

4.3. Aufgaben zur Quantenphysik

Aufgabe 1: Äußerer Photoeffekt

Berechne die Wellenlänge eines handelsüblichen Kleinröntengerätes für Kieferaufnahmen mit einer Beschleunigungsspannung von 65 kV

Aufgabe 2: Äußerer Photoeffekt

Die **Austrittsarbeit eines Metalls** ist geringer als die Ionisierungsenergie, da sie sich auf das freie Elektronengas beziehen, welches ein höheres Potential als die gebundenen Elektronen der einzelnen Atome hat. Sie stark abhängig von der **Temperatur** und der **Kristallmodifikation**. Die folgende Tabelle gibt einige Anhaltswerte:

Austrittsarbeit E_A und Wellenlängengrenze einiger Metalle in eV

Rb	Cs	Li	K	Na	Ba	Ta	Al	Cu	Ti	Zn	Ag	W	Au	Ni
2,13	2,14	2,2	2,25	2,28	2,5	4,19	4,2	4,3	4,33	4,34	4,5	4,6	5,0	5,0

Welche Materialien kämen gemäß der Tabelle für die Photozelle in Betracht, wenn sie gelbes Licht mit $\lambda = 580$ nm nach dem äußeren Photoeffekt erfassen soll?

Aufgabe 3: Äußerer Photoeffekt

Eine Photozelle mit Rubidiumkathode wird mit einem Kondensator verbunden und mit Licht aus einer Cadmiumdampf Lampe bestrahlt. Bei Verwendung von rotem Licht der Wellenlänge $\lambda = 643$ nm ist keine Spannung zu messen. Auch die Erhöhung der Intensität bewirkt keine Veränderung. Bei Bestrahlung mit blauem Licht der Wellenlänge $\lambda = 480$ nm wird der Kondensator mit einer Spannung von $U = 0,46$ V geladen.

- Skizziere den Aufbau
- Berechne die Austrittsarbeit von Rubidium in eV und in KJ/Mol.
- Berechne die Spannung bei grünem Licht von $\lambda = 508$ nm.
- Erläutere, wie sich die Erhöhung der Intensität auf den Ladevorgang und die Spannung des Kondensators auswirkt.

Aufgabe 4: Äußerer Photoeffekt

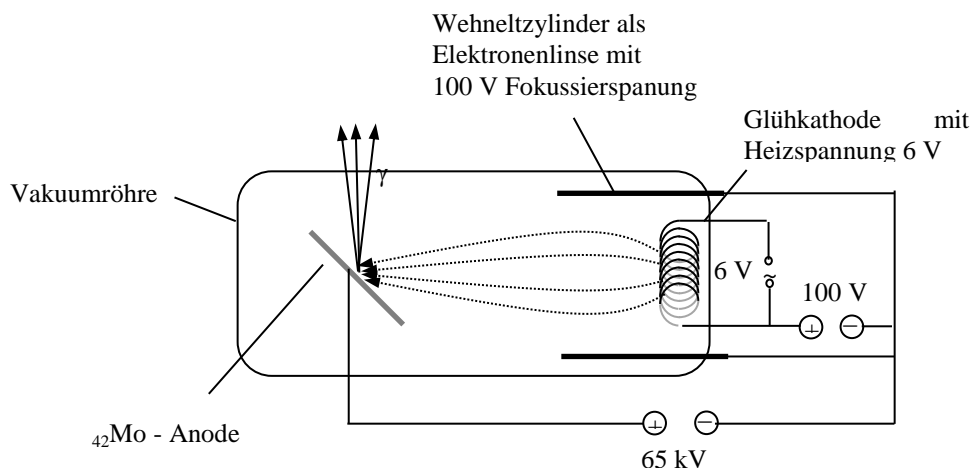
Zur Untersuchung des Stoffwechsels wird u.a. die sogenannte Nuklearmedizin eingesetzt. Dabei wird der Patientin das angeregte Isotop Technetium $^{99m}_{43}\text{Tc}$ mit $T_{1/2} = 6$ h gespritzt, welches aufgrund seiner Verwandtschaft den Weg des Eisens $^{56}_{26}\text{Fe}$ im Körper nachverfolgt. Die γ -Strahlen des Isotops erzeugen in einem speziellen Kristall der Kamera sichtbare Lichtblitze, welche durch eine Photozelle erfasst werden können.

- Erkläre, mit welcher elektrischen Messgröße die Konzentration des Technetiums erfasst werden kann.
- Welche Geschwindigkeit haben die ausgelösten Photoelektronen, wenn Cäsium mit einem gelben Lichtblitz von $\lambda = 550$ nm bestrahlt wird?

Aufgabe 5: Röntgenröhre

Für die sogenannte Mammographie zur Untersuchung auf Brustkrebs wird eine möglichst geringe Strahlungsenergie angestrebt, um auch Weichteile optisch aufzulösen und die Strahlungsbelastung zu minimieren. Die meisten Geräte verwenden Elektronen, welche mit 25 – 30 kV beschleunigt und auf einen Anodenteller aus Molybdän geschossen werden. Dort schlagen sie Elektronen aus dem untersten K-Niveau heraus. Die Lücken werden durch „Herabfallen“ von Elektronen aus dem darüber liegenden L-Niveau aufgefüllt, wobei relativ „weiche“ Röntgenstrahlung mit $\lambda = 71,4$ pm freigesetzt wird.

- Erläutere die Funktion der Heizspannung, des Wehneltzylinders sowie der Vakuumröhre.
- Berechne die Energiedifferenz zwischen den K- und L-Niveaux des Molybdänatoms.

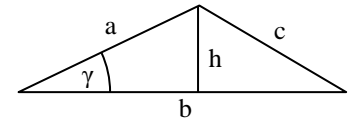


Aufgabe 6: Comptoneffekt

Ein UV-Quant mit der Wellenlänge $\lambda = 100 \text{ pm}$ trifft auf ein ruhendes Elektron und wird dadurch um $\alpha = 70^\circ$ von seiner Ausbreitungsrichtung abgelenkt. Der abgelenkte Röntgenstrahl hat eine Wellenlänge von $\lambda' = 101,60 \text{ pm}$.

(Die Abnahme $\Delta\lambda = \lambda_e \text{ pm} \cdot (1 - \cos(\alpha))$ mit der **Compton-Wellenlänge** $\lambda_e \approx 2,43 \text{ pm}$ im Fall gestreuter **Elektronen** kann man mit Hilfe der Energie- und Impulserhaltung unter Berücksichtigung der relativistischen Massenzunahme des Elektrons bei hohen Geschwindigkeiten berechnen. Das ist hier nicht verlangt!)

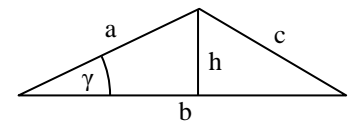
- Berechne die Impulse p des einlaufenden und p' des auslaufenden Röntgenquants.
- Zeige, dass das Elektron nach dem Stoß einen Impuls $p_e = 2,895 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$ besitzt. Verwende den Kosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$. (siehe rechts)
- Berechne die Geschwindigkeit des gestreuten Elektrons.



Aufgabe 7: Comptoneffekt

Ein Röntgenquant mit der Wellenlänge $\lambda = 2 \text{ pm}$ trifft auf ein ruhendes Elektron und wird dadurch um $\alpha = 60^\circ$ von seiner Ausbreitungsrichtung abgelenkt. Der abgelenkte Röntgenstrahl hat eine Wellenlänge von $\lambda' = 3,21 \text{ pm}$.

- Berechne die Impulse p des einlaufenden und p' des auslaufenden Röntgenquants.
- Zeige, dass das Elektron nach dem Stoß einen Impuls $p_e = 2,895 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$ besitzt. Verwende den Kosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)$. (siehe rechts)
- Berechne den Streuwinkel β des Elektrons bezogen auf die ursprüngliche Ausbreitungsrichtung des Röntgenstrahls nach dem Stoß. Berechne zunächst die Höhe h und verwende dann die Kosinusfunktion.
- Das Elektron wird durch den Stoß fast auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt, so dass die relativistische Massenzunahme



berücksichtigt werden muss: Die Ruhemasse m_e wächst bei sehr hohen Geschwindigkeiten v auf $\frac{m_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ und der Impuls

ist dann $p = \frac{m_e \cdot v}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$. Löse diese Gleichung nach v auf und zeige, dass $v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{m \cdot c}{p}\right)^2}}$

- Berechne die Geschwindigkeit v_e des Elektrons nach dem Stoß.

Aufgabe 8: De-Broglie-Materiewellen

- Berechne die de-Broglie-Wellenlänge eines mit 7 kV beschleunigten Elektrons in einem altem Fernsehapparat.
- Bestimme die Abstände der Beugungsmaxima auf dem 20 cm entfernten Schirm, wenn es durch eine 0,1 mm breite Blende fliegt.

Aufgabe 9: De-Broglie-Materiewellen

Interferenzbilder lassen sich nicht nur mit Elektronen, sondern auch mit wesentlich größeren Teilchen erzeugen. Im Jahr 1995 gelang dies an der Universität Innsbruck mit Argonatomen ^{40}Ar , die man bei 800°C aus einem Behälter entweichen ließ. Die mittlere kinetische Energie von Teilchen der Masse m mit drei Freiheitsgraden bei der absoluten Temperatur T in **Kelvin** ist

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \overline{v^2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \text{ mit der Boltzmann-Konstante } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Die **absolute Temperatur** wird auf den absoluten Temperaturnullpunkt $0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$ bezogen und verwendet die gleiche Schrittweite wie die Celsius-Skala, d.h. $T = \vartheta + 273,15 \text{ K}$ für ϑ in $^\circ\text{C}$. Berechne die mittlere Geschwindigkeit v und die de-Broglie-Wellenlänge der Argonatome.

Aufgabe 10: Heisenbergsche Unschärferelation

Ein Staubteilchen der Masse 1 mg kann mit einem Lichtmikroskop noch auf die Größenordnung der kleinstmöglichen Wellenlänge des sichtbaren Lichtes, d.h. auf $\Delta x \approx 400 \text{ nm}$ genau geortet werden. Wie groß ist die Unschärfe bei der Geschwindigkeit? Wie kann man dieses Resultat deuten?

Aufgabe 11: Heisenbergsche Unschärferelation

Der Ort eines Elektrons im Wasserstoffatom ist nur bis auf den Atomdurchmesser von 100 pm genau bekannt.

- Wie groß ist dann die Geschwindigkeitsunschärfe?
- Berechne die Geschwindigkeit des Elektrons nach klassischer Vorstellung, wenn es ähnlich wie ein Planet um die Sonne unter dem Einfluss der Coulombkraft um den einfach geladenen Kern kreist.
- Wieviel Prozent der klassischen Elektronengeschwindigkeit aus b) ist nach a) unbestimmbar? Wie lässt sich dieses Ergebnis deuten?

Aufgabe 12: Komplementaritätsprinzip

Die beiden Lichtwege eines Interferometers sind so eingestellt, dass sie sich um $\lambda/2$ unterscheiden, so dass der (Michelson) bzw. ein der beiden Schirme (Mach-Zehnder) infolge Interferenz dunkel bleibt. In die beiden Strahlwege des Interferometers werden Polarisationsfilter gestellt, welche nur Lichtquanten einer bestimmten Polarisationsrichtung passieren lassen. Stellt man beide Filter auf senkrechte Polarisation, so erhält man keine Änderung. dreht man einen der beiden Filter um 90° auf waagrechte Polarisation, so verschwindet der Kontrast bzw. das Interferenzbild. Beim Michelson-Interferometer bleibt der Schirm unabhängig von der Weglänge hell. Es findet keine Interferenz mehr statt. Deute dieses Ergebnis im Hinblick auf das Komplementaritätsprinzip.

Aufgabe 13: Aufenthaltswahrscheinlichkeiten

Wie lassen sich Beugungsbilder von Elektronen mit Hilfe der Aufenthaltswahrscheinlichkeit deuten?

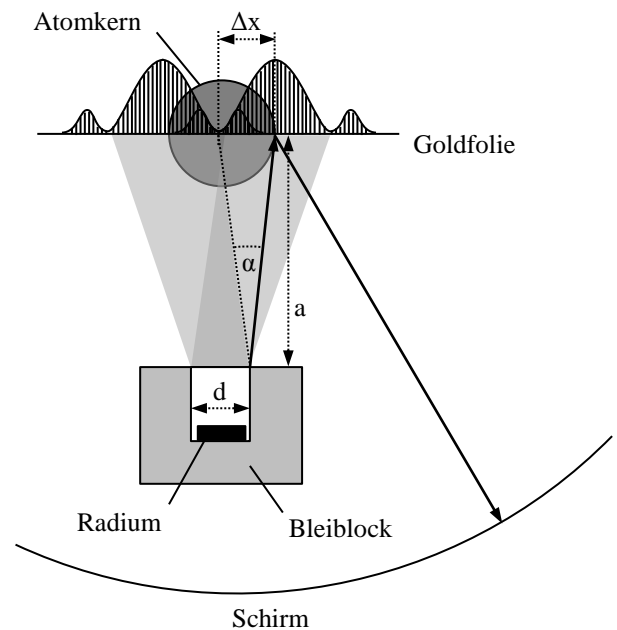
Aufgabe 14: Auflösungsvermögen eines Elektronenmikroskops

Ein Elektronenmikroskop hat einen Objektivdurchmesser von $10\mu\text{m}$ und die Probe ist 1 mm vom Objektiv entfernt. Welche Beschleunigungsspannung benötigt man für die Elektronenkanone, wenn die Auflösung bei 10 nm liegen soll?

Aufgabe 15: Auflösungsvermögen von α -Teilchen

Beim Streuversuch von Ernest Rutherford im Jahr 1910 wurden α -Teilchen mit einer Energie von $4,8\text{ MeV}$ aus einer Radiumprobe $^{226}_{88}\text{Ra}$ in einem Bleiblock mit 1 mm großer „Blende“ auf eine 10 cm entfernte Goldfolie geschossen und erzeugten durch Reflexion an den (unter Einbeziehung der elektrostatischen Abstoßung wirksamen) $7 \cdot 10^{-13}\text{ m}$ großen Atomkernen ein Beugungsbild auf einem rückseitigen Schirm. Um die Atomkerne im Beugungsbild auf dem Schirm unterscheiden zu können, dürfen sie nicht innerhalb der Beugungsbilder verschwinden, welche am Einfachspalt der Austrittsöffnung des Bleiblocks auf der Goldfolie erzeugt wird. Dadurch ergibt sich auch bei diesem Experiment eine Bedingung für das Auflösungsvermögen.

- Wie unterscheidet sich diese Anordnung (siehe rechts) vom herkömmlichen Mikroskop?
- Zeige anhand der Skizze, dass bei dieser Anordnung nach wie vor die gleiche Formel $\Delta x = \frac{a}{d} \cdot \lambda$ für das Auflösungsvermögen Δx gilt.
- Berechne die für die optische Auflösung der Atomkerne benötigte de-Broglie-Wellenlänge der α -Teilchen.
- Bestimme die erforderliche kinetische Energie der α -Teilchen und vergleiche mit der natürlichen Strahlung des Radiums.



Aufgabe 16: Bohrsches Atommodell

Berechne die Geschwindigkeit

- Eines Elektrons, welches im Abstand $r = 100\text{ pm}$ um den Atomkern ($Q = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$; $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$) kreist
- Eines Satelliten, der in $35\,700\text{ km}$ Höhe um die Erde ($M = 5,97 \cdot 10^{24}\text{ kg}$; $r = 6370\text{ km}$; $\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$) kreist.

Aufgabe 17: Bohrsches Atommodell

Leite die Gleichung $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot a^2} \cdot n^2$ für die kinetische Energie eines Teilchens der Masse m unter dem Einfluss einer

Kraft $F = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 < x < a \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$ sowie der Resonanzbedingung $a = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ mit der **Quantenzahl** n her.

Aufgabe 18: Spektrallinien

Berechne die Wellenlängen der ersten vier Spektrallinien der Lyman-Serie des Wasserstoffspektrums, d.h. für die Übergänge $n \rightarrow m$ mit $m = 1$ und $n \in \{2;3;4\}$.

Aufgabe 19: Spektrallinien

Fällt das Licht einer Leuchtröhre mit Wasserstoff durch ein Gitter mit 570 Spaltöffnungen pro mm auf einen 0,6 m entfernten Schirm, so zeigen sich vier farbige Linien in den Abständen

$x_\alpha = 24,2$ cm; $x_\beta = 17,3$ cm; $x_\gamma = 15,3$ cm und $x_\delta = 14,4$ cm auf dem Schirm.

Berechne die Wellenlängen und die Energien dieser Photonen und ordne sie einer der folgenden Serien zu:

Lyman (1906): $n \rightarrow 1$; Balmer (1884): $n \rightarrow 2$; Paschen (1908): $n \rightarrow 3$ Bracket (1922): $n \rightarrow 4$ oder Pfund (1924): $n \rightarrow 5$

Aufgabe 20: Ionisierungsenergien

- Zeichne ein Schalenmodell des Argonatoms und des Kaliumatoms nach der $2n^2$ -Regel.
- Welches Atom müsste nach dieser Darstellung die höhere Ionisierungsenergie besitzen?
- Wie müsste das Kaliumatom aussehen, wenn man den tatsächlichen Verlauf der Ionisierungsenergie von Argon nach Kalium berücksichtigt?
- Für welche Elemente gilt das Bohrsche Schalenmodell nicht mehr?

Aufgabe 21: Orbitalmodell

Zeichne jeweils ein Kästchenschema und bezeichne alle besetzten Orbitale:

- Stickstoff ${}^7\text{N}$ und Phosphor ${}^{15}\text{P}$
- Natrium ${}^{11}\text{Na}$, Kalium ${}^{19}\text{K}$ und Rubidium ${}^{37}\text{Rb}$

Aufgabe 22: Orbitalmodell

Begründe mit Hilfe des Kästchenschemas, wie viele Elektronen **mindestens** aufgenommen oder abgegeben werden müssen, um eine stabile Anordnung mit **vollbesetzten Unterniveaus** zu erhalten. Gib außerdem die Ladung des dabei entstehenden Ions an.

- | | | | |
|--|--|---|---|
| a) ${}^3\text{Li}$, ${}^{11}\text{Na}$ und ${}^{19}\text{K}$ | c) ${}^5\text{B}$ und ${}^{13}\text{Al}$ | e) ${}^7\text{N}$ und ${}^{15}\text{P}$ | g) ${}^{21}\text{Sc}$, ${}^{24}\text{Cr}$ und ${}^{25}\text{Mn}$ |
| b) ${}^4\text{Be}$, ${}^{12}\text{Mg}$ und ${}^{20}\text{Ca}$ | d) ${}^6\text{C}$ und ${}^{14}\text{Si}$ | f) ${}^8\text{O}$ und ${}^{16}\text{S}$ | |

4.3. Lösungen zu den Aufgaben zur Quantenphysik

Aufgabe 1: Äußerer Photoeffekt

Die Wellenlänge ist $\lambda = \frac{h \cdot c}{E} \approx 19,1 \text{ pm}$

Aufgabe 2: Äußerer Photoeffekt

Die Austrittsarbeit müsste unter der Energie des sichtbaren Lichtes liegen, d.h. unter $h \cdot f = 2,134 \text{ eV}$, so dass nur Rubidium in Frage kommt.

Aufgabe 3: Äußerer Photoeffekt

a) Skizze: siehe Skript mit Kondensator anstelle der Spannungsquelle.

b) $E_A = \frac{h \cdot c}{\lambda} - E_{\text{kin}} \approx 2,58 \text{ eV} - 0,46 \text{ eV} = 2,12 \text{ eV}$

c) $E_{\text{kin}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - E_A = 2,44 \text{ eV} - 2,12 \text{ eV} = 0,32 \text{ eV} \Rightarrow V = 0,32 \text{ V}$

d) Die Spannung bleibt unverändert, aber die Stromstärke erhöht sich und der Kondensator lädt sich schneller auf.

Aufgabe 4: Äußerer Photoeffekt

a) Die Konzentration des Technetiums entspricht der Intensität der Photoelektronen und damit der Stromstärke.

b) Das gelbe Licht hat eine Energie von $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 2,26 \text{ eV}$ und Cäsium hat eine Austrittsarbeit $E_A = 2,14 \text{ eV}$. Die kinetische

Energie der Photoelektronen ist demnach $hf - E_A = 0,12 \text{ eV} = 0,12 \cdot 10^{-19} \text{ J} = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v \approx 162 \text{ km/s}$

Aufgabe 5: Röntgenröhre

a) Die Heizspannung erhitzt die Glühkathode und erleichtert den Austritt der Elektronen. Die negative Ladung des Wehnelzylinders lenkt den Elektronenstrahl auf das Ziel. Die Vakuumröhre ermöglicht den freien Flug der Elektronen, welche an der Luft nach wenigen Millimeter durch Luftmoleküle absorbiert oder abgelenkt werden.

b) Die Energiedifferenz ist $\Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \approx 2,78 \cdot 10^{-15} \text{ J} \approx 17,4 \text{ keV}$

Aufgabe 6: Comptoneffekt

a) $p = \frac{h}{\lambda} \approx 6,6261 \cdot 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{s}$ und $p' = \frac{h}{\lambda'} \approx 6,5218 \cdot 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{s}$

b) $p_e = \sqrt{p^2 + p'^2 - 2 \cdot p \cdot p' \cdot \cos \alpha} \approx 7,5418 \cdot 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{s}$

c) $v = 6279 \text{ km/s}$

Aufgabe 7: Comptoneffekt

a) $p = \frac{h}{\lambda} \approx 3,31 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$ und $p' = \frac{h}{\lambda'} \approx 2,06 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$

b) $p_e = \sqrt{p^2 + p'^2 - 2 \cdot p \cdot p' \cdot \cos \alpha} \approx 2,895 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$

c) $h = p' \cdot \sin(\alpha) \approx 1,784 \cdot 10^{-22} \text{ N}\cdot\text{s}$ und $\beta = \sin^{-1} \left(\frac{h}{p_e} \right) \approx 38,04^\circ$

d) Algebra

e) $v \approx 182\,574 \frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 0,61 \text{ c}$.

Aufgabe 8: De-Broglie-Materiewellen

a) Mit $U \cdot e = \frac{1}{2} m v^2$ erhält man die Geschwindigkeit der Elektronen zu $v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot e}{m}} \approx 49\,613 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Ihr Impuls ist

$$m \cdot v = \sqrt{2 \cdot U \cdot e \cdot m} \approx 4,51 \cdot 10^{-23} \text{ N}\cdot\text{s} \text{ und die de-Broglie-Wellenlänge ist } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot e \cdot U}} \approx 1,46 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 14,6 \text{ pm}.$$

b) Die Beugungsmaxima haben einen Abstand von $b = \frac{a \cdot \lambda}{d} \approx 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 58 \text{ nm}$.

Aufgabe 9: De-Broglie-Materiewellen

Die mittlere Geschwindigkeit der Atome ist $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 815,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ihr Impuls ist $m \cdot \bar{v} = \sqrt{3 \cdot m \cdot k \cdot T} \approx 5,44 \cdot 10^{-23} \text{ N}\cdot\text{s}$ und ihre de-Broglie-Wellenlänge demnach $\lambda = \frac{h}{p} \approx 1,22 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 12 \text{ pm}$.

Aufgabe 10: Heisenbergsche Unschärferelation

$\Delta v \approx \frac{h}{\Delta x} \approx 1,65 \cdot 10^{-27} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Diese Unschärfe ist vernachlässigbar.

Aufgabe 11: Heisenbergsche Unschärferelation

$\Delta v \approx \frac{h}{m \cdot \Delta x} \approx 727 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Aus $F_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} = F_Z$ mit $r = 50 \text{ pm}$ erhält man $v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 \cdot r \cdot m}} \approx 2249 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Der Fehler beträgt $\frac{\Delta v}{v} \approx 32\%$, so dass dieses Ergebnis nicht sehr glaubwürdig ist!

Aufgabe 12: Komplementaritätsprinzip

Die senkrecht zueinander verdrehten Filter sortieren die Photonen in senkrecht und waagrecht polarisierte Vertreter. Ähnlich wie bei dem Doppelspaltversuch mit abwechselnd verschlossenen Spalten ist der Ort jedes auf dem Schirm auftreffenden Photons durch seine Polarisationsrichtung bestimmt: Z.B. ist das senkrecht polarisierte eindeutig links entlangeflogen und das waagrecht polarisierte rechts. Eine Überlagerung **zweier** Zustände bzw. Orte in **einem** Teilchen ist damit nicht mehr möglich; die Photonen können nicht mehr „mit sich selbst“ interferieren und zeigen keinen Wellencharakter mehr.

Aufgabe 13: Aufenthaltswahrscheinlichkeiten

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit entspricht dem **Quadrat** Ψ^2 der Wellenfunktion. Das Quadrat der Überlagerung $(\Psi_A + \Psi_B)^2 = \Psi_A^2 + 2\Psi_A \Psi_B + \Psi_B^2$ der Werte $\Psi(x;t)$ der Wellenfunktionen von Elektronen verschwindet bei einem Gangunterschied von $\lambda/2$, weil in diesem Fall $\Psi_A(x + \lambda(2);t) = -\Psi_A(x;t) = -\Psi_B(x;t)$ und daher $(\Psi_A(x + \lambda(2);t) + \Psi_B(x;t))^2 = 0$. Das gleiche Bild ergibt sich, wenn man Ψ_A **mit sich selbst** überlagert, was der Interferenz einer Wasserwelle mit ihrer eigenen Reflexion entspricht. Die entsprechenden Stellen auf dem Bildschirm bleiben dunkel. Der vorzeichenbehaftete Wert Ψ selbst, der also auch negativ (bzw. imaginär!) sein kann, entzieht sich unserer Interpretation bisher!

Aufgabe 14: Auflösungsvermögen eines Elektronenmikroskops

Die benötigte de-Broglie-Wellenlänge ist $\lambda = \frac{d \cdot \Delta x}{a} = 100 \text{ pm}$ mit der kinetischen Energie $E_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} = 12,4 \text{ keV}$, d.h. die

Spannung muss $U = \frac{E_{\text{kin}}}{e} = 12 \text{ kV}$ betragen.

Aufgabe 15: Auflösungsvermögen von α -Teilchen

a) Das Objektiv (Austrittsöffnung des Bleiblocks) und das Objekt (Atomkern) sind vertauscht.

b) Mit dem Öffnungswinkel α erhält man wieder $\sin(\alpha) \approx \frac{\Delta x}{a} = \frac{\lambda}{d}$

c) $\lambda \leq \frac{d}{a} \cdot \Delta x \approx 7 \cdot 10^{-13} \text{ m}$

d) $4,8 \text{ MeV} = E_{\text{kin}} \geq \frac{h \cdot c}{\lambda} \approx 1,77 \text{ MeV}$. Das Auflösungsvermögen ist ausreichend.

Aufgabe 16: Bohrsches Atommodell

a) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} = F_Q = F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 \cdot m \cdot r}} \approx 1590 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

b) $\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = F_G = F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{r}} \approx 3,07 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Aufgabe 17: Bohrsches Atommodell

Durch Gleichsetzen der Resonanzbedingung $a = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ bzw. $\lambda = \frac{2a}{n}$ mit der de Broglie-Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{mv}$ ergibt sich

$$\frac{2a}{n} = \frac{h}{mv} \text{ und damit } v = \frac{h \cdot n}{2 \cdot m \cdot a}.$$

Dies setzt man in die Formel $E_n = \frac{1}{2} mv^2$ für die kinetische Energie ein und erhält $E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot a^2} \cdot n^2$.

Aufgabe 18: Spektrallinien

n	2	3	4	5
Energie $E = 13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	10,2 eV	12,09 eV	12,75 eV	13,06 eV
Wellenlänge $\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$	121 nm	102 nm	97 nm	95 nm

Aufgabe 19: Spektrallinien

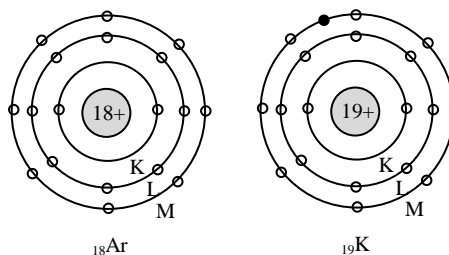
Mit Abstand $a = 0,6 \text{ m}$ und Spaltabstand $d = \frac{1}{570} \text{ mm}$ erhält man die folgenden Wellenlängen und Energien

n	α	β	γ	δ
Wellenlänge $\lambda = \frac{x \cdot d}{a}$	707 nm	506 nm	447 nm	421 nm
Energie $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$	1,75 eV	2,45 eV	2,77 eV	2,95 eV
Balmer: $E = 13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	1,89 eV	2,55 eV	2,86 eV	3,02 eV
Paschen: $E = 13,6 \text{ eV} \cdot \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right)$	0,66 eV	0,97 eV	1,13 eV	1,23 eV

Die Balmer-Serie stimmt am besten überein mit $m_\alpha = 3$; $m_\beta = 4$; $m_\gamma = 5$ und $n_\delta = 6$

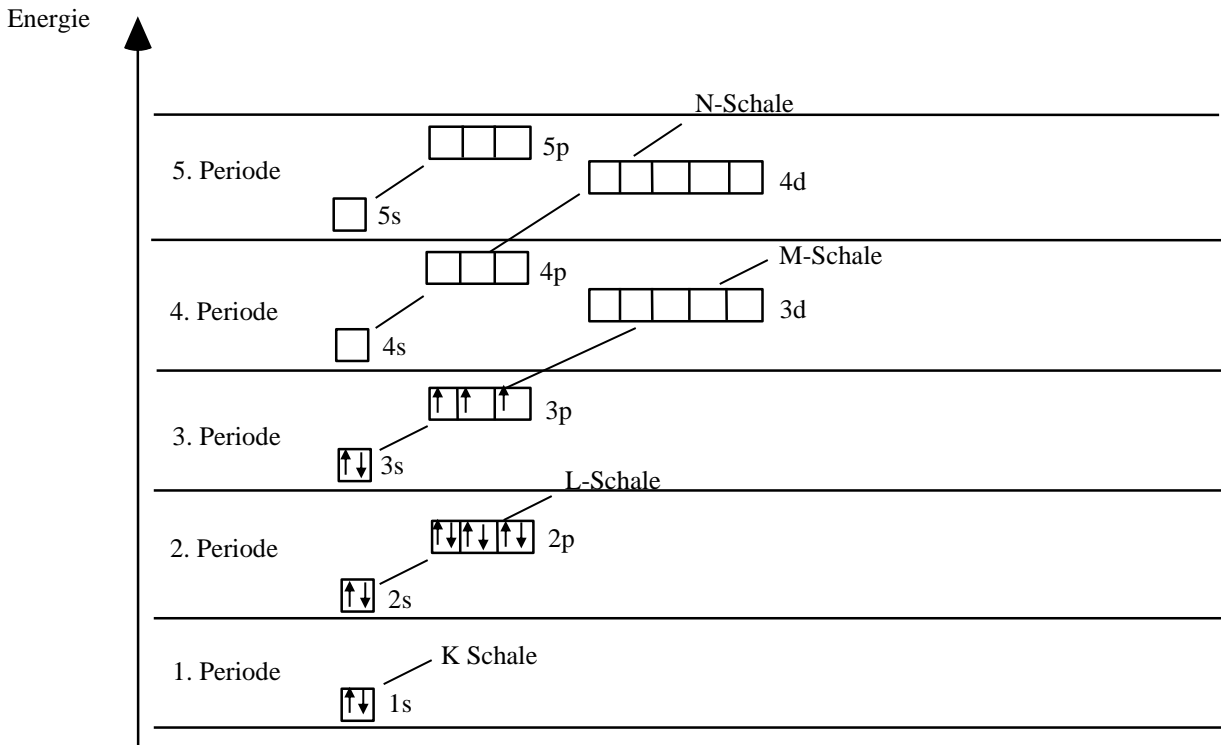
Aufgabe 20: Ionisierungsenergien

Das Kaliumatom ${}_{19}\text{K}$ hat eine viel kleiner Ionisierungsenergie als Argon ${}_{18}\text{Ar}$, was darauf schließen lässt, dass sich die effektive Kernladung vermindert und der Kernabstand vergrößert hat. Das 19. Elektron (schwarz markiert) muss also schon auf der N-Schale ($n = 4$) liegen, obwohl die M-Schale ($n = 3$) mit 8 Elektronen noch lange nicht voll besetzt ist. Nach Bohr kann sie nämlich $2n^2 = 18$ Elektronen aufnehmen. Das Bohr-Modell gilt also nur für die ersten 18 Elemente

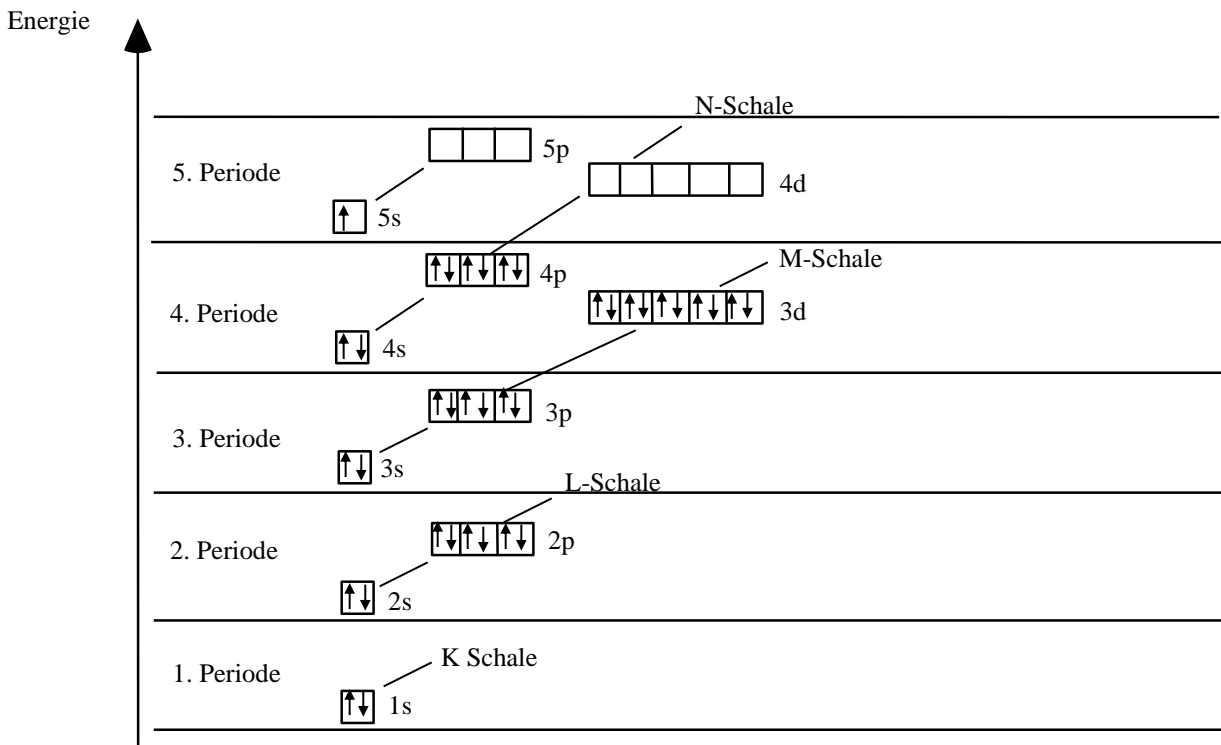


Aufgabe 21: Orbitalmodell

Beispiel Phosphor $_{15}\text{P}$:

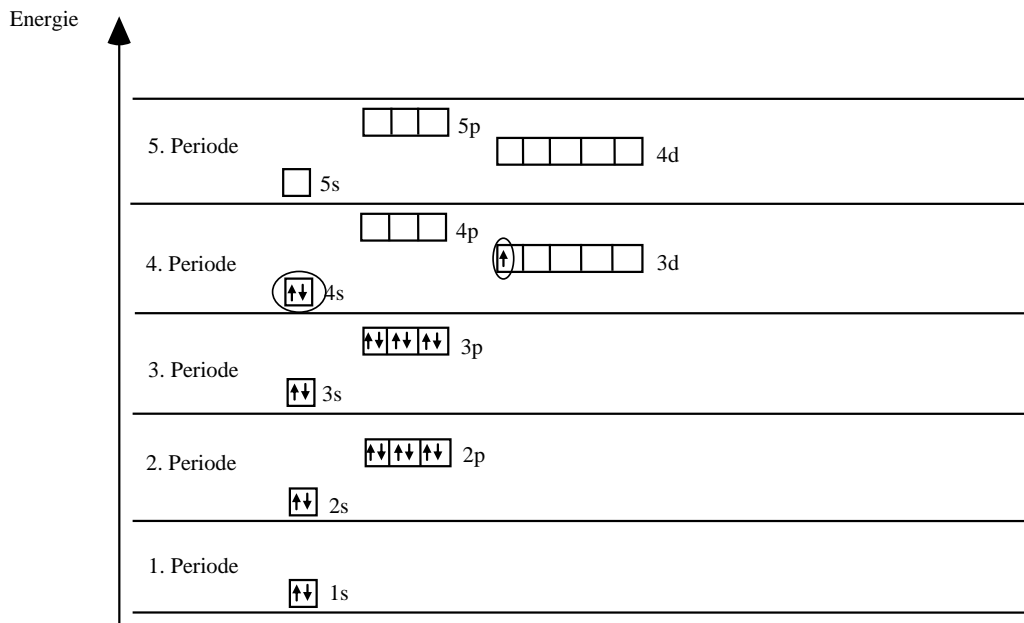


Beispiel Rubidium $_{37}\text{Rb}$:

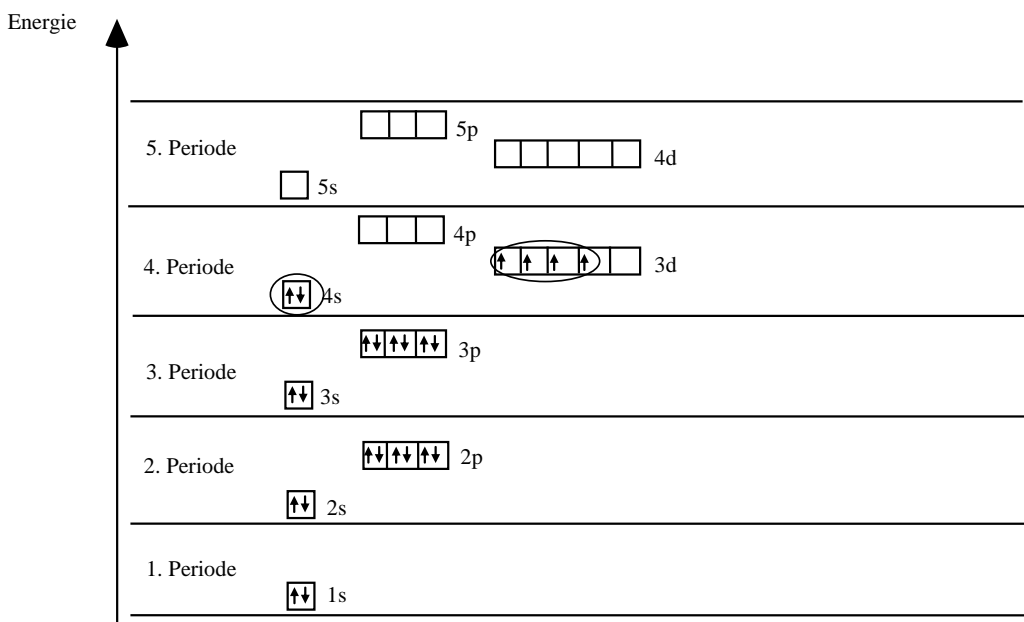


Aufgabe 22: Orbitalmodell

- a) ${}_{3}\text{Li}^{+}$: Hauptniveau 1 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{2}\text{He}$.
 ${}_{11}\text{Na}^{+}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{19}\text{K}^{+}$: Unterniveaux 3s und 3 p vollständig besetzt. Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.
- b) ${}_{4}\text{Be}^{2+}$: Hauptniveau 1 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{2}\text{He}$.
 ${}_{12}\text{Mg}^{2+}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{20}\text{Ca}^{2+}$: Unterniveaux 3s und 3 p vollständig besetzt. Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.
- c) ${}_{5}\text{B}^{3+}$: Hauptniveau 1 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{2}\text{He}$.
 ${}_{13}\text{Al}^{3+}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
- d) ${}_{6}\text{C}^{+4}$: Hauptniveau 1 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{2}\text{He}$.
 ${}_{6}\text{C}^{-4}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{14}\text{Si}^{+4}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{14}\text{Si}^{-4}$: Unterniveaux 3s und 3 p vollständig besetzt. Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.
- e) ${}_{7}\text{N}^{3-}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{15}\text{P}^{3-}$: Unterniveaux 3s und 3 p vollständig besetzt. Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.
- f) ${}_{8}\text{O}^{2-}$: Hauptniveau 2 vollständig besetzt; Edelgaskonfiguration des ${}_{10}\text{Ne}$.
 ${}_{16}\text{S}^{2-}$: Unterniveaux 3s und 3 p vollständig besetzt. Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.
- g) ${}_{21}\text{Sc}^{+}$: Unterniveaux 3s, 3 p und 4s vollständig besetzt oder ${}_{21}\text{Sc}^{3+}$: Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$.



${}_{24}\text{Cr}^{4+}$: Unterniveaux 3s, 3 p und 4s vollständig besetzt oder ${}_{24}\text{Cr}^{6+}$: Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$



${}_{25}\text{Mn}^{5+}$: Unterniveaux 3s, 3p und 4s vollständig besetzt oder ${}_{25}\text{Mn}^{7+}$: Edelgaskonfiguration des ${}_{18}\text{Ar}$

