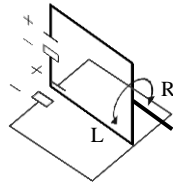
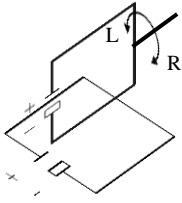


### 3.3. Aufgaben zur Magnetostatik

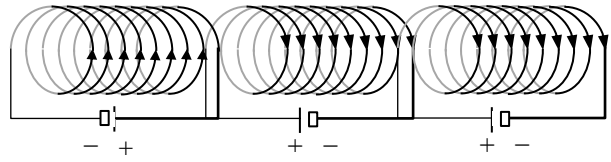
#### Aufgabe 1: Magnetisches Feld

- Wird sich die obere Leiterschleife in Richtung L drehen oder in Richtung R?
- Welches Spulenpaar stößt sich ab und welches zieht sich an?

zu a):

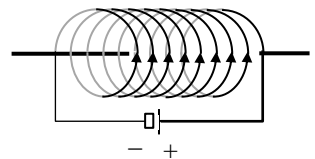
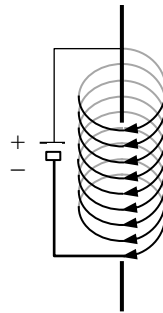
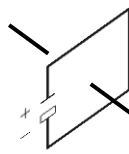
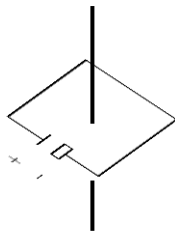
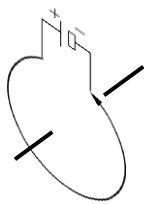
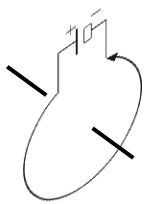


zu b):



#### Aufgabe 2: Magnetismus

Kennzeichne den Nordpol und den Südpol bei den folgenden Leiterschleifen und Spulen durch einen Pfeil entlang der gegebenen Achse sowie die beiden Buchstaben S und N.

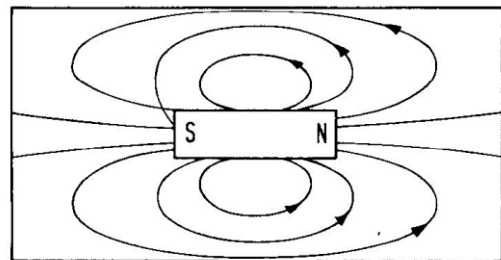
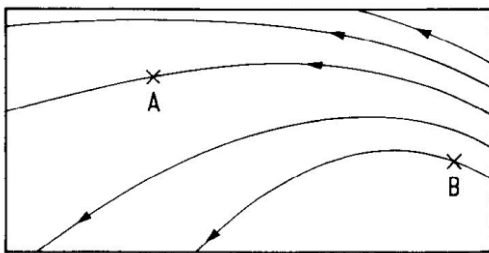


#### Aufgabe 3: Ferromagnetismus

Erkläre das Phänomen des Ferromagnetismus unter Verwendung der Begriffe „ungepaarte Elektronen“, „Kreisströme“ und „Weißsche Bezirke“.

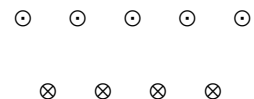
#### Aufgabe 4: Magnetisches Feld

- Zeichne jeweils eine kleine Magnetonadel mit Nord- und Südpol an den Orten A und B des links skizzierten Magnetfeldes ein.
- Nenne und erkläre die beiden Fehler bei der rechts skizzierten Darstellung des magnetischen Feldes eines Stabmagneten.



#### Aufgabe 5: Magnetisches Feld

- Skizziere die magnetischen Feldlinien um einen senkrecht auf der Papierebene stehenden Leiter, in dem die technische Stromrichtung in die Papierebene hinein weist. (siehe rechts) Gib die Richtung der Feldlinien durch Pfeile an.
- Skizziere die magnetischen Feldlinien in einer Spule, die von der Papierebene längs geschnitten wird. Die Kreuze bzw. Punkte geben an, an welchen Stellen die technische Stromrichtung in die Papierebene hinein bzw. aus der Papierebene hinaus weist. (siehe rechts)



#### Aufgabe 6: Magnetische Flussdichte

- Wie groß ist die magnetische Flussdichte in 5 cm Entfernung von einem mit einer Stromstärke von 1 A durchflossenen Leiter?
- Wie groß ist B in der doppelten Entfernung?
- Wie groß ist B bei der doppelten Stromstärke?

### Aufgabe 7: Magnetische Flussdichte

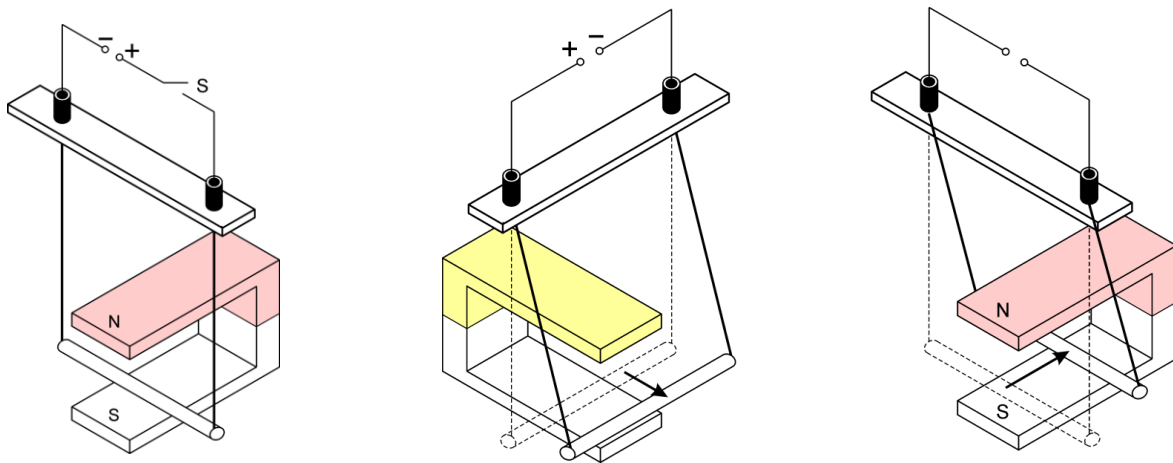
- Wie groß ist die magnetische Flussdichte in einer 5 cm langen Spule mit 100 Wicklungen, wenn ein Strom von 2 A fließt?
- Wie groß ist B bei der doppelten Stromstärke?
- Wie ändert sich B, wenn man einen Eisenkern mit  $\mu_r = 2000$  hineinschiebt?

### Aufgabe 8: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

- Welche Flussdichte herrscht in 5 cm Entfernung von einem mit einem Strom von 2 A durchflossenen Leiter?
- Wie groß ist die Kraft zwischen zwei 10 cm langen mit einem Strom von 2 A durchflossenen Leitern, die parallel zueinander in einer Entfernung von 5 cm verlaufen?
- Eine Hochspannung-Freileitung überträgt bei der Spannung  $U = 100$  kV eine Leistung von  $P = 600$  MW. Welcher Strom fließt durch die Leitung und wie groß ist die Kraft zwischen zwei in einer Entfernung von 8 m parallel aufgehängten 100 langen Leitungsstücken?
- Wie groß ist die Kraft zwischen zwei Leitern der Länge  $s$ , die parallel zueinander im Abstand  $r$  verlaufen und beide von einem Strom der Stärke  $I$  durchflossen werden?

### Aufgabe 9: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

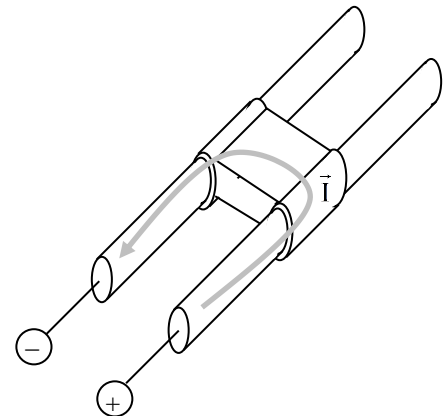
Zeichne jeweils die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$ , die Stromstärke  $\vec{I}$  und die Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  als Pfeile ein und ergänze die Polung des Stromes bzw. des Magneten:



### Aufgabe 10: Rail gun

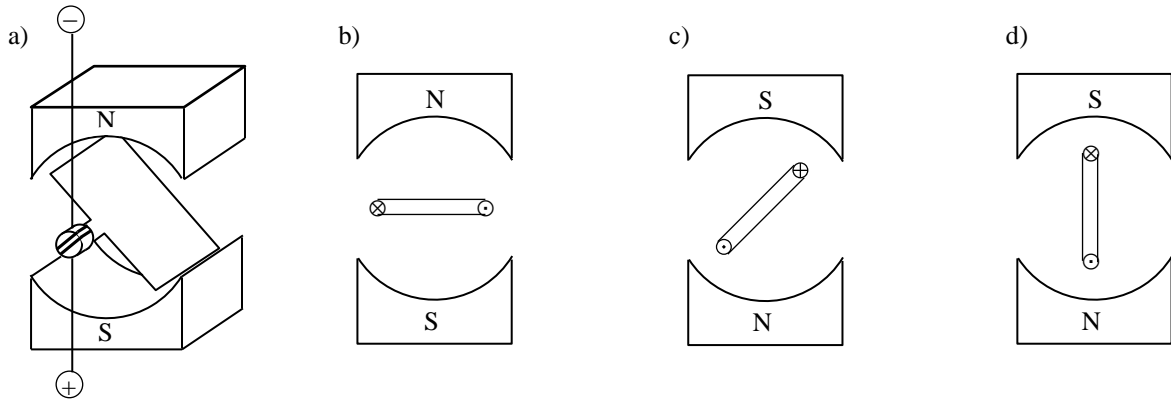
Auf den neuesten Schiffen der US Navy werden sogenannte Rail guns verwendet, welche ein 3,2 kg schweres Geschoss auf 2000 m/s beschleunigen und damit eine Reichweite von ca. 150 km erzielen. Der Aufbau ist sehr einfach und seit 1918 bekannt: Der Strom erzeugt zwischen den Schienen ein Magnetfeld, welches auf den quer fließenden Strom im Schlitten eine Lorentzkraft in Schussrichtung hervorruft.

- Kennzeichne das Magnetfeld und die resultierende Lorentzkraft durch Pfeile.
- Zeige, dass bei dieser Anordnung gilt  $F_L = 8 \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot N \cdot A^{-2}$ , wenn man die Flussdichte  $B$  genau in der Mitte zwischen den beiden Schienen zugrunde legt. Insbesondere ist die Lorentzkraft unabhängig von der Breite des Schlittens!
- Berechne die Lorentzkraft, die man benötigt, um das 3,2 kg schwere Geschoss auf einem 4 m langen Rail gun auf 2000 m/s zu beschleunigen.
- Wie groß ist die erforderliche Stromstärke?
- Wodurch entsteht die Flammenwolke hinter dem Geschoss auf dem Foto rechts?
- Warum ist die Verwendung solcher Waffen in Flugzeugen und Panzern kaum möglich?



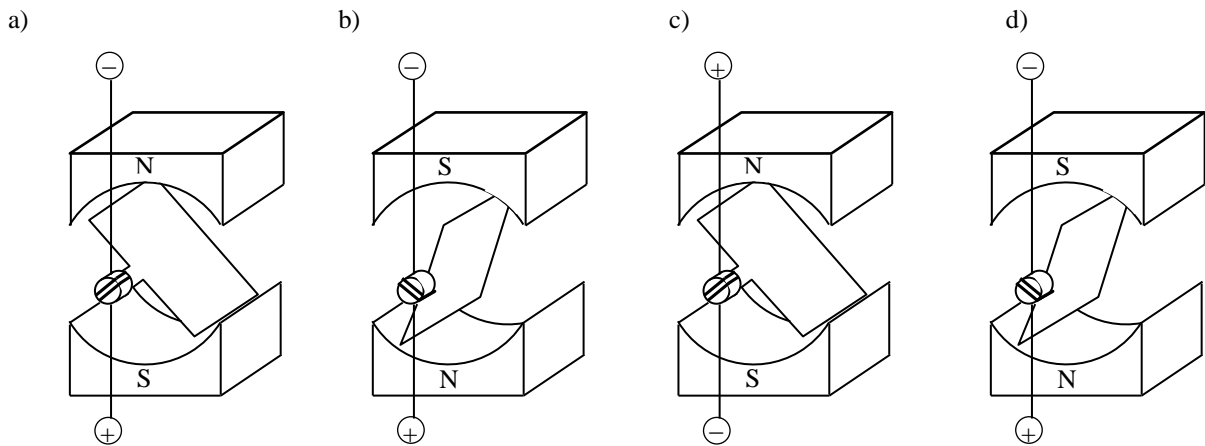
### Aufgabe 11: Elektromotor

Zeichne jeweils die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  und die Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  als Pfeile ein und markiere die Drehrichtung der Leiterschleife. In welcher Stellung ist das Drehmoment maximal und in welcher Stellung ist es minimal („Totpunkt“)?



### Aufgabe 12: Elektromotor

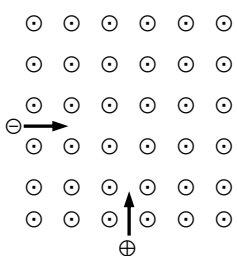
Bestimme jeweils die Drehrichtung:



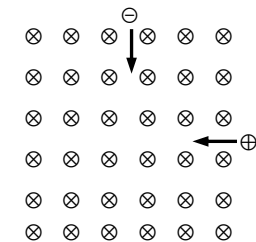
### Aufgabe 13: Bewegte Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

Setze die Bahnrichtung der geladenen Teilchen in den skizzierten elektrischen ( $\vec{E}$ -) und magnetischen ( $\vec{B}$ -) Feldern fort.  $\odot$  kommt aus der Zeichenebene heraus;  $\otimes$  geht in sie hinein. Die Markierung  $\rightarrow\odot$  bedeutet, dass das Teilchen aus der Zeichenebene heraus gelenkt wird; bei  $\rightarrow\otimes$  geht es in sie hinein.

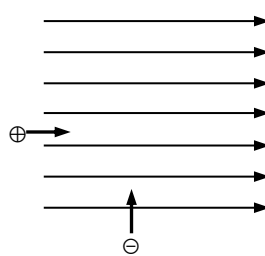
a)  $\vec{B}$ -Feld



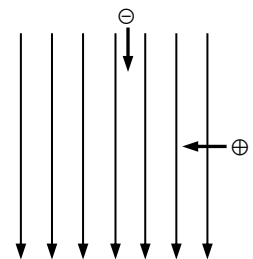
b)  $\vec{B}$ -Feld



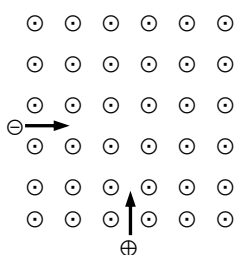
c)  $\vec{B}$ -Feld



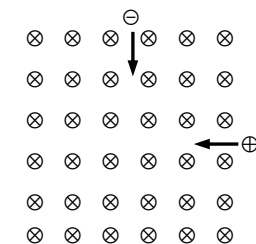
d)  $\vec{B}$ -Feld



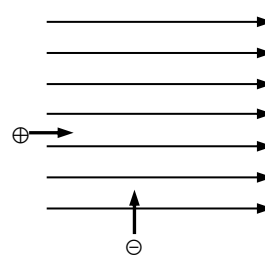
e)  $\vec{E}$ -Feld



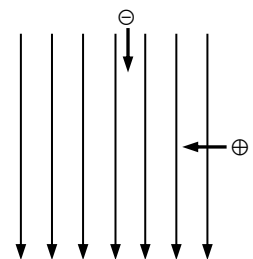
f)  $\vec{E}$ -Feld



g)  $\vec{E}$ -Feld

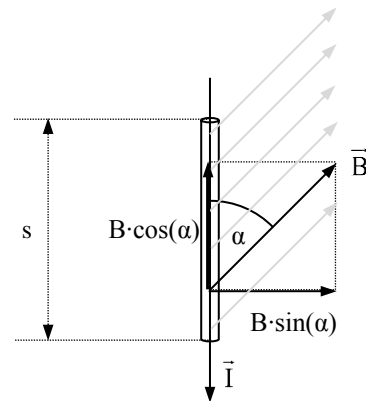


h)  $\vec{E}$ -Feld



#### Aufgabe 14: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

- a) Im Bild rechts wirkt ein Magnetfeld  $\vec{B}$  im Winkel  $\alpha$  zum Leiter der Länge  $s$ , durch den der Strom  $\vec{I}$  fließt.  $\vec{B}$  lässt sich zerlegen in eine Komponente  $B \cdot \cos(\alpha)$  parallel zum Leiter und eine Komponente  $B \cdot \sin(\alpha)$  senkrecht zum Leiter.
- Welche der beiden Komponenten bewirkt die Lorentzkraft?
  - In welche Richtung zeigt die Lorentzkraft?
  - Wie groß ist ihr Betrag?
- b) Ein gerader Leiter wird von einem Strom der Stärke  $I = 4 \text{ A}$  durchflossen und befindet sich in einem Magnetfeld mit der Flussdichte mit dem Betrag  $B = 2 \text{ mT}$ , die in einem Winkel von  $45^\circ$  zum Leiter geneigt ist. Welche Kraft wirkt auf ein  $5 \text{ cm}$  langes Stück dieses Leiters?
- c) Auf einen geraden,  $10 \text{ cm}$  langen Leiter wirkt in einem Magnetfeld mit der Flussdichte von  $B = 1 \text{ mT}$ , die in einem Winkel von  $60^\circ$  zum Leiter geneigt ist, eine Kraft von  $3 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ . Welcher Strom durchfließt den Leiter?
- d) Auf einen geraden,  $20 \text{ cm}$  langen Leiter wirkt bei der Stromstärke von  $3 \text{ A}$  in einem Magnetfeld mit der Flussdichte von  $B = 3 \text{ mT}$  eine Kraft von  $5 \cdot 10^{-4} \text{ N}$ . Was kann man über die Richtung der Kraft sagen? In welchem Winkel steht das Magnetfeld zum Leiter?



#### Aufgabe 15: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

Ein Elektron mit der Ladung  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  fliegt mit der Geschwindigkeit  $v = 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  durch ein homogenes Magnetfeld mit der Flussdichte  $B = 0,01 \text{ T}$ . Welche Kraft wirkt auf das Elektron, wenn die Richtung der Flussdichte  $\vec{B}$  um den Winkel  $\alpha$  zum Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  geneigt ist?

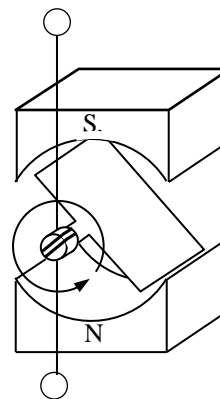
- a)  $\alpha = 0^\circ$       b)  $\alpha = 30^\circ$       c)  $\alpha = 90^\circ$       d)  $\alpha = 180^\circ$       e)  $\alpha$  beliebig (allgemeine Formel)

#### Aufgabe 16: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

Ein Elektron mit der Ladung  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  fliegt mit der Geschwindigkeit  $v = 4,22 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  durch ein Magnetfeld mit der Flussdichte  $B = 2,15 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ . Um welchen Winkel  $\alpha$  ist die Richtung der Flussdichte  $\vec{B}$  zum Geschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  geneigt, wenn die Lorentzkraft  $F_L = 1,26 \cdot 10^{-16} \text{ N}$  beträgt?

#### Aufgabe 17: Generator und Induktion

- a) Kennzeichne die magnetischen Flussdichte, die Bewegungsrichtung der Leiterschleife und die resultierende Lorentzkraft auf die Ladungen in der Leiterschleife
- b) Kennzeichne Plus- und Minuspol.
- c) Skizziere den zeitlichen Verlauf der Stromstärke mit und ohne Kommutator.



#### Aufgabe 18: Teilchen in elektrischen Feldern

Welche Geschwindigkeit  $v$  haben die folgenden Teilchen, wenn sie durch eine Spannung von  $U = 500 \text{ V}$  beschleunigt werden?

- a) Elektronen mit  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ V}$  und  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- b) Protonen mit  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ V}$  und  $m = 1,67 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$
- c)  $\alpha$ -Teilchen (Heliumkerne) mit  $Q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ V}$  und  $m = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

#### Aufgabe 19: Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern

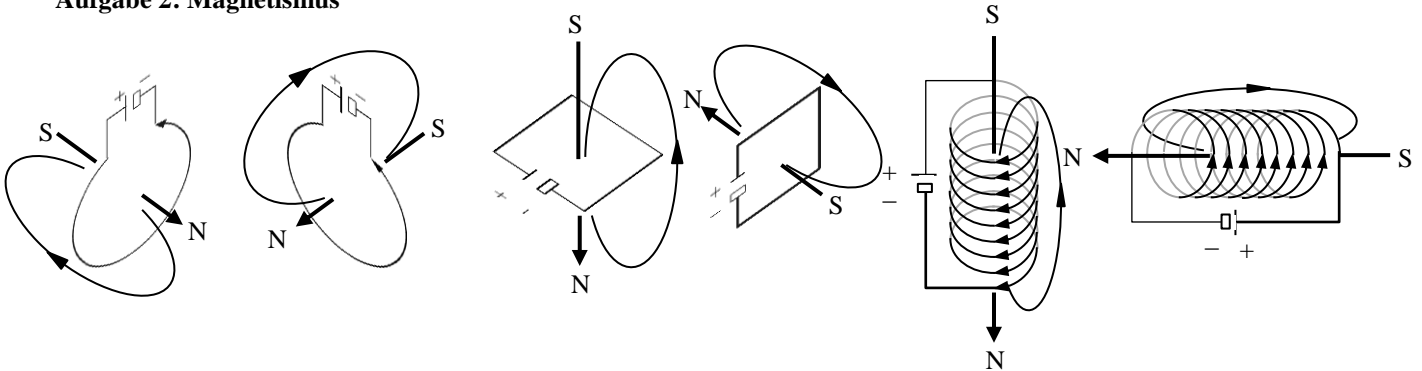
- a) Elektronen mit der Ladung  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und der Masse  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  werden in einer Elektronenkanone mit der Spannung  $U = 200 \text{ V}$  beschleunigt und sollen dann durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld auf eine Kreisbahn mit dem Radius  $r = 5 \text{ cm}$  gelenkt werden. Welchen Betrag muss die Flussdichte  $\vec{B}$  des Magnetfeldes haben?
- b) Protonen mit der Ladung  $Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und der Masse  $m = 1,67 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$  werden in einem homogenen elektrischen Feld eines Plattenkondensators mit der Spannung  $U = 20 \text{ kV}$  beschleunigt und dann durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld mit der Flussdichte  $B = 0,2 \text{ T}$  auf eine Kreisbahn gelenkt. Welchen Radius hat die Kreisbahn?
- c) Heliumkerne mit der Ladung  $Q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und der Masse  $m = 6,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  sollen durch ein senkrecht zur Flugrichtung gerichtetes Magnetfeld mit der Flussdichte  $B = 0,3 \text{ T}$  auf eine Kreisbahn mit dem Radius  $r = 10 \text{ cm}$  gelenkt werden. Welche Geschwindigkeit  $v$  müssen die Heliumkerne dann haben und auf welche Beschleunigungsspannung  $U$  muss eingestellt werden?
- d) Protonen mit der Ladung  $Q$  und der Masse  $m$  werden zusammen mit  $\alpha$ -Teilchen (Heliumkernen) mit der doppelten Ladung  $2Q$  und der vierfachen Masse  $4m$  mit der Spannung  $U$  beschleunigt und dann in einem Magnetfeld der Flussdichte  $B$  auf Kreisbahnen gelenkt. Berechne die Radien der beiden Kreisbahnen in Abhängigkeit von  $Q$ ,  $m$ ,  $U$  und  $B$ . In welchem Verhältnis stehen die beiden Radien zueinander?

### 3.3. Lösungen zu den Aufgaben zur Magnetostatik

#### Aufgabe 1: Magnetisches Feld

- Links in Richtung L und rechts in Richtung R
- Das rechte Paar zieht sich an und das linke Paar stößt sich ab.

#### Aufgabe 2: Magnetismus



#### Aufgabe 3: Ferromagnetismus

Magnetfelder entstehen durch elektrische Ströme insbesondere Kreisströme. Die ungepaarten Elektronen in ferromagnetischen Materialien stellen kleine Kreisströme dar, die in den Weisschen Bezirken parallel ausgerichtet sind. Durch ein äußeres Magnetfeld lassen sich die Weisschen Bezirke dauerhaft orientieren (Magnetisierung)

#### Aufgabe 4: Magnetisches Feld

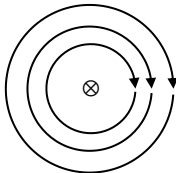
- Ausrichtung mit Nordpol in Pfeilrichtung der Feldlinien
- In der unteren Hälfte weisen die Feldlinien von Süden nach Norden, obwohl der Nordpol eines Elementarmagneten immer Richtung Süden weist.

Links schneiden sich zwei Feldlinien, was ebenso wie bei den elektrischen Feldlinien unmöglich ist, da am Schnittpunkt keine eindeutige Richtung der Kompassnadel mehr zu erkennen wäre.

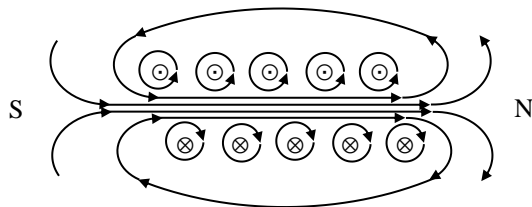
Die Feldlinien schneiden die Längsseiten des Magneten, obwohl sie im Magneten und auch in seiner unmittelbaren Nähe aufgrund der parallelen Ausrichtung der Kreisströme ebenfalls parallel zur Längsachse verlaufen müssten.

#### Aufgabe 5: Magnetisches Feld

a)



b)



#### Aufgabe 6: Magnetische Flussdichte

- $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- B halbiert sich auf  $2 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- B verdoppelt sich auf  $8 \cdot 10^{-6} \text{ T}$

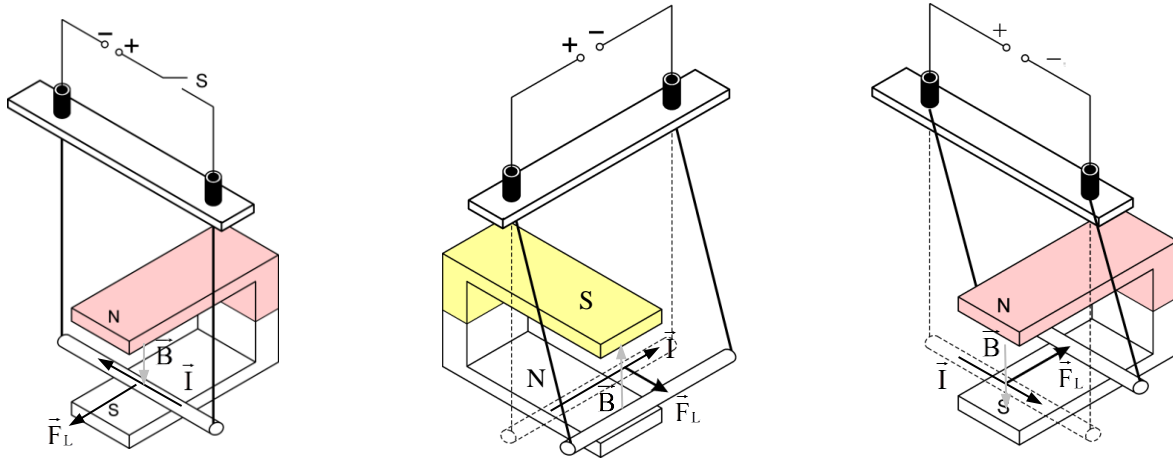
#### Aufgabe 7: Magnetische Flussdichte

- $B = \frac{\mu_r \cdot n \cdot I}{s} \approx 5,05 \text{ mT}$
- B verdoppelt sich auf ca. 10,1 mT
- B erhöht sich auf ca. 20,2 T.

#### Aufgabe 8: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

- $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ T}$
- $F = s \cdot I \cdot B = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ N}$
- Stromstärke  $I = \frac{P}{U} = 6000 \text{ A} \Rightarrow$  Flussdichte  $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ T} \Rightarrow$  Kraft  $F = s \cdot I \cdot B = 90 \text{ N}$ .
- $F = s \cdot I \cdot B = \frac{\mu_0 \cdot s \cdot I^2}{2\pi r}$ .

### Aufgabe 9: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter



### Aufgabe 10: Rail gun

a) siehe rechts

b) Wenn alle Größen in SI-Einheiten angegeben werden, gilt

$$F_L = I \cdot s \cdot B \text{ mit } B = \frac{\mu_0 \cdot 2 \cdot I}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot I}{\pi \cdot s} = \frac{8 \cdot 10^{-7} \cdot I}{s},$$

wobei  $s = 2r$  der Abstand der Schienen ist und  $B$  genau in der Mitte zwischen den Schienen angenommen wird.

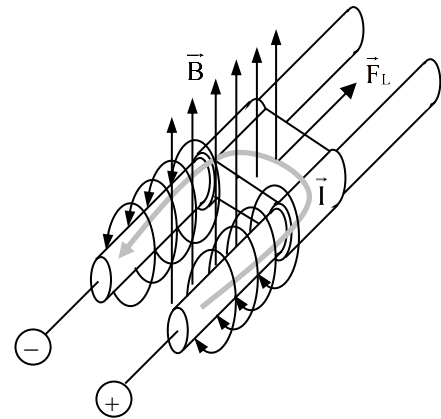
Durch Einsetzen erhält man  $F_L = 8 \cdot 10^{-7} \cdot I^2 \cdot N \cdot A^{-2}$ .

c) Mit der Beschleunigungsstrecke  $x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{v^2}{2a}$  erhält man

$$a = \frac{v^2}{2x} = 500\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

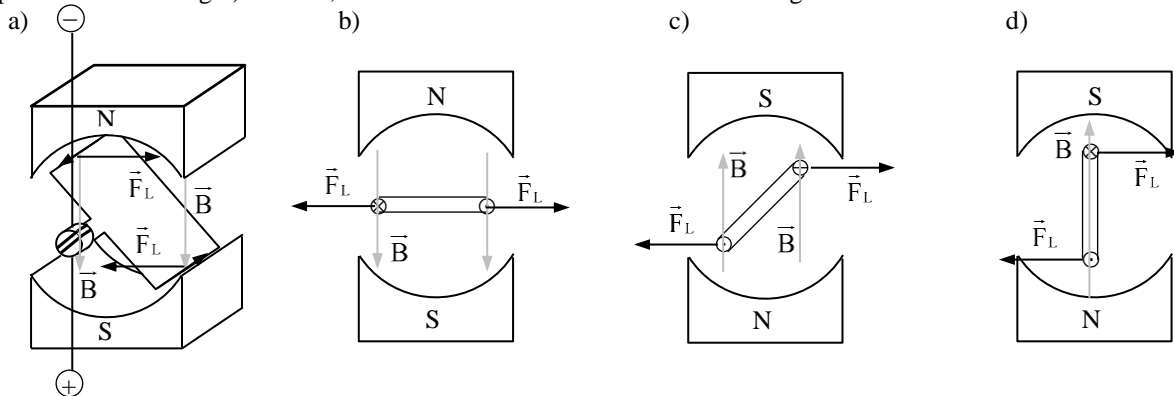
und die erforderliche Kraft  $F = m \cdot a = 1,6 \cdot 10^6 \text{ N}$ .

d) Aus der Formel in b) ergibt sich  $I = \sqrt{\frac{F}{8 \cdot 10^{-7}}} = \sqrt{2} \text{ Megaampere}$ .



### Aufgabe 11: Elektromotor

Der Totpunkt ist in Stellung b) erreicht, wenn die Lorentzkraft keine Hebelwirkung bzw. kein Drehmoment ausübt.



### Aufgabe 12: Elektromotor

a) im Uhrzeigersinn

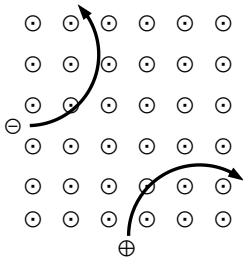
b) gegen den Uhrzeigersinn

c) gegen den Uhrzeigersinn

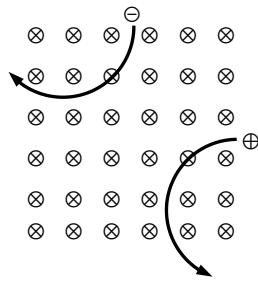
d) gegen den Uhrzeigersinn

### Aufgabe 13: Ladungen in elektrischen und magnetischen Feldern

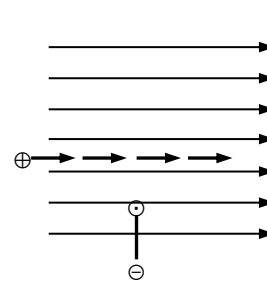
a)  $\vec{B}$ -Feld



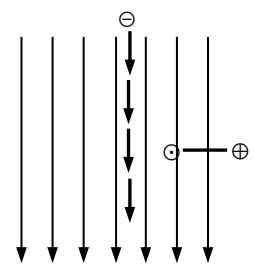
b)  $\vec{B}$ -Feld



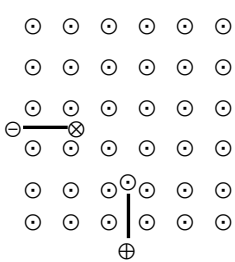
c)  $\vec{B}$ -Feld



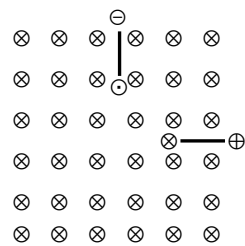
d)  $\vec{B}$ -Feld



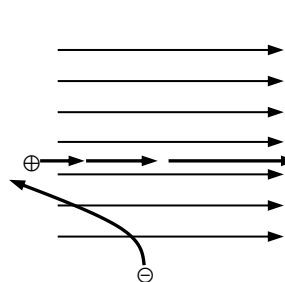
e)  $\vec{E}$ -Feld



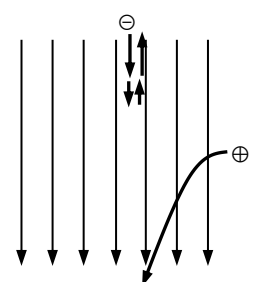
f)  $\vec{E}$ -Feld



g)  $\vec{E}$ -Feld



h)  $\vec{E}$ -Feld



### Aufgabe 14: Lorentzkraft auf stromdurchflossene Leiter

a) Der wirksame Anteil des magnetischen Feldes ist die Komponente  $B \cdot \sin(\alpha)$ , die senkrecht zum Strom steht. Die Lorentzkraft wirkt nach vorne aus der Papierebene heraus und hat den Betrag  $F = s \cdot I \cdot B \cdot \sin(\alpha)$ .

b)  $F = s \cdot I \cdot B \cdot \sin(\alpha) = 2 \sqrt{2} \cdot 10^{-4} \text{ N}$

c)  $I = \frac{F}{s \cdot B \cdot \sin(\alpha)} = 2 \sqrt{3} \text{ A.}$

d)  $\alpha = \arcsin\left(\frac{F}{s \cdot I \cdot B}\right) = \arcsin\left(\frac{5}{18}\right) \approx 16,12^\circ.$

### Aufgabe 15: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

a)  $F_L = 0$

b)  $F_L = 8 \cdot 10^{-17} \text{ N}$

c)  $F_L = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ N}$

d)  $F_L = 0$

e)  $F_L = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin(\alpha)$

### Aufgabe 16: Lorentzkraft auf bewegte Ladungen

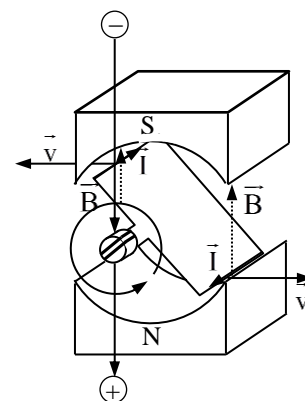
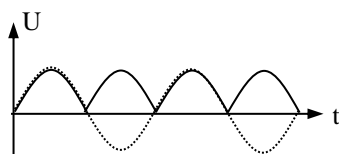
$\alpha = \arcsin\left(\frac{F_L}{Q \cdot v \cdot B}\right) \approx 60,2^\circ \text{ oder } 119,8^\circ$

### Aufgabe 17: Generator und Induktion

a) siehe ganz rechts

b) siehe ganz rechts, vom Verbraucher aus betrachtet!

c) siehe rechts: mit Kommutator unregelmäßiger Gleichstrom ohne Kommutator Wechselstrom



### Aufgabe 18: Teilchen in elektrischen Feldern

a)  $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Leftrightarrow U \cdot Q = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \approx 13,25 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b)  $v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \approx 9,79 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

c)  $v_\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \approx 2,19 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ g}$

**Aufgabe 19: Teilchen in elektrischen und magnetischen Feldern**

$$\text{a) } E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Leftrightarrow U \cdot Q = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \approx 8,39 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow Q \cdot v \cdot B = \frac{m v^2}{r} \Leftrightarrow B = \frac{m \cdot v}{Q \cdot r} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m}{Q \cdot r^2}} \approx 0,95 \text{ mT}$$

$$\text{b) } E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Leftrightarrow U \cdot Q = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}} \approx 6,19 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow Q \cdot v \cdot B = \frac{m v^2}{r} \Leftrightarrow r = \frac{m \cdot v}{Q \cdot B} = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m}{Q \cdot B^2}} \approx 10,2 \text{ cm}$$

$$\text{c) } F_L = F_Z \Leftrightarrow Q \cdot v \cdot B = \frac{m v^2}{r} \Leftrightarrow v = \frac{Q \cdot B \cdot r}{m} \approx 1,44 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Leftrightarrow U \cdot Q = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow U = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot Q} = \frac{Q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot m} \approx 21,65 \text{ kV}$$

$$\text{d) } \text{Das Proton bewegt sich auf dem Radius } r_P = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot m}{Q \cdot B^2}}$$

$$\text{Das } \alpha\text{-Teilchen bewegt sich auf dem Radius } r_\alpha = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot 4m}{2Q \cdot B^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot U \cdot m}{Q \cdot B^2}}$$

Das Verhältnis der Radien ist also  $r_\alpha : r_P = \sqrt{2}$  .