4.2. Aufgaben zu Wellen

Aufgabe 1: Wellengleichung

a) Berechne die Frequenz und die Periodendauer einer Rundfunkwelle mit der Wellenlänge λ = 600 m und einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $c = 3\cdot10^8$ m/s.
b) Berechne die Wellenlänge und die Frequenz für oranges Licht mit der Periodendauer $T = 2\cdot10^{-15}$ s und einer Ausbreitungsgeschwindigkeit von $c = 3\cdot10^8$ m/s.
c) Wie schnell ist eine Wasserwelle mit Periodendauer T = 3 s und Wellenlänge λ = 3 m?
d) Welche Wellenlänge hat eine Schallwelle, die sich mit c = 330 m/s und einer Frequenz von 440 Hz (Kammerton a) ausbreitet?

Aufgabe 2: Wellengleichung

Eine Transversalwelle breitet sich mit 3 m/s vom Koordinatenursprung aus. Zur Zeit t = 0 ist die Auslenkung dort y(0;0) = 0 und steigt dann innerhalb einer Sekunde bis auf den Maximalwert von 10 cm an.
a) Wie groß sind die Periodendauer und die Frequenz der Welle?
b) Welche Wellenlänge hat die Welle?
c) Wie lange dauert es, bis ein Teilchen in 120 m Entfernung zu schwingen beginnt?
d) Welche Auslenkung y(120 m; 50 s) hat dieses Teilchen nach 50 s?

Aufgabe 3: Wellengleichung

Eine Transversalwelle breitet sich mit einer Geschwindigkeit von c = 5 m/s und einer Wellenlänge von λ = 50 cm vom Koordinatenursprung aus. Zur Zeit t = 0 ist die Auslenkung dort y(0;0) = 0 und steigt dann bis auf den Maximalwert von 12 cm an.
a) Wie groß sind die Periodendauer und die Frequenz der Welle?
b) Wie lange dauert es, bis ein Teilchen in 15 m Entfernung zu schwingen beginnt?
c) Welche Auslenkung y(8 m; t) hat ein Teilchen in der Entfernung x = 8m nach t_1 = 5s; $t_2 = 5\frac{1}{4}$ s und $t_3 = 5\frac{1}{3}$ s?

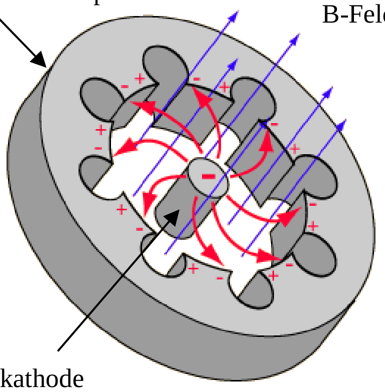
Aufgabe 4: Wellengleichung

Im Ursprung des Koordinatensystems schwingt ein Erreger mit $y(0;t) = 8\text{ cm}\cdot\sin(\pi\cdot t\cdot s^{-1})$. Er erzeugt eine Transversalwelle, die sich mit c = 0,2 m/s ausbreitet.
a) Wie groß sind die Periodendauer, die Frequenz und die Wellenlänge der Welle?
b) Zeichne die Welle für die Zeitpunkte t_1 = 2 s; t_2 = 3 s, $t_3 = 4\frac{1}{2}$ s und $t_4 = 7\frac{1}{2}$ s in ein gemeinsames Koordinatensystem.
c) Formuliere die Ort-Zeit-Funktionen für die Schwingungen an den Stellen x_1 = 30 cm; x_2 = 80 cm und x_3 = 100 cm.

Aufgabe 5: Erzeugung elektromagnetischer Wellen

a) Berechne die Frequenz eines Schwingkreises für die Erzeugung von Zentimeterwellen (λ = 1 cm). Rechne mit der Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3\cdot10^8$ m/s.
b) Wie groß müssen die Induktivität L und die Kapazität C des Schwingkreises sein, wenn beide die gleiche Maßzahl aufweisen sollen, d.h., wenn $L\cdot C^{-1} = 1\ V^2\cdot A^{-2}$ gelten soll?

Aufgrund der Ergebnisse aus b) werden für Radargeräte und Mikrowellenöfen anstelle herkömmlicher Schwingkreise so genannte **Hohlraumoszillatoren** verwendet. Die leistungsstärkste und gleichzeitig einfachste Variante ist das **Magnetron**. Es besteht aus einer stiftförmigen **Glühkathode**, die sich in der Mitte der dosenförmigen **Anode** befindet. Ober- und unterhalb der Dose sitzen zwei **Magnete**, deren B-Feld die von innen nach außen fliegenden Elektronen auf eine Kreisbahn lenken. Dabei streicht der Elektronenstrom an den zylinderförmigen Aussparungen der Dose vorbei und versetzt diese in hochfrequente Schwingungen ähnlich wie der Luftstrom durch eine Flöte. Die Sendeantenne wird einfach an die Dose angeschlossen und strahlt einen Teil der Schwingungsenergie nach außen ab:



Ein typisches Magnetron für einen Mikrowellenofen hat eine Spannung von 5000 V zwischen Anode und Kathode und einen Innenradius von 3 cm.

c) Wie schnell können die Elektronen (Ruhemasse $m \approx 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg und Ladung $Q \approx 1{,}6\cdot10^{-19}$ C) nach „Durchfallen“ der gesamten Spannung von 5000 V maximal werden?
d) Berechne die relativistische Massenzunahme des Elektrons in Prozent.
e) Wie stark muss das B-Feld sein, um die Elektronen auf eine Kreisbahn mit Radius 2 cm zu lenken?
f) Das Magnetfeld soll durch zwei einfache Spulen ohne Eisenkern mit 1 cm Länge und je 100 Wicklungen erzeugt werden. Wie groß ist die erforderliche Stromstärke? Die magnetische Feldkonstante ist $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\ VsA^{-1}m^{-1}$.

Aufgabe 6: Polarimetrie

a) Erkläre mit Hilfe einer beschrifteten Skizze den Aufbau und die Funktionsweise eines einfachen Polarimeters.

b) Der spezifische Drehwert von D-Butan-2-ol $C_4H_{10}O$ ist $[\alpha]_D^{20}$ = + 13,0 ° $cm^3 \cdot g^{-1} \cdot dm^{-1}$. Bestimme den Drehwert einer Lösung von D-Butan-2-ol in Wasser mit c = 1 Mol/l bei einer Probenrohrlänge von 140 mm und 20°C.

c) L-Weinsäure $C_4H_6O_6$ hat einen spezifischen Drehwert von $[\alpha]_D^{20}$ = + 16,6 ° $cm^3 \cdot g^{-1} \cdot dm^{-1}$. Bei einer Länge des Messrohres von 20 cm erhielt man einen Drehwinkel α = + 5 °. Berechne die molare Konzentration.

d) Die L-Weinsäurelösung aus a) wird 5 fach verdünnt und in ein anderes Polarimeter mit einem 15 cm langen Probenrohr gegeben. Welcher Drehwinkel ist jetzt zu erwarten?

e) Ein Drittel der L-Weinsäurelösung aus a) wird durch eine D-Weinsäurelösung mit c = 2 Mol/l ersetzt. Welcher Drehwinkel ist jetzt bei einer Probenrohrlänge von 20 cm zu erwarten ?

f) Der Drehwert einer 1 m D-Glucoselösung ($C_6H_{12}O_6$) bei 20°C und einer Probenrohrlänge von 15 cm wird mit + 14,2° gemessen. Bestimme den spezifischen Drehwert von D-Glucose aus diesen Werten.

g) D-Weinsäure hat einen spezifischen Drehwert von $[\alpha]_D^{20}$ = −16,6 ° $cm^3 \cdot g^{-1} \cdot dm^{-1}$. In einem Polarimeter wurde die Küvette nur 8 cm hoch mit einer D-Weinsäurelösung gefüllt. Es wurde eine Drehwinkel α = −6° gemessen. Berechne die Konzentration der Lösung in g/ml, g/l und mol/l.

h) Die Hälfte der D-Weinsäurelösung aus b) wurde durch Wasser ersetzt, Welchen Drehwert beobachtet man jetzt?

Aufgabe 7: Dopplereffekt

Gib die einzelnen Rechenschritte für die Herleitung der rechts stehenden Gleichungen für Periodendauer und Frequenz aus den obenstehenden Gleichungen für die vom Empfänger wahrgenommene Wellenlänge bzw. Ausbreitungsgeschwindigkeit an:

Vom Empfänger wahrgenommene	Bewegter Sender: $\lambda' = \lambda \pm v \cdot T$	Bewegter Empfänger: $c' = c \pm v$
Periodendauer	$T' = T \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$	$T' = \frac{T}{1 \pm \frac{v}{c}}$
Frequenz	$f' = \frac{f}{1 \pm \frac{v}{c}}$	$f' = f \cdot \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$

Aufgabe 8: Dopplereffekt

Mit welcher Geschwindigkeit muss sich ein Beobachter

a) einer ruhenden Schallquelle nähern, damit er den Ton eine Oktave höher (doppelte Frequenz) hört?

b) von einer ruhenden Schallquelle entfernen, damit er den Ton eine Oktave tiefer (halbe Frequenz) hört?

Rechne mit der Schallgeschwindigkeit c = 340 m/s.

Aufgabe 9: Dopplereffekt

Mit welcher Geschwindigkeit muss sich eine Schallquelle

a) einem ruhenden Beobachter nähern, damit dieser den Ton eine Oktave höher (doppelte Frequenz) hört?

b) von einem ruhenden Beobachter entfernen, damit dieser den Ton eine Oktave tiefer (halbe Frequenz) hört?

Rechne mit der Schallgeschwindigkeit c = 340 m/s.

Aufgabe 10: Dopplereffekt

Der Sirenenton eines vorbeifahrenden Krankenwagens sinkt für einen ruhenden Beobachter um eine Terz ab, d.h., das Verhältnis der empfangenen Frequenzen vom sich nähernden und sich entfernenden Krankenwagen ist $\frac{f'}{f''} = \frac{5}{4}$. Wie schnell war der Krankenwagen? Rechne mit der Schallgeschwindigkeit c = 340 m/s.

Aufgabe 11: Dopplereffekt

Die Radarpistole der Verkehrspolizei misst das Verhältnis der Frequenz f der gesendeten Radiowelle zur Frequenz f'' der reflektierten Radiowelle, um daraus die Geschwindigkeit v des Verkehrsteilnehmers zu ermitteln.

a) Bestimme die Frequenz f', mit der der auf den Polizisten zurasende Verkehrsteilnehmer die gesendete Radiowelle empfängt, in Abhängigkeit von v; c und f.

b) Bestimme die Frequenz f'', mit der der Polizist die reflektierte Radiowelle empfängt, in Abhängigkeit von v; c und f.

c) Bestimme die Geschwindigkeit v des Verkehrsteilnehmers in Abhängigkeit vom gemessenen Frequenzverhältnis $\frac{f''}{f}$.

d) Berechne die Geschwindigkeit eines Autos, welches mit $\frac{f''}{f} - 1 = 2 \cdot 10^{-7}$ geblitzt wurde. Rechne mit c = 300 000 km/s.

Aufgabe 12: Interferenz

Bestimme mit Hilfe einer Zeigerdiagramms die Amplitude y_0 und die Phasenverschiebung t_0 sowie die Gleichung der Welle $y = y_1 + y_2$, die durch Überlagerung von y_1 und y_2 erzeugt wird.

a) $y_1(x; t) = 1 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c})]$ und $y_2(x; t) = 2 \cdot \cos[\omega(t - \frac{x}{c})]$

b) $y_1(x; t) = 3 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c})]$ und $y_2(x; t) = -4 \cdot \cos[\omega(t - \frac{x}{c})]$

c) $y_1(x; t) = 2 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c})]$ und $y_2(x; t) = 3 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c}) - 45°]$

d) $y_1(x; t) = \sin[\omega(t - \frac{x}{c})]$ und $y_2(x; t) = 2 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c}) + 60°]$

Aufgabe 13: Interferenz

a) Welche Wellenlängen im (für uns) sichtbaren Bereich von 400 – 700 nm werden von einer Vogelfeder mit einer Stufung von 2 µm reflektiert?

b) Welche Stufungen im Bereich von 1 – 3 µm könnte ein Schmetterlingsflügel haben, der für uns ein sattes Gelb von 500 nm reflektiert?

c) Ein Libellenflügel erscheint im senkrechten Licht violett mit 380 nm. Unter welchem Blickwinkel erscheint er grün mit 439 nm?

Aufgabe 14: Reflexion und Brechung

a) Erkläre den Begriff der Schallmauer mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und einer Skizze

b) Erkläre das Reflexionsgesetz mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und einer Skizze

c) Erkläre das Brechungsgesetz mit Hilfe des Huygensschen Prinzips und einer Skizze

Aufgabe 15: Reflexion und Brechung

Die Sonne enthält sehr viele verschiedene in alle Richtungen schwingende Erreger. Das Sonnenlicht enthält daher nahezu alle Farben und ist nicht polarisiert. Die Atmosphäre filtert das Sonnenlicht sowohl nach Frequenz als auch nach Polarisationsrichtung:

1. Blaues Licht wird stärker durch die Atmosphäre gebrochen als rotes Licht.
2. Reflexion und Brechung werden durch bewegte Ladungen in der Atmosphäre ausgelöst und finden daher immer nur in der Ebene senkrecht zur Richtung der elektrischen Feldvektoren $\vec{E}$ statt. Die reflektierte bzw. gebrochene Welle hat die gleiche Polarisationsrichtung wie die ursprüngliche Welle.

a) Warum sind Sonnenauf- und -untergänge rot?

b) Warum ist der Himmel blau?

c) Polarisationsbrillen sind mit ganz feinen Linien beschichtet, welche nur Licht durchlassen, dessen elektrische Feldvektoren $\vec{E}$ parallel zu diesen Linien polarisiert sind. Wie müssen die Linien orientiert sein, damit die Brille das indirekte blaue Licht des Himmels durchlässt und das direkte Licht der Sonne blockiert?

Aufgabe 16: Phasenwechsel bei Reflexion und Brechung

Entspiegelte Brillengläser sind mit einer **Metallschicht** bedampft, deren Dicke einem **ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge** des für das Auge am unangenehmsten gelben Lichtes entspricht, falls diese „**Vergütungsschicht**“ optisch dichter ist als das Brillenglas.

a) Ergänze die Zeichnung auf Seite 7 des Skriptes für diesen Fall um einen Wellenzug, der durch **indirekte Reflexion** der gebrochenen Komponente an der **hinteren Grenze** der Vergütungsschicht wieder zurückkommt, mit dem durch **direkte Reflexion an der vorderen** Grenze („spiegelnden“) Wellenzug interferiert und diesen dadurch schwächt, aber nicht ganz auslöscht.

b) Wie kommt der **Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge** zwischen diesen beiden Zügen zustande, wenn die Vergütungsschicht wie im Bild genau **zwei Wellenlängen** dick ist?

Aufgabe 17: Phasenwechsel bei Reflexion und Brechung

Erläutere und begründe die Reflexion der folgenden Wellen im Hinblick auf festes bzw. loses Ende sowie den Phasensprung:

a) Wasserwellen an einer Kaimauer.

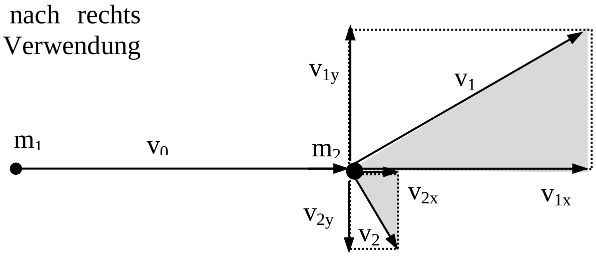
b) Schallwellen an einer Stahlwand.

c) Radarwellen an einer Autokarosserie.

Aufgabe 18: Reflexion und Brechung mit Billiardkugeln

Eine v_0 = 1 m/s schnelle und m_1 = 100 g schwere Billiardkugel (1) wird durch Kollision mit einer gleich schweren ruhenden Kugel (2) um 30° nach links abgelenkt, während die Kugel (2) langsam im Winkel von 60° nach rechts davonrollt. Berechne die Geschwindigkeiten der beiden Kugeln unter Verwendung der Skizze und der folgenden drei Erhaltungsgleichungen:

1. der **Impulserhaltung in x-Richtung**: $m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v_0$,
2. der **Impulserhaltung in y-Richtung** $m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = 0$
3. der **Energieerhaltung** $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_0^2$.



Aufgabe 19: Michelson-Interferometer

a) Verschiebt man in einem Michelson-Interferometer den Spiegel um 5 µm, so wechselt das Schirmbild 16 mal von Dunkel über Hell nach Dunkel. Bestimme die Wellenlänge des Lasers.

b) Der Spiegel eines Michelson-Interferometers bewegt sich bei einer Wellenlänge von 633 nm mit einer Geschwindigkeit von 6 µm/s auf den Strahlteiler zu. Wie viele Hell-Dunkel-Hell-Wechsel pro Sekunde sind zu erwarten?

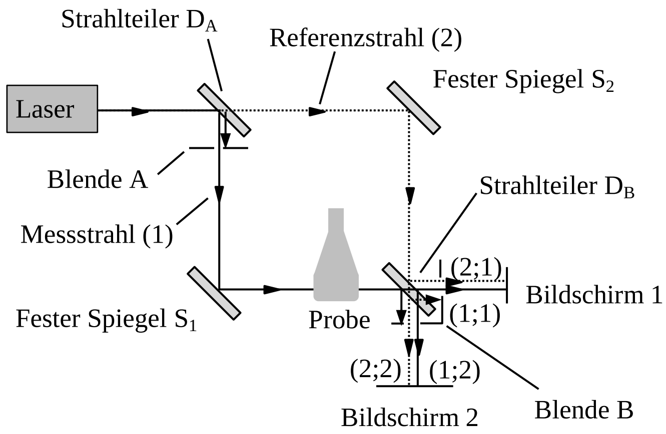
c) Zwischen Spiegel und Strahlteiler eines Michelson-Interferometers befindet sich eine 5 cm lange Vakuumkammer. Wie viele Hell-Dunkel-Wechsel beobachtet man, wenn bei einer Wellenlänge von 589 nm Luft mit einer Brechzahl von n = 1,0003 in die Kammer strömt?

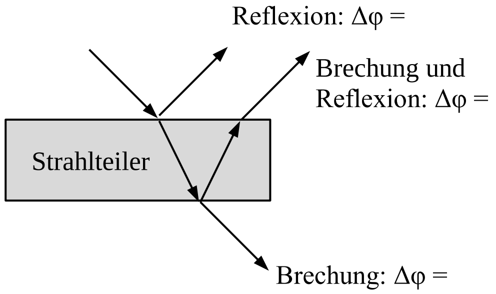
Aufgabe 20: Mach-Zehnder-Interferometer

Das **Mach-Zehnder-Interferometer** ist eine Weiterentwicklung des Michelson-Interferometers, bei dem die Strahlen zur Verbesserung der Ablesegenauigkeit ein **zweites Mal** getrennt und doppelt abgebildet werden.

Ähnlich wie beim **Polarimeter** erhält man **zwei Bilder**, die man anhand des Hell-Dunkel-Kontrastes leichter auswerten kann als das einzelne Bild beim Michelson-Interferometer.

Sind alle Wege gleich lang bzw. unterscheiden sie sich nur um ganze Wellenlängen, so ist aufgrund der **Ausblendung des einfach reflektierten Messstrahls (1) am Strahlteiler D_B** Bildschirm 1 _______ und Bildschirm 2 ________:





Strahl	$\Delta\varphi(D_A)$	$\Delta\varphi(S_1)$	$\Delta\varphi(S_2)$	$\Delta\varphi(D_B)$	Phasendifferenz $\Delta\varphi_{ges}$	Bildschirm hell/dunkel
(1;1)	π					
(2;1)	0					
(1;2)	π			0		
(2;2)	0					

Die Qualität bzw. Konzentration eines Präparates kann u.a. durch Messung der

Brechzahl $n = \frac{c_0}{c} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$

bestimmt werden. Für Flüssigkeiten mit großen Brechzahlen wie z.B. **Wein** (**Öchslezahl**) genügt die einfache Bestimmung des **Brechungswinkels** in einem **Refraktometer**. Die winzigen Differenzen bei Gasen **können** nur mit **Interferometern** gemessen werden. Beim Einlassen des Gases ändert sich die Wellenlänge λ und damit auch die Phasendifferenz $\Delta\varphi_{ges}$ des Messstrahls (2) kontinuierlich, was man durch die Änderung des Hell - Dunkel - Kontrastes der beiden Bildschirme beobachten kann.

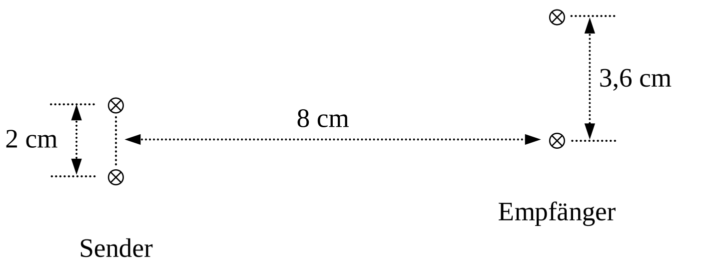
Stoff	Brechzahl
Luft	1,00027
CO_2	1,0004
Wasser	1,33
Benzol	1,50
Ethanol	1,36
Glycerin	1,47
Essigsäure	1,37
Trichlormethan	1,44

Identifiziere die Füllung der Messküvette im Mach-Zehnder-Interferometer durch Vergleich mit der Tabelle:

a) Eine 1 mm dicke Messküvette wird bei λ = 500 nm befüllt. Dabei zählt man 529 Hell-Dunkel-Perioden.
b) Eine 10 cm dicke Messküvette wird bei λ = 633 nm befüllt. Man zählt 43 Hell-Dunkel-Perioden.
c) Eine 5 cm dicke Messküvette wird bei λ = 589 nm befüllt. Man zählt 25,5 Hell-Dunkel-Perioden.

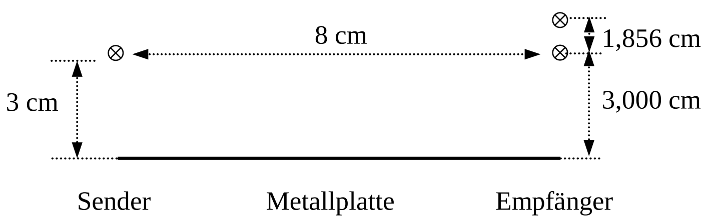
Aufgabe 21: Beugung und Reflexion polarisierter Radiowellen

a) Zur Untersuchung der Interferenzeigenschaften werden zwei Sendeantennen für Zentimeterwellen senkrecht zur Zeichenebene im Abstand von 2 cm aufgestellt. 8 cm vor ihnen befindet sich eine Empfangsantenne, die ebenfalls senkrecht zur Zeichenebene ausgerichtet ist und nach oben und unten verschiebbar ist. (siehe rechts) Auf den beiden dargestellten Positionen genau auf halber Höhe zwischen den beiden Sendern und um 3,6 cm nach oben verschoben ist der Empfang optimal. Erkläre dieses Ergebnis.



b) Wie ändert sich der Empfang, wenn man die Empfangsantenne parallel zur Zeichenebene legt?

c) Zur Untersuchung der Reflexionseigenschaften wird anstelle des unteren Senders in 3 cm Entfernung ebenfalls senkrecht zur Zeichenebene eine Metallplatte befestigt, die als Spiegel dienen soll. (siehe rechts) Begründe rechnerisch, warum genau gegenüber ebenfalls in 3 cm Entfernung zur Metallplatte (untere Position auf der Skizze rechts) ein **Empfangsmaximum** gemessen wird.

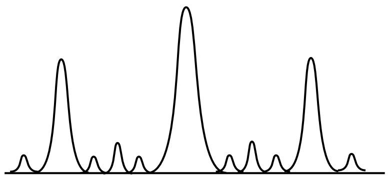


d) Begründe ebenfalls rechnerisch, warum in der Entfernung 3,856 cm von der Metallplatte (obere Position in der Skizze rechts) ein **Empfangsminimum** gemessen wird.

Aufgabe 22: Beugung am Doppelspalt

a) Rotes Licht mit λ = 800 nm fällt durch einen Doppelspalt mit einem Spaltabstand von 10 µm auf einen a = 20 cm entfernten Schirm. Welchen Abstand haben die Beugungsmaxima voneinander?
b) Welche Wellenlänge hat Laserlicht, welches senkrecht auf einen Doppelspalt mit g = 5 µm fällt und dann auf einem Schirm in a = 1 m Entfernung Beugungsmaxima im Abstand d_1 = 1 cm erzeugt?
c) Welchen Spaltabstand hat ein Doppelspalt, wenn die beiden 1. Beugungsminima von gelbem Licht der Wellenlänge λ = 600 nm auf einem a = 50 cm entfernten Schirm einen Abstand von 3 cm haben?

Aufgabe 23: Beugung am Gitter



a) Ermittle die Zahl der Spalte für die rechts abgebildete Intensitätsverteilung.
b) Erkläre anhand einer Zeichnung, welche der drei Spalte an der Erzeugung der Haupt- bzw. Nebenmaxima bzw. Minima in Richtung der Beugungswinkel mit $\sin(\alpha) = 0$, $\sin(\beta) = \frac{1}{4}$, $\sin(\gamma) = \frac{1}{2}$, $\sin(\delta) = \frac{3}{4}$ und $\sin(\varepsilon) = 1$ beteiligt sind.

Aufgabe 24: Beugung am Gitter

Senkrecht auf ein optisches Gitter mit 100 Strichen pro Zentimeter fällt monochromatisches Licht mit der Wellenlänge λ = 544 nm. Berechne die Beugungswinkel α_1, α_5 und α_{10} für die Maxima 1., 5. und 10. Ordnung.

Aufgabe 25: Beugung am Gitter

Das sichtbare Spektrum einer Kohlebogenlampe erstreckt sich von $\lambda_{violett}$ = 390 nm bis λ_{rot} = 780 nm. Die 1. Beugungsmaxima des Spektrums sollen mit einem optischen Strichgitter mit 100 Strichen pro mm auf eine Breite von $d_{1rot} - d_{1violett}$ = 12 cm verteilt werden. In welchem Abstand a muss der Schirm aufgestellt werden?

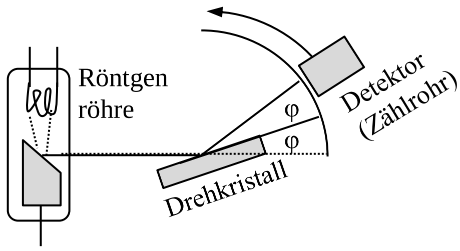
Aufgabe 26: Beugung am Gitter

Welche höchste Ordnung k fällt noch in des Beugungswinkelbereich bis α = 30°, wenn man Laserlicht der Wellenlänge λ = 633 nm an einem optischen Gitter mit 500 Strichen pro Zentimeter verwendet?

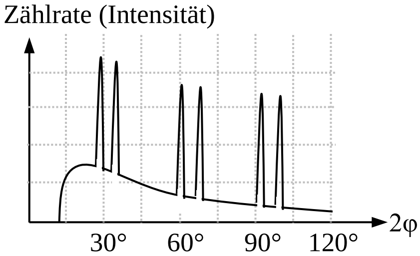
Aufgabe 27: Beugung am Gitter

Das sichtbare Spektrum einer Natriumdampflampe besteht im Wesentlichen aus der gelben Linie bei 589 nm und einer roten Linie bei 819 nm.
a) Ermittle die Beugungswinkel aller möglichen Hauptmaxima für beide Farben für ein Gitter mit 530 Strichen pro Millimeter.
b) Bestimme die maximale Entfernung eines 50 cm breiten Schirms welcher alle 5 sichtbaren Hauptmaxima abbildet.
c) Skizziere die Intensitätsverteilung für die Anordnung aus b) und bezeichne auch die Farben aller Maxima.

Aufgabe 28: Röntgenbeugung



a) Der Abstand der Netzebenen in einem Perowskit-Kristall $CsPbI_3$ beträgt 630 pm. Bestimme die „Glanzwinkel“ φ_1, φ_2 und φ_3 für die Reflexionsmaxima 1., 2. und 3. Ordnung unter der Röntgenstrahlung mit λ = 190 pm des K_α-Übergangs einer Mangan-Anode.
b) Bestimme die beiden charakteristischen Wellenlängen λ_1 und λ_2 der Röntgenröhre, welche bei einem Kochsalzkristall mit einem Netzebenenabstand von 282 pm nach der „Drehkristallmethode“ die rechts abgebildete Intensitätsverteilung erzeugt. Die Spitzen („peaks“) liegen bei 2φ = 30°, 32°, 60°, 64°, 90° und 96°.

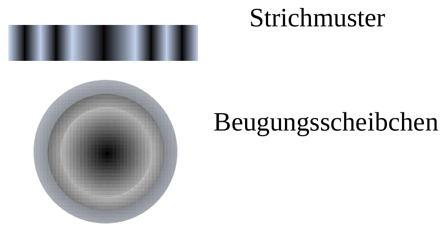


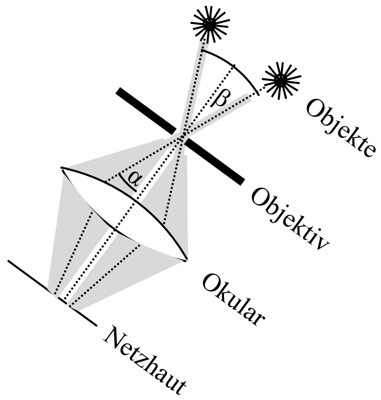
Aufgabe 29: Beugung an Einzelspalt und Doppelspalt

a) Rotes Licht mit der Wellenlänge λ = 700 nm tritt durch einen 1 mm dicken Spalt auf einen 1 m entfernten Schirm. Wie weit ist das Beugungsmaximum 1. Ordnung vom Hauptmaximum entfernt?
b) Wie ändert sich das Beugungsbild, wenn der 1 mm dicke Spalt durch zwei 10 µm dicke und ebenfalls 1 mm voneinander entfernte Spalte ersetzt wird? Begründe anhand einer Skizze.
c) Legt man Flurins Haar in den Strahlengeng eines Lasers mit einer Wellenlänge von 600 nm, so sieht man in 1 m Entfernung eine Punktreihe mit dem Abstand 1 cm. Wie dick ist Flurins Haar?

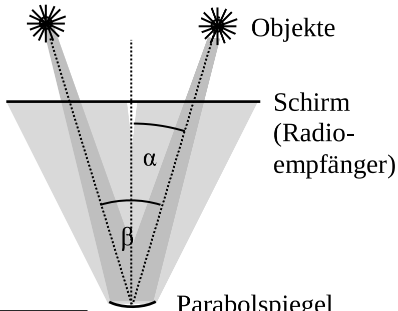
Aufgabe 30: Auflösungsvermögen

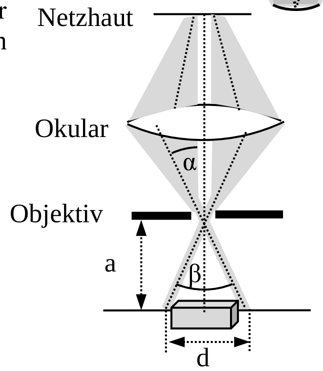
Durch eine runden Blende wie z.B. ein Objektiv sieht man konzentrische „Beugungsscheibchen“, die etwas breiter sind als die entsprechenden Strichmuster eines geraden Spaltes: Das 1. Minimum erscheint erst im Winkel $\alpha \approx 1{,}22\,\frac{\lambda}{b}$ zur optischen Achse. Das Auflösungsvermögen eines optischen Gerätes wird dadurch begrenzt, dass zwei Objekte nur dann getrennt wahrgenommen werden können, wenn man die Grenzen ihrer Beugungsscheibchen erkennt, d.h., wenn ihr Winkelabstand β größer ist als der Öffnungswinkel 2α ihrer Beugungsscheibchen.

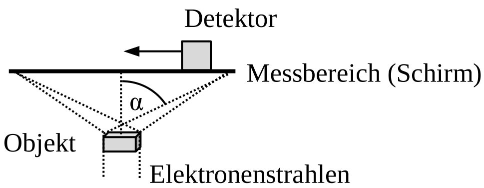




a) Wie groß muss der Objektivdurchmesser b eines Fernrohres mindestens sein, damit man die Beugungsscheibchen von zwei Sternen, die im Winkelabstand β von einer Bogensekunde ($\frac{1}{3600}$ Grad) beobachtet wurden, bei der Wellenlänge λ = 550 nm gerade noch trennen kann?
b) Wie groß ist der Winkelabstand α zweier Radiosterne, die mit dem 80 m-Radioteleskop in Manchester bei λ = 20 cm noch getrennt werden können?
c) Welche Größe d muss ein Objekt mindestens haben, damit es durch ein Lichtmikroskop mit 400 nm ≤ λ ≤ 800 nm bei einem Objektivabstand von a = 5 mm und einem Objektivdurchmesser von b = 5 mm noch von seiner Umgebung getrennt werden kann? Rechne mit der Kleinwinkelnäherung.
d) Wie ändert sich das Auflösungsvermögen des Mikroskops aus c), wenn man den Raum zwischen Objekt und Objektiv mit einem Immersionsöl der Brechzahl n = 1,5 füllt? Verwende das Brechungsgesetz mit der Kleinwinkelnäherung in der Form β = n·β‘.
e) Begründe mit Hilfe einer Doppelspaltbetrachtung, warum ein Objekt mit einer Ausdehnung von weniger als 400 nm mit einem Lichtmikroskop grundsätzlich nicht mehr von seiner Umgebung getrennt werden kann.
f) Wie große ist das Auflösungsvermögen eines Elektronenmikroskops mit einer Materiewellenlänge der Elektronen von λ = 2 nm, wenn der Detektor 1 mm vom Objekt entfernt ist und in einen quadratischen Bereich von 10 mm Seitenlänge über dem Objekt abtastet?







Aufgabe 31: Überlagerung von Beugungsbildern

Ein Laser sendet kohärentes Licht mit einer Wellenlänge 550 nm durch ein Gitter mit 500 Strichen pro Millimeter auf einen 40 cm entfernten und 30 cm breiten Schirm.
a) Berechne den Abstand des Maximums 1. Ordnung auf dem Schirm von der optischen Achse.
b) Für welche Farben bzw. Wellenlängen ist das Maximum 1. Ordnung auf diesem Schirm noch zu sehen?
c) Unter welchem Winkel erscheint das Maximum 3. Ordnung?
d) Auf welche Entfernung muss man den Schirm heranschieben, um das Maximum 3. Ordnung beobachten zu können?
e) Warum kann man mit dieser Anordnung das Maximum 4. Ordnung nicht beobachten?
f) Für welche Wellenlängen lässt sich das Maximum 4. Ordnung mit diesem Gitter noch beobachten und welche Form muss der Schirm haben, um auch Ablenkwinkel bis 90° zu erfassen? Begründe mit Hilfe einer Skizze.
g) Welche Breite haben die Striche, wenn die Maxima 3. Ordnung nicht mehr zu sehen sind?
h) Welche Breite haben die Striche, wenn die Maxima 1. Ordnung nicht mehr zu sehen sind. Skizziere diesen Fall.

Aufgabe 32: Stehende Wellen

a) Heinrich Hertz erzeugte 1886 die 20 Jahre zuvor von James Maxwell vorhergesagten Radiowellen als stehende Wellen mit einem Knotenabstand von 4,8 m zwischen dem Sender und einer Metallplatte. Welche Frequenz hatte sein Sender?
b) Klara hat ein Springseil an den Apfelbaum gebunden und hält es so gespannt, dass sich eine Handbewegung mit 3 Metern pro Sekunde entlang des frei hängenden Seils fortpflanzt. In welcher Entfernung muss Klara das Seil festhalten, wenn sie ihre Hand zweimal pro Sekunde auf und ab bewegt und ihrem Bruder eine stehende Welle mit drei Bäuchen zeigen will?
c) Eine 50 m lange Hängebrücke fängt im Wind an zu schwingen, wobei zwei Wellenbäuche zu beobachten sind, die in einer Sekunde auf und ab schwingen. Wie schnell breiten sich die Schwingung entlang der Hängebrücke aus und mit welchen Maßnahmen könnte man diese gefährliche stehende Welle bzw. Eigenschwingung schnell dämpfen?

4.2. Lösungen zu den Aufgaben zu Wellen

Aufgabe 1: Wellengleichung

a) $T = \frac{\lambda}{c} = 2$ µs und $f = \frac{1}{T} = 500$ kHz b) $\lambda = c \cdot T = 600$ nm und $f = \frac{1}{T} = 5 \cdot 10^{14}$ Hz c) $c = \frac{\lambda}{T} = 1 \frac{m}{s}$ d) $\lambda = \frac{c}{f} = 75$ cm

Aufgabe 2: Wellengleichung

a) $T = 4$ s und $f = \frac{1}{T} = 0{,}25$ Hz b) $\lambda = c \cdot T = 12$ m c) $t_0 = \frac{x}{c} = 40$ s

d) Mit $y_0 = 10$ cm und $\omega = 2\pi f = \frac{\pi}{2}\,s^{-1}$ erhält man $y(120\text{ m}; 50\text{ s}) = y_0 \cdot \sin[\omega(t - t_0)] = 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}(50-40)\right)\text{cm} = 0$.

Aufgabe 3: Wellengleichung

a) $T = \frac{c}{\lambda} = 0{,}1$ s und $f = \frac{1}{T} = 10$ Hz

b) $t_0 = \frac{x}{c} = 3$ s

c) $y(x; t) = y_0 \cdot \sin\left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = 12 \cdot \sin\left[20\pi \cdot \left(t \cdot s^{-1} - \frac{x}{5} \cdot m^{-1}\right)\right]\text{cm}$

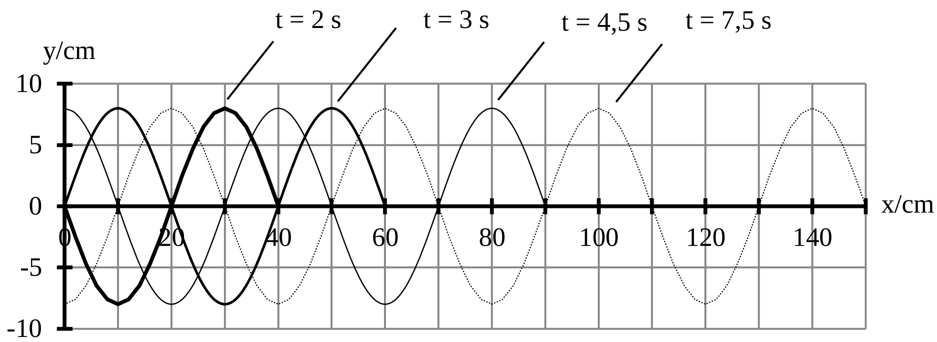
d) $y(8\text{ m}; 5\text{ s}) = y(8\text{ m}; 5\tfrac{1}{4}\text{ s}) = 0$ und $y(8\text{ m}; 5\tfrac{1}{3}\text{ s}) \approx 10{,}4$ cm.

Aufgabe 4: Wellengleichung

a) $\omega = \pi \cdot \text{Hz} \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}5\text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = 2$ s und $\lambda = c \cdot T = 40$ cm.

b) $y(x; t) = y_0 \cdot \sin\left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = 8 \cdot \sin\left[\pi \cdot \left(t \cdot s^{-1} - 5x \cdot m^{-1}\right)\right]\text{cm}$

c) Zeichnung:



d) $y(30\text{ cm}; t) = 8 \cdot \mathbf{cos}(\pi \cdot t \cdot s^{-1})$ cm; $y(80\text{ cm}; t) = 8 \cdot \mathbf{sin}(\pi \cdot t \cdot s^{-1})$ cm und $y(100\text{ cm}; t) = -8 \cdot \mathbf{sin}(\pi \cdot t \cdot s^{-1})$ cm.

Aufgabe 5: Erzeugung elektromagnetischer Wellen

a) $\nu = \frac{c}{\lambda} = 30$ GHz.

b) Wegen $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ muss gelten $L = \frac{1}{2\pi\nu} \approx 5{,}3$ pH und entsprechend $C \approx 5{,}3$ pF.

c) Aus $0 = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}mv^2 + U \cdot Q$ erhält man die maximale Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{-2UQ}{m}} \approx 4{,}2 \cdot 10^7$ m/s.

d) Mit $\frac{v}{c} \approx 0{,}15$ erhält man $\frac{\Delta m}{m} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 = 1{,}14$ %

e) Aus $F_Z = F_B \Leftrightarrow \frac{mv^2}{r} = Q \cdot v \cdot B$ erhält man $B = \frac{mv}{Qr} = \sqrt{\frac{2Um}{Qr^2}} \approx 11{,}9 \cdot \text{mT}$.

f) Aus $B \cdot l = \mu_0 \cdot n \cdot I$ ergibt sich $I = \frac{B \cdot l}{\mu_0 \cdot n} = 0{,}47$ A.

Aufgabe 6: Polarimetrie

a) Aufbau mit Lichtquelle, Polarisator, Probenrohr, Analysator

b) D-2-Butanol = $C_4H_{10}O \Rightarrow c = 1$ mol/l = 74 g/l = 0,074 g/cm$^3 \Rightarrow \alpha = +1{,}35\,°$

c) L-Weinsäure = $C_4H_6O_6$ mit M = 150 g/mol $\Rightarrow$ c = 1 mol/l

d) $\alpha = +0{,}75\,°$

e) $\alpha = 0\,°$, da die Konzentration der beiden Isomeren gleich ist und die Drehung der L-Weinsäuremoleküle durch die Drehung der D-Weinsäuremoleküle aufgehoben wird.

f) D-Glucose = $C_6H_{12}O_6$ mit M = 180 g/Mol $\Rightarrow [\alpha]_D^{20} = 52{,}6\,°\ \mathrm{cm^3 \cdot g^{-1} \cdot dm^{-1}}$

g) Probenrohrlänge = 0,8 dm $\Rightarrow$ c = 0,45 g/ml = 450 g/l = 3 mol/l

h) $\alpha = -3°$

Aufgabe 7: Dopplereffekt

Bewegter Sender Periodendauer $T' = \frac{\lambda'}{c} = \frac{\lambda \pm v\cdot T}{c} = \frac{\lambda}{c} \pm \frac{v\cdot T}{c} = T \pm \frac{v}{c}\cdot T = T\cdot\left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$

Frequenz $f' = \frac{1}{T'} = \frac{1}{T\cdot\left(1\pm\frac{v}{c}\right)} = \frac{\frac{1}{T}}{1\pm\frac{v}{c}} = \frac{f}{1\pm\frac{v}{c}}$.

Bewegter Empfänger: Frequenz $f' = \frac{c'}{\lambda} = \frac{c\pm v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} \pm \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} \pm \frac{c\cdot v}{c\cdot\lambda} = \frac{c}{\lambda}\cdot\left(1\pm\frac{v}{c}\right) = f\cdot\left(1\pm\frac{v}{c}\right)$

Periodendauer $T' = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f\cdot\left(1\pm\frac{v}{c}\right)} = \frac{\frac{1}{f}}{1\pm\frac{v}{c}} = \frac{T}{1\pm\frac{v}{c}}$.

Aufgabe 8: Dopplereffekt

a) v = c = 340 m/s b) v = 170 m/s

Aufgabe 9: Dopplereffekt

a) v = 170 m/s b) v = c = 340 m/s

Aufgabe 10: Dopplereffekt

Sei f die Frequenz des Martinshorns, dann ist $f' = \frac{f}{1-\frac{v}{c}}$ die Frequenz des ankommenden und $f'' = \frac{f}{1+\frac{v}{c}}$ die Frequenz des wegfahrenden Krankenwagens. Daraus folgt $\frac{5}{4} = \frac{f'}{f''} = \frac{c+v}{c-v} \Leftrightarrow v = c\cdot\frac{\frac{f''}{f}-1}{\frac{f''}{f}+1} = \frac{340}{9}\ \frac{m}{s} \approx 37{,}78\ \frac{m}{s} \approx 105$ km/h.

Aufgabe 11: Dopplereffekt

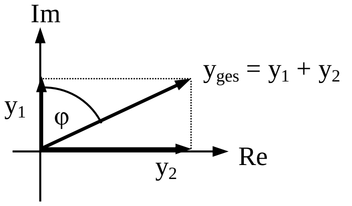
a) $f' = f\cdot\left(1+\frac{v}{c}\right)$ b) $f'' = \frac{f'}{1-\frac{v}{c}} = f\cdot\frac{c+v}{c-v}$ c) $v = c\cdot\frac{\frac{f''}{f}-1}{\frac{f''}{f}+1} \approx \frac{c}{2}\cdot\left(\frac{f''}{f}-1\right)$ d) v = 30 m/s = 96 km/h

Aufgabe 12: Interferenz

a) Amplitude $y_0 = \sqrt{y_{01}^2 + y_{02}^2} = \sqrt{5}$

Phasenverschiebung $\varphi_0 = \arctan\left(\frac{2}{1}\right) \approx 63{,}4°$

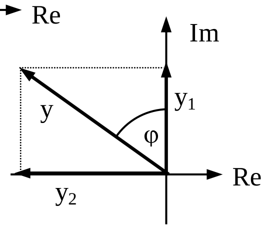
$\Rightarrow y(x;t) = \sqrt{5}\cdot\sin[\omega(t-\frac{x}{c}) + 63{,}4°]$ (Welle läuft vor y_1)



b) Amplitude $y_0 = \frac{3}{2}\sqrt{2} = 5$

Phasenverschiebung $\varphi_0 = \arctan\left(-\frac{4}{3}\right) \approx -53{,}1°$

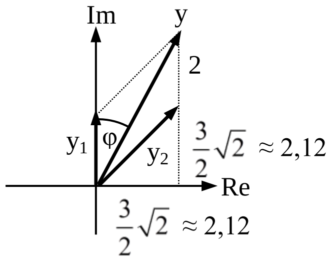
$\Rightarrow y(x;t) = \sqrt{5}\cdot\sin[\omega(t-\frac{x}{c}) - 53{,}1°]$ (Welle läuft nach y_1)



c) Amplitude $y_0 \approx \sqrt{4{,}12^2 + 4{,}5} \approx 4{,}64$

Phasenverschiebung $\varphi_0 = \arctan\left(\frac{2{,}12}{4{,}12}\right) \approx 27{,}2°$

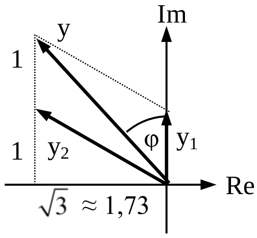
$\Rightarrow y(x;t) \approx 4{,}64 \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c}) + 27{,}2°]$ (Welle läuft vor y_1)



d) Amplitude $y_0 \approx \sqrt{3+4} = \sqrt{7}$

Phasenverschiebung $\varphi_0 = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 40{,}9°$

$\Rightarrow y(x;t) \approx \sqrt{7} \cdot \sin[\omega(t - \frac{x}{c}) + 40{,}9°]$ (Welle läuft vor y_1)

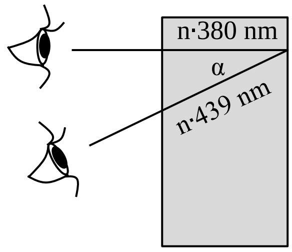


Aufgabe 13: Interferenz

a) Aus $d = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ ergibt sich $\lambda = \frac{4000\,\text{nm}}{n}$ = 400 nm, 444 nm, 500 nm, 571 nm, 666 nm.

b) Aus $d = \frac{n \cdot \lambda}{2}$ ergibt sich d = n·250 nm = 1000 nm; 1250 nm; 1500 nm; 1750 nm; 2000 nm.

c) Der Blickwinkel zur Senkrechten ist $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{380}{439}\right) \approx 30°$.



Aufgabe 14: Reflexion und Brechung

siehe Theorie

Aufgabe 15: Reflexion und Brechung

a) Das blaue Licht wird durch Beugung abgelenkt, das rote Licht kommt durch

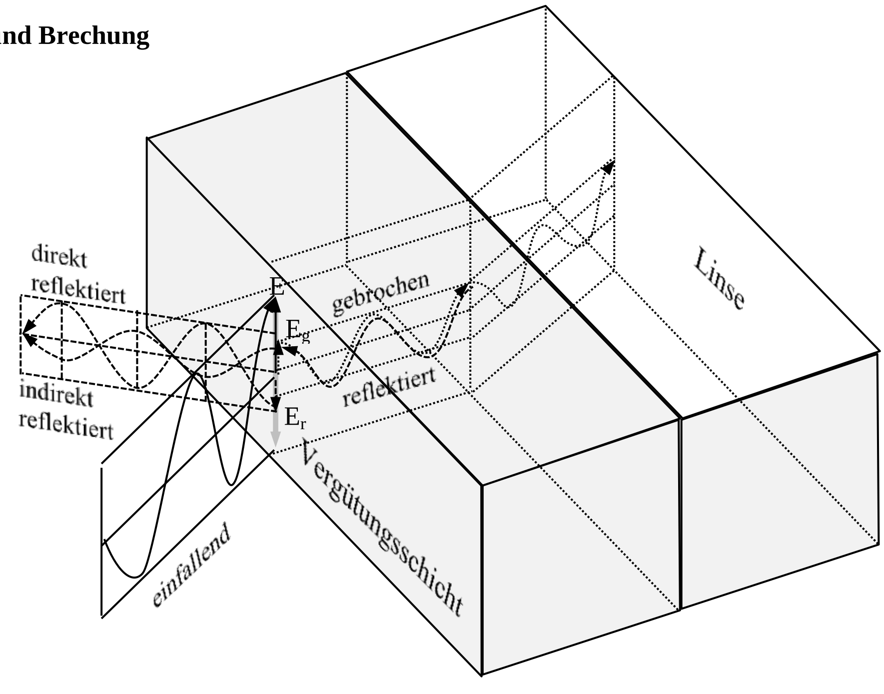
b) Das Blau des Himmels ist ausschließlich gebrochenes Licht. Daher steigt der Anteil des blauen Lichtes, je weiter man von der Sonne wegblickt.

c) Das indirekte Himmelsblau ist rechts und links von der Sonne senkrecht polarisiert (Richtung der elektrischen Feldvektoren) und so müssen auch die Streifen orientiert sein. Sie lassen dann praktisch das gesamte indirekte Licht durch und halten einen großen Teil des direkten Lichtes auf.

Aufgabe 16: Phasenwechsel bei Reflexion und Brechung

a) Der gebrochene Wellenzug wird am Übergang zum dünneren (d.h. schnelleren) Medium **ohne Phasensprung indirekt reflektiert** und interferiert in diesem Fall nach vier ganzen Wellenlängen mit dem am dichteren Medium der Vergütungs-schicht **mit Phasensprung direkt reflektierten** Wellenzug.

b) Der **Phasenunterschied von einer halben Wellenlänge** führt aufgrund der unterschiedlichen Intensität (Amplitude) nicht zur Auslöschung, aber immerhin zur Schwächung der Reflexion.



Aufgabe 17: Phasenwechsel bei Reflexion und Brechung

a) An der senkrechten Kaimauer werden die **Wasserwellen ohne** Phasensprung reflektiert, weil sie keine Erreger mit passender Eigenfrequenz besitzt und daher paradoxerweise für die Welle wie ein Vakuum erscheint!

b) Ebenso werden **Schallwellen** an festen und flüssigen Körpern **ohne** Phasensprung reflektiert, weil die Schallgeschwindigkeit in diesen Körpern wesentlich **größer** ist.

c) Elektromagnetische Wellen hingegen werden an Stahlwänden **mit** Phasensprung reflektiert, weil die Ausbreitungsgeschwindigkeit in diesen Körpern wesentlich **geringer** ist.

Aufgabe 18: Reflexion und Brechung mit Billiardkugeln

$\cos(30°) = \frac{1}{2}$ und $\cos(60°) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow v_{1y} = \frac{1}{2} v_1$; $v_{1x} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, v_1$; $v_{2y} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, v_2$; $v_{2x} = \frac{1}{2} v_2$

1. **Impulserhaltung in x-Richtung**: $50\sqrt{3} \cdot v_1 + 50 \cdot v_2 = 100 v_0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot v_1 + v_2 = 2v_0$
2. **Impulserhaltung in y-Richtung** $50 \cdot v_1 = 50\sqrt{3}\, v_2 \Leftrightarrow v_1 = \sqrt{3}\, v_2 \Rightarrow 4v_2 = 2v_0 \Rightarrow v_2 = \frac{1}{2} v_0$ und $v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\, v_0$
3. **Energieerhaltung** $50v_1^2 + 50v_2^2 = 50v_0 \Leftrightarrow v_1^2 + v_2^2 = v_0^2$

Aufgabe 19: Michelson-Interferometer

a) Bei einer Verschiebung des Spiegels um 5 µm ändert sich die Weglänge infolge der Reflektion um die doppelte Strecke s = 10 µm. Jede Hell-Dunkel-Periode entspricht einer Wellenlänge, so dass $\lambda = \frac{10\,\mu m}{16}$ = 625 nm.

b) Die Weglänge ändert sich um 12 µm pro Sekunde, so dass man $\frac{12\,\mu m}{633\,nm} \approx$ 19 Hell-Dunkel-Perioden beobachtet.

c) Die Wellenlänge verringert sich durch die Herabsetzung der Lichtgeschwindigkeit in der Luft auf $\lambda_{Luft} = \frac{\lambda}{n_{Luft}} \approx$ 588,82 nm, so dass anstelle der $\frac{s}{\lambda} = \frac{10\,cm}{589\,nm} \approx$ 169 779 Wellenlängen im Vakuum jetzt $\frac{s}{\lambda_{Luft}} = n_{Luft} \cdot \frac{s}{\lambda} \approx$ 169 830 Wellenlängen in den Vakuumbehälter passen. Man beobachtet beim Einfüllen also 51 Hell-Dunkel-Perioden.

Aufgabe 20: Mach-Zehnder-Interferometer

Strahl	$\Delta\varphi(D_A)$	$\Delta\varphi(S_1)$	$\Delta\varphi(S_2)$	$\Delta\varphi(D_B)$	Phasendifferenz $\Delta\varphi_{ges}$	Bildschirm
(1;1)	π	π	0	0	2π	hell
(2;1)	0	0	π	π	2π	
(1;2)	π	π	0	0	2π	dunkel
(2;2)	0	0	π	0	π	

a) Im Vakuum passen $\frac{d}{\lambda_0} = \frac{1000\,000\,nm}{500\,nm}$ = 2000 Wellenlängen in die Küvette. Mit Inhalt sind es nur noch $\frac{d}{\lambda}$ = 1471.

Die Brechzahl ist also $n = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{2000}{1471} \approx 1{,}36$. Laut Tabelle könnte es sich um Ethanol handeln.

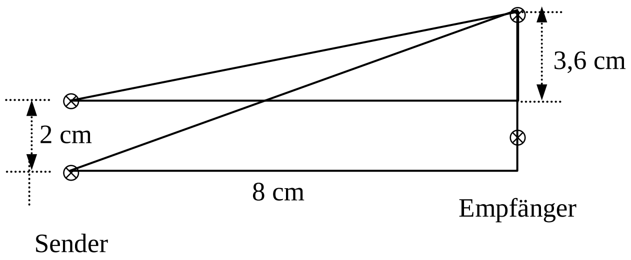
b) Im Vakuum passen $\frac{d}{\lambda_0} = \frac{100\,000\,000\,nm}{633\,nm}$ = 157 978 Wellenlängen in die Küvette. Mit Gas sind es $\frac{d}{\lambda}$ = 157 935.

Die Brechzahl ist also $n = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{157\,978}{157\,935} \approx 1{,}00027$ und laut Tabelle könnte es sich um Luft handeln.

c) Im Vakuum passen $\frac{d}{\lambda_0} = \frac{5\,000\,000\,nm}{589\,nm}$ = 8489 Wellenlängen in die Küvette. Mit Gas sind es nur noch $\frac{d}{\lambda}$ = 8463,5.

Die Brechzahl ist also $n = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{8489}{8463{,}5} \approx 1{,}00030$ und es könnte sich um Luft mit erhöhtem CO_2-Gehalt handeln.

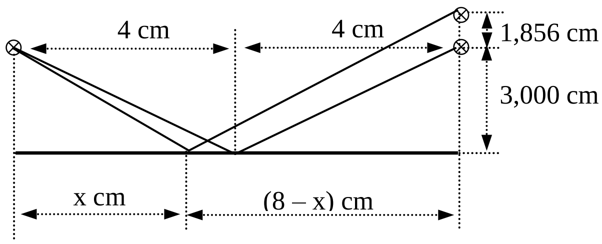
Aufgabe 21: Reflexion und Beugung polarisierter Wellen



a) Da die Wege von den beiden Sendern zum **unteren** Empfänger gleich lang sind, kommen die Wellen dort gleichphasig an und verstärken sich gegenseitig
Die Wege zum **oberen** Empfänger unterscheiden sich um Δs = $\sqrt{8^2+5{,}6^2} - \sqrt{8^2+3{,}6^2} \approx$ 9,77 cm – 8 77 cm = 1 cm = λ und verstärken sich ebenfalls

b) Es findet kein Empfang mehr statt, da die Wellen des Dipols linear polarisiert sind: das E-Feld ist senkrecht zur Zeichenebene und kann in Objekten, die in der Zeichenebene liegen, keine Ladungen verschieben. Das B-Feld ist parallel zur Zeichenebene und kann nur Ströme senkrecht zur Zeichenebene induzieren

c) Der Gangunterschied zum unteren Empfänger ist nach Reflektion genau in der Mitte der Platte
$\Delta s = \sqrt{3^2+4^2} + \sqrt{3^2+4^2}$ - 8 cm = 10 cm – 8 cm = 2 cm = 2λ und führt daher zu gegenseitiger Verstärkung.



d) Aufgrund des Reflexionsgesetzes sind die beiden rechtwinkligen Dreiecke unter dem einfallenden und dem ausfallenden Strahl ähnlich und nach dem Strahlensatz gilt $\frac{x}{3} = \frac{8-x}{4,856} \Leftrightarrow 7,856x = 24 \Leftrightarrow x \approx 3,055$ cm. Der Gangunterschied ist diesmal $\Delta s \approx \sqrt{3^2+3,055^2} + \sqrt{4,945^2+4,856^2} - \sqrt{8^2+1,856^2}$ cm ≈ 4,282 cm + 6,931 cm – 8,212 cm = 3,001 cm ≈ 3λ und führt daher wieder zu gegenseitiger Verstärkung. (siehe Skizze).

Aufgabe 22: Beugung am Doppelspalt: a) $d_1 = a\cdot\frac{\lambda}{g} = 16$ mm b) $\lambda = g\cdot\frac{d_1}{a} = 500$ nm c) $g = \lambda\cdot\frac{a}{d_1} = 10$ µm.

Aufgabe 23: Beugung am Gitter: a) 3 Nebenmaxima durch 3 zusätzliche Spalte, also 5 Spalte insgesamt. b) siehe Skript

Aufgabe 24: Beugung am Gitter: $\alpha_1 = 0,312°$; $\alpha_5 = 1,56°$ und $\alpha_{10} = 3,12°$.

Aufgabe 25: Beugung am Gitter: $\Delta d_1 = d_{rot} - d_{violett} = \frac{a}{g}(\lambda_{rot} - \lambda_{violett}) \Rightarrow a = \frac{\Delta d\cdot g}{\lambda_{rot}-\lambda_{violett}} \approx 3,08$ m

Aufgabe 26: Beugung am Gitter: $k\cdot\frac{\lambda}{g} < \tan(30°) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow k < \frac{g}{\sqrt{3}\cdot\lambda} \approx 18,24 \Rightarrow$ bis zur 18. Ordnung.

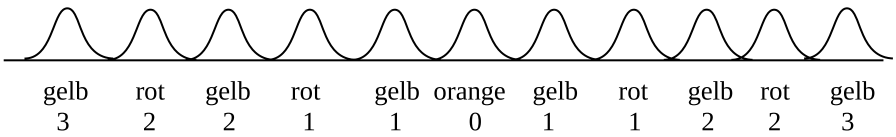
Aufgabe 27 Beugung am Gitter:

a) $\alpha_k = \sin^{-1}\left(\frac{k\cdot\lambda}{g}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{k\cdot\lambda\cdot 530}{1000000}\right)$ für λ in nm ⇒

λ	α_1	α_2	α_3
gelb 589 nm	18,1°	38,6°	69,4°
rot 819 nm	25,7°	60,2°	-

b) $\alpha_{3gelb} = \tan^{-1}\left(\frac{d_{3gelb}}{a}\right) \Rightarrow a \geq d_{3gelb}\cdot\tan(\alpha_{3gelb}) = 25\text{ cm}\cdot\tan(69,4°) = 66,5$ cm.

c) Skizze (nicht maßstabsgerecht)



Aufgabe 28: Röntgenbeugung

a) Aus der Bragg-Bedingung $\sin(\alpha_k) = \frac{k\cdot\lambda}{2d}$ erhält man die Winkel $\varphi_1 = 8,67°$, $\varphi_2 = 17,6°$ und $\varphi_3 = 26,9°$.

b) Aus der Bragg-Bedingung $\sin(\alpha_k) = \frac{k\cdot\lambda}{2d}$ erhält man für $\varphi_1 = 15°$ und $\varphi_2 = 16°$ die Werte $\lambda_1 = 145$ pm und $\lambda_2 = 155$ pm.

Aufgabe 29: Beugung am Einzelspalt und am Doppelspalt

a) Das 1. Hauptmaximum des Einzelspaltes hat den Abstand $d_{ES\,Max1} = a\cdot\frac{1,5\cdot\lambda}{b} = 1,05$ mm von der optischen Achse.

b) Die 1. Minima der beiden Einzelspalte haben den hundertfachen Abstand $d_{ES\,Min1} = a\cdot\frac{1,5\cdot\lambda}{b} = 105$ mm von der optischen Achse und beeinflussen die ersten 10 Maxima $d_{DS\,Max1} = a\cdot\frac{k\cdot\lambda}{g}$ in den Abständen 7 mm, 14 mm, 21 mm,… nicht!

c) Wenn die Maxima bzw. Minima im Abstand $\Delta d = a\cdot\frac{1\cdot\lambda}{b} = 1\text{ m}\cdot\frac{600\text{ nm}}{b} = 1$ cm liegen, ist die Dicke b = 60 µm.

Aufgabe 30: Auflösungsvermögen

a) $b = \frac{3600 \cdot 180}{\pi} \cdot 1{,}22 \cdot \lambda \approx 13{,}8$ cm

b) $\alpha = 1{,}22 \frac{\lambda}{b} \approx 0{,}17°$

c) Das Objektiv erzeugt einen Beugungsring mit dem Öffnungswinkel $\alpha_1 \approx \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{b}$. Die beiden Beugungsringe der Grenzen des Objekts werden nur getrennt, wenn es unter dem Betrachtungswinkel $\beta = \frac{d}{a}$ erscheint, der **größer** als α_1 ist, d.h., wenn

$\frac{d}{a} \geq \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{b} \Leftrightarrow d \geq a \cdot \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{b} = 844$ nm.

Alternatives Argument: Um das Objekt erkennen zu können, muss das 1. Maximum des durch die Objektgrenzen gebildeten Doppelspaltes noch auf dem Objektiv zu sehen sein, d.h.

$\frac{b}{2a} \geq \frac{\lambda}{d} \Leftrightarrow d \geq 2a \cdot \frac{\lambda}{b} = 800$ nm.

Die Differenz der Abschätzungen ergibt sich aus der Kleinwinkelnäherung, die bei $\alpha_1 = 45°$ nicht mehr sehr genau ist!

d) Durch das Immersionsöl verringert sich der Betrachtungswinkel nach dem Brechungsgesetz auf $\beta' \approx \frac{\beta}{1{,}5} \approx \frac{D}{1{,}5 \cdot G}$, so dass aus $\beta' \geq \alpha_1$ folgt $d \geq a \cdot \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{1{,}5 \cdot b} \approx 563$ nm.

e) Um das Objekt erkennen zu können, muss das 1. Maximum des durch die Objektgrenzen gebildeten Doppelspaltes noch auf dem Objektiv zu sehen sein, d.h $\alpha_1 < 90° \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{\lambda}{d} < 1 \Leftrightarrow \lambda < g$.

f) Das 1. Maximum des durch die Objektgrenzen gebildeten Doppelspaltes mit $\sin(\alpha_1) = \frac{\lambda}{d}$ muss noch vom Detektor erfasst werden, d.h. $\tan(\alpha_1) \leq \frac{1\,\text{mm}}{5\,\text{mm}} = 0{,}2 \Leftrightarrow \alpha_1 \leq \tan^{-1}(0{,}2) \approx 11{,}3°$. Damit erhält man $d \geq \frac{\lambda}{\sin(\alpha_1)} = \frac{2\,\text{nm}}{\sin(11{,}3°)} \approx 10$ nm.

Aufgabe 31: Überlagerung von Beugungsbildern

a) Die Gitterkonstante ist $g = \frac{1}{500}$ mm = 2000 nm. Mit $\frac{k \cdot \lambda}{g} = \frac{d_k}{a}$ ergibt sich $d_1 = a \cdot \frac{\lambda}{g} = 10$ cm.

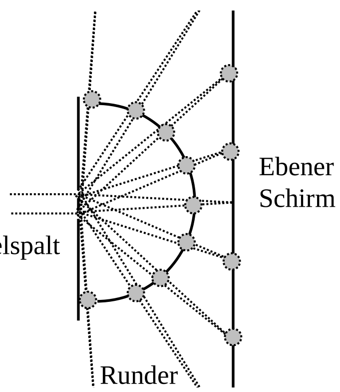
b) Die maximale Wellenlänge mit $d_1 = 15$ cm ist $\lambda \leq g \cdot \frac{d_1}{a} = 750$ nm.

c) Mit $\frac{k \cdot \lambda}{g} = \sin(\alpha_k)$ ergibt sich $\alpha_3 = \sin^{-1}\left(\frac{3 \cdot \lambda}{g}\right) \approx 55{,}58°$

d) Mit $\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{a}$ und $d_3 = 15$ cm ergibt sich $a = \frac{a}{\tan \alpha_3} = 27{,}41$ cm

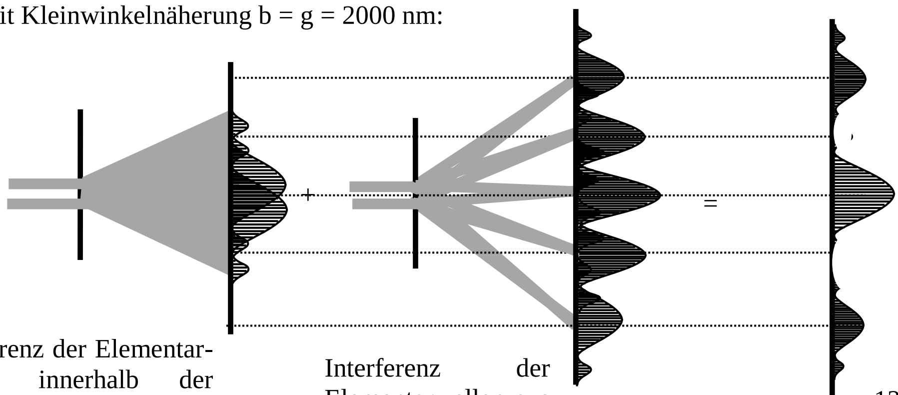
e) Wegen $4\lambda > g$ ist ein Maximum 4. Ordnung nicht mehr zu sehen.

f) Aus $4\lambda < g$ folgt $\lambda < \frac{g}{4} = 500$ nm mit einem **halbkreisförmigen** Schirm, der auch Ablenkwinkel von 90° abbildet. (siehe rechts)



g) Aus $\frac{1 \cdot \lambda}{b}$ $\alpha_{1Spalt} = \alpha_{3Gitter} = \frac{3 \cdot \lambda}{g}$ folgt mit Kleinwinkelnäherung $b = \frac{g}{3} = 666$ nm.

h) Aus $\frac{1 \cdot \lambda}{b}$ $\alpha_{1Spalt} = \alpha_{1Gitter} = \frac{1 \cdot \lambda}{g}$ folgt mit Kleinwinkelnäherung b = g = 2000 nm:



Interferenz der Elementarwellen innerhalb der Einzelspalte

Interferenz der Elementarwellen aus zwei verschiedenen Einzelspalten

Aufgabe 32: Stehende Wellen:

a) $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 4{,}8}$ Hz = 31 MHz

b) $\ell = 1{,}5 \cdot \lambda = 1{,}5 \cdot \frac{c}{f} = \frac{1{,}5 \cdot 3}{2}$ m = 2,25 m

c) $c = \lambda \cdot f = 50 \frac{m}{s}$, Spannung ändern!