durch ein Voltmeter messbaren **Hallspannung** U_H erzeugt. Sie steht mit der **Lorentzkraft** $F_L = Q{\cdot}v{\cdot}B$ im Gleichgewicht, so dass man nach Kürzen der Ladung $U_H = b{\cdot}v{\cdot}B$ proportional zu B erhält.

b) Wie rechts zu sehen wirkt die Lorenzkraft in positive z-Richtung nach oben, so dass oben der positive Pol und unten der negative Pol der Spannung ist.

c) $U_H = b{\cdot}v{\cdot}B \Leftrightarrow v = \frac{U_H}{b \cdot B} \approx 5 \ \frac{km}{s}$. Der Ladungstransport erfolgt hier nach dem Dominoprinzip, bei dem ein Elektron in ein freies Orbital des rechten Atoms wechselt und ein anderes Elektron von links nachrückt.

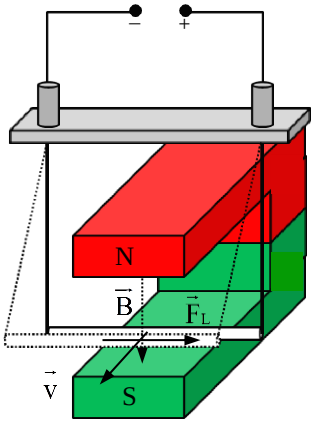
d) $I{\cdot}s = v{\cdot}n{\cdot}e \Leftrightarrow n = \frac{I \cdot s}{v \cdot e} \approx 1{,}12{\cdot}10^9$ Elektronen befinden sich in dem Germaniumstreifen mit dem Volumen $V = s{\cdot}b{\cdot}d = 0{,}9$ mm^3 und der Masse $m = \rho{\cdot}V = 4{,}77{\cdot}mg$, welche $N = \frac{m}{M} \approx 6{,}57{\cdot}10^{-5}$ Mol $\approx 3{,}94{\cdot}10^{19}$ Atome enthalten. Auf ein Elektron bzw. ein Loch durch ein eingeschleustes Gallium-Atom kommen also $3{,}5{\cdot}10^{10}$ = 35 Milliarden Germanium-Atome!

Aufgabe 20: Induktionsspannung in einem bewegten Leiter

a) siehe rechts: Polung von außen betrachtet: Die Schleife ist eine Stromquelle!

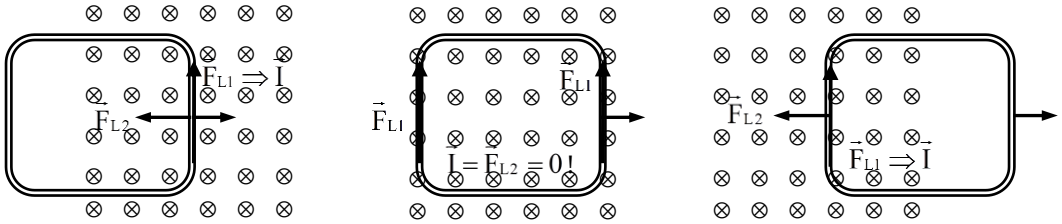
b) $U_{ind} = 0{,}2$ mV

c) Erhöhung der Geschwindigkeit v
Verstärkung des Magnetfeldes B
Verlängerung der Leiterschleife in einem breiteren Magneten (!)
Verwendung mehrerer paralleler Leiterschleifen



Aufgabe 21: Lenzsche Regel

Die Lorentzkraft des induzierten Stromes wirkt der Bewegung entgegen (**Lenzsche Regel**)



Beim **Eintritt** in das Magnetfeld bewirkt die Lorentzkraft $\vec{F}_{L1}$ in der **rechten Hälfte** der Leiterschleife einen **Kreisstrom** $\vec{I}$ **gegen den Uhrzeigersinn**, der selbst wieder als Ursache für eine Lorenzkraft $\vec{F}_{L2}$ ist, die entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung und damit bremsend wirkt.

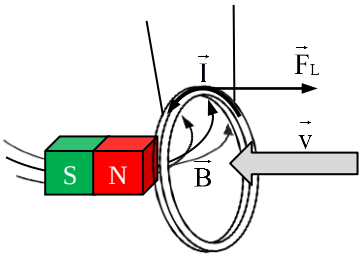
Beim **Durchtritt** durch das Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft $\vec{F}_{L1}$ in **beiden Hälften** der Leiterschleife und bewirkt einen **Stau** der Ladungsträger in der obere Hälfte aber keinen Strom und damit auch keine zweite Lorentzkraft. Im Inneren des Magnetfeldes besteht keine Bremswirkung!

Beim **Austritt** aus dem Magnetfeld bewirkt die Lorentzkraft $\vec{F}_{L1}$ in der **linken** Hälfte der Leiterschleife einen **Kreisstrom** $\vec{I}$ **im Uhrzeigersinn**, der selbst wieder als Ursache für eine Lorenzkraft $\vec{F}_{L2}$ ist, die entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung und damit bremsend wirkt.

Aufgabe 22: Lenzsche Regel

a) Siehe rechts

b) Bei einem durchtrennten Ring kann ein Kreisstrom nicht mehr fließen und die Dämpfung entfällt.



Aufgabe 23: Lenzsche Regel

a) Im Aluminiumschlitten wird nach der Lenzschen Regel ein Kreisstrom induziert, dessen Magnetfeld dem äußeren Magnetfeld entgegengesetzt ist und den Schlitten nach links aus diesem heraus drückt.

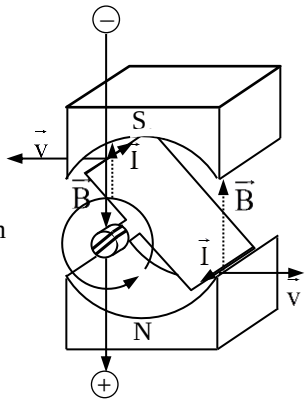
b) Im Eisenschlitten richten sich die bereits vorhandenen Kreisströme in den Weissschen Bezirken gleichsinnig zum äußeren Magnetfeld aus und der Schlitten nach rechts in dieses hinein zieht. Der zusätzlich nach der Lenzschen Regel induzierte gegenläufige Kreisstrom ist viel schwächer und bremst die Bewegung nur unmerklich.

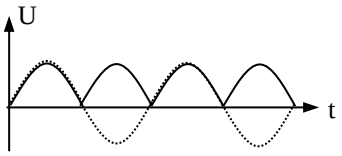
c) Die Spulen müssen immer dann angeschaltet werden, wenn der Schlitten von links kommt und müssen ausgeschaltet werden, sobald sich der Wagen zwischen den Spulen befindet. Bei 10 m/s benötigt der Schlitten jeweils 0,01 s, um eine 1 dm breite Spule zu passieren. Die 1. Spule wird also bei $t_{an}(1) = 0$ s angeschaltet und bei $t_{aus}(1) = 0{,}01$ s ausgeschaltet. Die 2. Spule wird bei $t_{an}(2) = 0{,}01$ s angeschaltet und bei $t_{aus}(2) = 0{,}02$ s ausgeschaltet. Die 3. Spule wird bei $t_{an}(3) = 0{,}02$ s angeschaltet und bei $t_{aus}(3) = 0{,}03$ s ausgeschaltet. Die n-te Spule wird dementsprechend bei $t_{ab}(n) = \frac{n-1}{100}$ s angeschaltet und bei $t_{aus}(1) = \frac{n}{100}$ s ausgeschaltet. Wenn die Spulenpaare immer etwas zu spät ausgeschaltet werden, wird der Schlitten beim Verlassen des Magnetfeldes jeweils etwas abgebremst. Das letzte Spulenpaar bleibt angeschaltet, damit der Schlitten stehen bleibt.

d) Aus $v = a \cdot t$ und $s = \frac{1}{2}at^2$ erhält man $s = \frac{v^2}{2a}$ bzw. die Beschleunigung $a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{70^2}{2 \cdot 100} = 24{,}5\ \frac{m}{s^2}$ und die Beschleunigungskraft $F_L = m \cdot a = 490$ kN, was einem Gewicht von 49 Tonnen entspricht. Jede einzelne Spule muss also eine Lorentzkraft von 49 Tonnen auf den Schlitten ausüben. Die n-te Spule befindet sich an der Stelle $s = \frac{n}{10}$ Metern und der Schlitten erreicht diesen Ort, wenn $\frac{n}{10} = s = \frac{1}{2}at^2$ gilt, also zur Anschaltzeit $t_{an} = \sqrt{\frac{n}{5a}}$

Aufgabe 24: Generator und Induktion

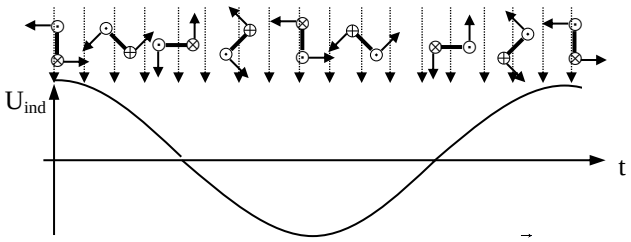
a) siehe ganz rechts
b) siehe ganz rechts,
vom Verbraucher aus betrachtet!
c) siehe rechts:
mit Kommutator unregelmäßiger Gleichstrom
ohne Kommutator Wechselstrom





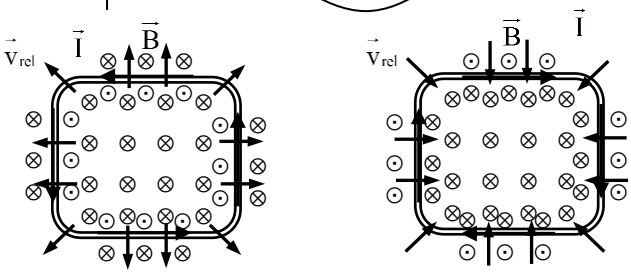
Aufgabe 25: Wechselstrom

a) Siehe rechts
b) $\omega = 2\pi f = 100\pi\ s^{-1}$.
c) $U_{indMax} = n \cdot \omega\ A \cdot B \approx 6{,}28$ V



Aufgabe 26: Induktion bei veränderlichem Magnetfeld

a) Das induzierte Magnetfeld wirkt dem Anschwellen des ursprünglichen Magnetfeldes nach der **Lenzschen Regel** entgegen und schwächt es im Inneren der Leiterschleife. (linkes Bild)
b) Das induzierte Magnetfeld wirkt dem Abschwellen des ursprünglichen Magnetfeldes nach der **Lenzschen Regel** entgegen und stärkt es im Inneren der Leiterschleife. (rechtes Bild)



Der **Transformator** erzeugt der Wechselstrom in der Primärspule ein magnetisches Wechselfeld, welches in der Sekundärspule wie rechts gezeigt eine Induktionsspannung bzw. einen Strom induziert.
Der **Touchscreen** ist von Tausenden kleiner Drahtschleifen durchsetzt, in denen das Magnetfeld der sich nähernden Hand eine Induktionsspannung und damit ein Signal induziert.

Aufgabe 27: Transformator

a) Man benötigt den Eisenkern zur Bündelung und Übertragung des magnetischen Flusses von einer Spule auf die andere.
b) Ohne Eisenkern durchdringen die Feldlinien nur einen Teil der Wicklungen. Die Stromstärke und die Spannung in der Sekundärspule sind dann viel kleiner.
c) Mögliche Kombinationen : siehe rechts:

Primär		Sekundär	
U_1	n_1	n_2	U_2
6 V	300	600	12 V
6 V	300	1200	24 V
6 V	600	300	3 V
6 V	600	1200	12 V
6 V	1200	300	1,5 V
6 V	1200	600	3 V

Aufgabe 28: Transformator

a) Bei verlustfreiem Betrieb gilt $I_1' \approx I_2 \cdot \frac{n_2}{n_1} = 2$ A. Die Sicherung sollte standhalten.

b) Im unbelasteten Zustand ist die Sekundärspannung $U_2 = U_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} = 2{,}2$ V. Der Widerstand der Hand bzw. der Haut ist so groß, dass kein schädlicher Strom fließen kann. Der Strom fließt außerdem nur durch die Hand und nicht über das Herz.

Aufgabe 29: Transformator

a) Sekundärspannung $U_2 = U_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} = 4{,}4$ kV

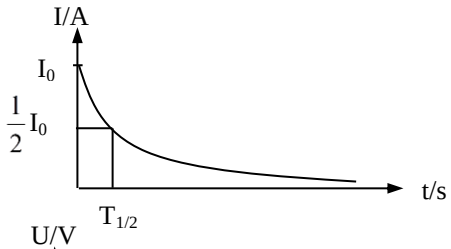
b) Sekundärstrom $I_2' \approx \eta \cdot I_1' \cdot \frac{n_1}{n_2} = 0{,}276$ A

Aufgabe 30: Selbstinduktion: $|U_{ind}| = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 6300$ V

Aufgabe 31: Selbstinduktion: $\Delta t \geq \frac{L \cdot \Delta I}{|U_{ind}|} = 1{,}78 \cdot 10^{-4}$ s

Aufgabe 32: Selbstinduktion: $L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{s} = 0{,}126$ H.

Aufgabe 33: Ausschaltvorgang



a) Stromstärke $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} = 4\ A \cdot e^{-2t}$ mit $T_{1/2} = \frac{1}{2}\cdot\ln(2) \approx 0{,}35$ s

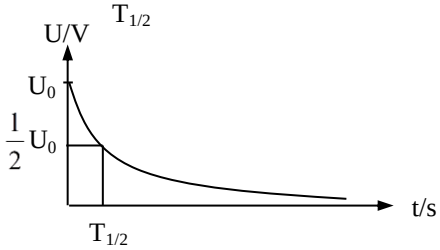
b) Induktionsspannung $U_L(t) = L\cdot I'(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} = 24\ V \cdot e^{-2t}$.

c) Ohmsche Spannung $U_R(t) = R\cdot I(t) = 24\ V \cdot e^{-2t} = U_L(t)$.

d) $I(0{,}5\ s) \approx 1{,}47$ A; $U_R(0{,}5\ s) \approx 8{,}83\ V = U_L(0{,}5\ s)$.

e) Aus $I(t_{0,3}) = 0{,}3\cdot I_0$ ergibt sich $e^{-2t} = 0{,}3 \Leftrightarrow t_{0,3} = -\frac{1}{2}\cdot\ln(0{,}3) \approx 0{,}60$ s

Aus $Q(t_{0,1}) = 0{,}1\cdot Q_0$ ergibt sich $e^{-2t} = 0{,}1 \Leftrightarrow t_{0,1} = -\frac{1}{2}\cdot\ln(0{,}1) \approx 1{,}5$ s



Aufgabe 34: Ausschaltvorgang

Aus $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}}$

$\Leftrightarrow T_{1/2} = \ln(2)\cdot\frac{L}{R}$

$\Leftrightarrow L = -\frac{R\cdot t}{\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)}$

$\Leftrightarrow R = -\frac{L}{t}\cdot\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)$ folgt:

U_0 in Volt	R in Ω	L in H	$T_{1/2}$ in s	$I(t_0)$ in A
50	10	10	**0,69**	I(0,1) = **4,5**
8	4	2	**0,35**	I(0,2) = **1,34**
100	50	**144,3**	2	I(3) = **0,71**
60	30	**86,5**	**2**	I(2) = 1
20	**4,62**	20	3	I(1) = **3,43**
10	5	**9,52**	3	I(2) = 0,7
$3\cdot10^{-3}$	$\mathbf{2{,}08\cdot10^{-3}}$	10^{-3}	1	I(3) = **0,36**
0,10	0,4	0,6	**1,04**	I(0,4) = 0,2
3	6	**12,4**	**1,44**	$I(10) = 4\cdot10^{-3}$
0,44	20	5	**0,17**	$I(0{,}5) = 3\cdot10^{-4}$

Aufgabe 35: Anschaltvorgang

a) Stromstärke $I(t) = I_0\cdot\left(1 - e^{-\frac{R\cdot t}{L}}\right) = 2\ A\cdot(1 - e^{-0{,}4t})$ mit $T_{1/2} = 2{,}5\cdot\ln(2) \approx 1{,}73$ s

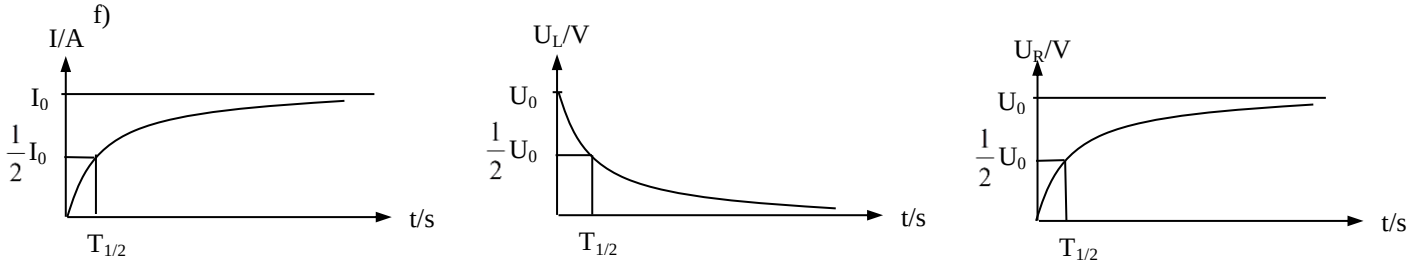
b) Induktionsspannung $U_L(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} = 10\ V\cdot e^{-0{,}4t}$.

c) Spannung am Widerstand $U_R(t) = U_0 - U_L(t) = U_0\cdot\left(1 - e^{-\frac{R\cdot t}{L}}\right) = 10\ V\cdot(1 - e^{-0{,}4t})$.

d) $U_L(2\ s) \approx 4{,}49$ V und $I(2\ s) \approx 1{,}10$ A

e) Aus $I(t_{0,5}) = 0{,}3\cdot I_0$ ergibt sich $e^{-0{,}4t} = 0{,}7 \Leftrightarrow t_{0,5} = -2{,}5\cdot\ln(0{,}7) \approx 0{,}89$ s
Aus $I(t_{0,9}) = 0{,}9\cdot I_0$ ergibt sich $e^{-0{,}4t} = 0{,}1 \Leftrightarrow t_{0,9} = -2{,}5\cdot\ln(0{,}1) \approx 5{,}76$ s

f)



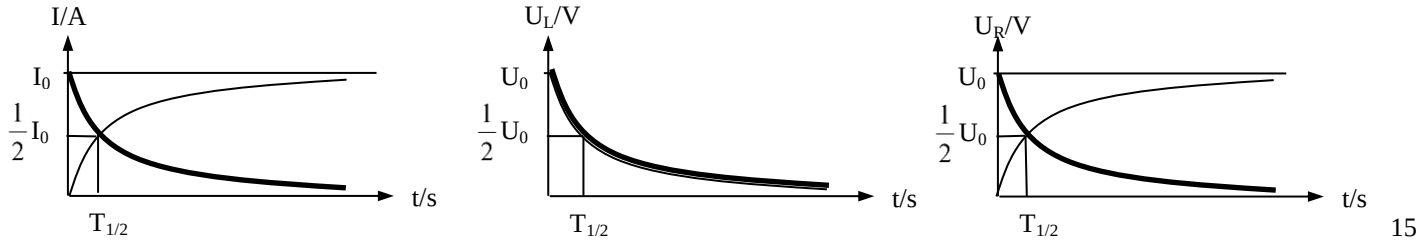
Aufgabe 36: An- und Ausschaltvorgang

a) Stromstärke $I(t) = I_0\cdot\left(1 - e^{-\frac{R\cdot t}{L}}\right)$ mit $I(0{,}5) = 0{,}3\cdot I_0 \Leftrightarrow 0{,}7\cdot I_0 = I_0\cdot e^{-\frac{1{,}5}{L}} \Leftrightarrow L = -\frac{1{,}5}{\ln(0{,}7)} \approx 4{,}2$ H.

b) Halbwertszeit $T_{1/2} = \ln(2)\cdot\frac{L}{R} = \frac{\ln(2)\cdot 4{,}2}{3} \approx 0{,}97$ s

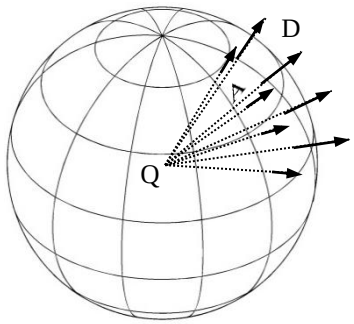
c) Anschalten mit $U_0 = 9$ V führt zu Stromstärke $I(t) = 3\ A\cdot(1 - e^{-0{,}714t})$, Induktionsspannung $U_L(t) = 9\ V\cdot e^{-0{,}714t}$ und ohmscher Spannung $U_R(t) = U_0 - U_L(t) = 9\ V\cdot(1 - e^{-0{,}714t})$. (**dicke Linien**)

d) Ausschalten ergibt Stromstärke $I(t) = I_0\cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} = 3\ A\cdot e^{-0{,}714t}$, Induktionsspannung $U_L(t) = U_0\cdot e^{-\frac{R\cdot t}{L}} = 9\ V\cdot e^{-0{,}714t}$ und ohmsche Spannung $U_R(t) = U_0 - U_L(t) = 9\ V\cdot(1 - e^{-0{,}714t})$. (dünne Linien)

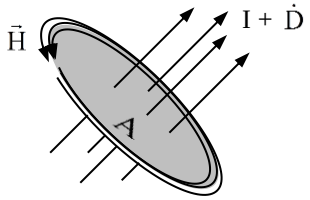


Aufgabe 37: Maxwellsche Gleichungen

a) Der **Gaußsche Durchflutungssatz** besagt, dass die gesamte von einer Hüllfläche umschlossene Ladung Q gleich ist dem elektrischen Fluss $\Phi_D = \oint_A D \cdot dA = \oint_A \varepsilon_0 E \cdot dA$. Wenn die Flussdichte D bzw. die Feldstärke E auf der ganzen Hüllfläche $A = 4\pi r^2$ konstant sind, kann man einfach multiplizieren und erhält $Q = \oint_A \varepsilon_0 E \cdot dA = \varepsilon_0 E \cdot 4\pi r^2$ bzw. das **Coulomb-Gesetz** für die Feldstärke E im Abstand r von einer Punktladung Q.

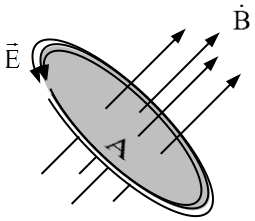


b) Das **Ampèreschen Gesetz** besagt, dass die Summe bzw. das Integral der magnetischen Feldstärke $H = \frac{B}{\mu_0}$ entlang einer geschlossenen Linie C gleich ist der Summe aus dem Strom $I = \dot{Q}$ und der Änderungsrate des elektrischen Flusses $\dot{\Phi}_D$ durch die von C umschlossene Fläche A: $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \oint_A \dot{D} \cdot dA$. In beiden Anwendungsfällen liegt kein veränderliches elektrisches Feld vor und es ist $\dot{D} = 0$.



Auf dem Umfang $C = 2\pi r$ eines geraden Leiters ist $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B}$ konstant und immer parallel zum Weg $\dot{s}$, so dass sich das Integral zum Produkt vereinfacht und man die Gleichung $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \frac{B}{\mu_0} \cdot 2\pi r = I$ bzw. $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$ für die magnetische Flussdichte B im Abstand r eines vom Strom I durchflossenen Leiters erhält.

c) Außerhalb einer langen Spule wird das magnetische Feld vernachlässigt und innerhalb der Spule auf ihrer Länge ℓ für konstant angenommen, so dass sich das Integral vereinfacht zu $\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \frac{B}{\mu_0} \cdot \ell = n \cdot I$, wobei sich die Flussdichten der n Windungen addieren. Damit ergibt sich die Gleichung $B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{\ell}$ für die magnetische Flussdichte B im Inneren einer Spule mit n Windungen der Länge ℓ.



d) Wenn man annimmt, dass die Feldstärke E auf dem Weg C mit der Länge d und die Änderung der magnetischen Flussdichte $\dot{B}$ auf der Fläche A konstant bleiben, vereinfachen sich die Integrale zu Produkten $U_{ind} = E \cdot d = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\oint \dot{B} \cdot dA = -\dot{B} \cdot A$. Bei n in Reihe geschalteten Windungen addieren sich die Spannungen in jeder Windung zu $U_{ind} = -n\ \dot{B} \cdot A$.