

4.3 Quantenphysik

4.3.1 Der äußere Photoeffekt

Eine Metallplatte gibt bei Bestrahlung mit Licht der Frequenz f Elektronen mit einer kinetischen Energie von $E_{\text{kin}} = h \cdot f - E_A$ ab, wobei E_A die materialabhängige **Austrittsarbeit** des Metalls ist. Die kinetische Energie der Elektronen bestimmt man mit der **Gegenfeldmethode**: Die Elektronen fliegen so lange zu einer **negativ** geladenen Gegenelektrode und erzeugen einen Kathodenstrom, bis die Gegenspannung U ist so groß ist, dass ihre kinetische Energie nicht mehr ausreicht, um sie zu überwinden. Die kinetische Energie ist dann $E_{\text{kin}} = U \cdot e$. Das Licht überträgt eine

$$\boxed{\text{Strahlungsenergie } E = h \cdot f}$$

mit dem

$$\boxed{\text{Planckschen Wirkungsquantum } h \approx 6,4 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}$$

Dieser Versuch belegt den **Teilchencharakter** des Lichtes, dessen **Photonen** die Elektronen aus dem Gitter „schlagen“.

Die **Amplitude** bzw. **Intensität** des Lichtes ändert die Zahl der herausgeschlagenen Elektronen, hat aber keinen Einfluss auf ihre mittlere Geschwindigkeit.

Bei dem **inneren Photoeffekt** werden die Elektronen nicht herausgeschlagen, sondern bloß auf eine höhere Energiestufe angeregt, wodurch sich die **Leitfähigkeit** ändert bzw. an Grenzschichten dotierter Halbleiter mit unterschiedlichen Energiestufen (n-p-Übergang in **Photodioden**) auch eine Spannung ausbildet (**Photovoltaik**).

Im Sehpigment **Rhodopsin** (Stäbchen für Nachtsehen) bzw. **Iodopsin** (Zäpfchen für Farbsehen) ändert sich die Konformation der **instabilen cis-Doppelbindung des Retinals** zur trans-Form und löst damit eine verstärkende Reaktionskaskade aus, welche schließlich zu einer **Redoxreaktion mit Elektronenübertragung** und einem entsprechenden Nervenimpuls führt. Bei Mikroorganismen sitzt das Retinal direkt in den Membranen der Nervenzellen und öffnet durch seine Formänderung **Ionenkanäle** ähnlich wie ein **Transistor**.

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 1 - 5

4.3.2 Der Comptoneffekt

„Schießt“ man Röntgenstrahlen auf die praktische freien und nahezu ruhenden Elektronen in einem Graphitkristall, so werden die Röntgenstrahlen wie beim Stoß einer Billiardkugel abgelenkt und verlangsamt, während das Elektron in die entgegengesetzte Richtung abprallt. Dabei stellt sich heraus, dass sich die Impulse nach dem Impulserhaltungssatz (actio = reactio bzw. Kraft = Gegenkraft) zu Null addieren, wenn man für den

$$\boxed{\text{Impuls der elektromagnetischen Welle } p = \frac{h}{\lambda}}$$

annimmt. Setzt man diesen Ausdruck gleich mit dem für größere Teilchen gültigen

$$\boxed{\text{Impuls } p = m \cdot v},$$

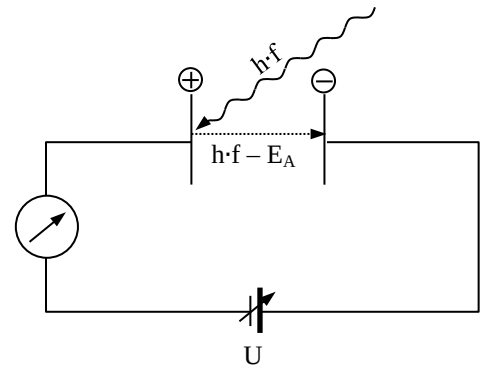
so erhält man für Röntgenstrahlen mit der Geschwindigkeit $v = c$ die Gleichung $m \cdot c = \frac{h}{\lambda}$ bzw. für die

$$\boxed{\text{Photonenmasse } m = \frac{h}{c \cdot \lambda} = \frac{h \cdot f}{c^2}}$$

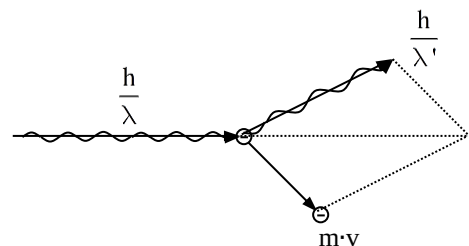
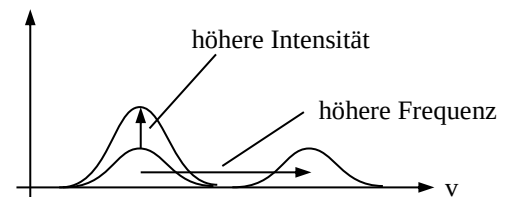
Dies entspricht der Einsteinschen

$$\boxed{\text{Masse-Energie-Äquivalenz } E = m \cdot c^2}.$$

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 6 - 7



Zahl der Elektronen mit Geschwindigkeit v



4.3.3 Beugung von Elektronen und Photonen im Vergleich

Teilchen wie z.B. Elektronen mit Masse m und Geschwindigkeit v erzeugen an einem Doppelspalt mit dem Spaltabstand g und Schirmabstand a die gleichen Beugungsbilder wie Lichtwellen mit **Beugungsmaxima** an den Stellen d_k mit

$$\frac{d_k}{a} = k \cdot \frac{h}{m \cdot v \cdot g}$$

Die Formel entspricht der bekannten Beugungsformel für Wellen, wenn man auch Teilchen einen Wellencharakter mit der

$$\text{de-Broglie Wellenlänge } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

zuordnet (nach Prince Louis de Broglie 1892 – 1978) In extrem abgedunkelten Kammern lassen sich **einzelne Photonen (Lichtquanten)** einzeln auf einen Doppelspalt schießen. (siehe rechts)

Dabei stellt sich heraus, dass die Verteilung der einzelnen Photonen auf die beiden Spalte ähnlich wie bei Elektronen für uns völlig **unvorhersehbar** und **zufällig** ist.

Nach vielen Stunden ergibt sich schließlich wieder genau das gleiche Beugungsbild wie bei einer kontinuierlichen Lichtwelle. Die Photonen „interferieren mit sich selbst“. (*)

Aus den für Teilchen und Wellen gleichermaßen gültigen Beugungsbildern ergibt sich ein allgemeines Prinzip für Messungen an kleinen Teilchen:

Durch die Beugung an einem Einfachspalt der Breite Δx erhält man das erste Beugungsminimum unter dem Winkel α mit $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{\Delta x}$ infolge der neu

hinzukommenden Impulskomponente Δp_x mit $\tan(\alpha) = \frac{x_1}{a} = \frac{x_1}{\frac{a}{t} \cdot m} = \frac{\Delta p_x}{p}$.

Mit der Kleinwinkelnäherung erhält man $\frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{\Delta p_x}{p}$ bzw. mit $\lambda \cdot p = h$ die

$$\text{Heisenbersche Unschärferelation } h = \Delta p_x \cdot \Delta x$$

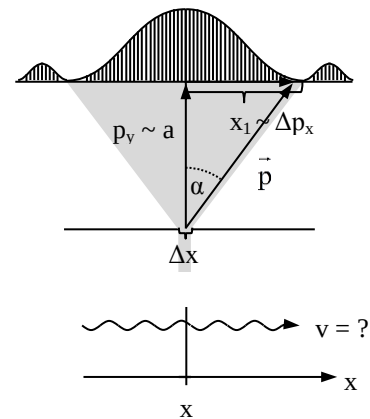
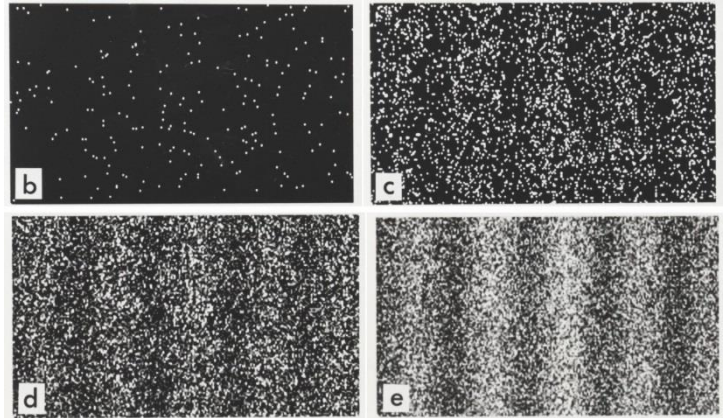
nach Werner Heisenberg (1901 – 1976). Man kann also ENTWEDER den Ort x ODER den Impuls $p_x = m \cdot v_x$ eines Teilchen genau bestimmen, aber nicht beides gleichermaßen. Dies entspricht der Vorstellung von Teilchen als **Wellenzügen**. An einem festen Ort x kann man zwar ihre Frequenz f messen, aber nicht die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ bzw. den Impuls

$m \cdot v$. Dafür benötigt man **zwei** Orte bzw. eine Messtrecke $\Delta x = x_2 - x_1$ und kann dann aber nicht feststellen, an welcher Stelle x der Messtrecke bzw. des Wellenzugs das Teilchen zu einer gegebenen Zeit war.

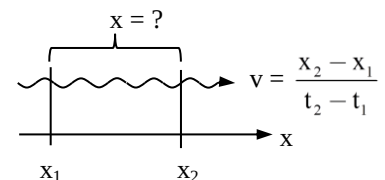
Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 8 - 11

4.3.4 Das Komplementaritätsprinzip

Doppelspaltexperimente mit einzelnen Photonen oder Elektronen zeigen keine Interferenz, wenn man den Ort bzw. durchflogenen Spalt des Teilchens festlegt oder durch Messung feststellt. Bei der **zufälligen** Passage vieler Teilchen **nacheinander** durch **zwei geöffnete Spalte** erhält man das Beugungsbild $(\Psi_A + \Psi_B)^2 = \Psi_A^2 + 2\Psi_A \Psi_B + \Psi_B^2$ des **Doppelspalts**. Bei der **vorbestimmten** Passage indem man erst den einen Spalt und dann den anderen Spalt öffnet, ergeben sich zwei Beugungsbilder $\Psi_A^2 + \Psi_B^2$ von **Einfachspalten**:

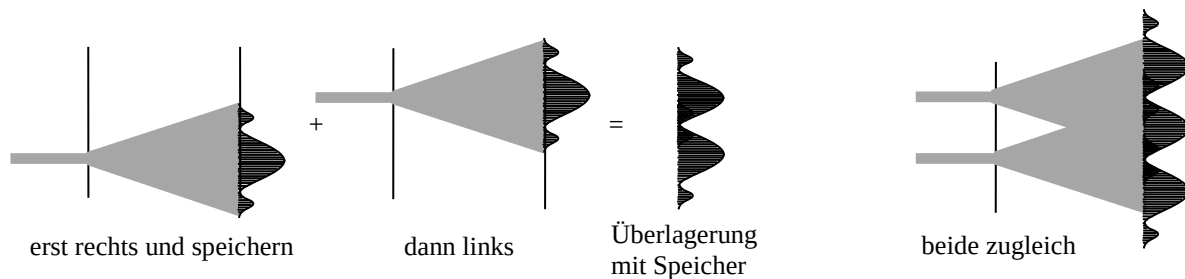


Ort x bekannt
Geschwindigkeit v unbekannt



Ort x unbekannt
Geschwindigkeit v bekannt

(*) Double-slit experiment results Tanamura 2.jpg, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=20801093>



Damit zeigt sich, dass die Unbestimmtheit nicht an mangelnder Messgenauigkeit oder Erkenntnis liegt, sondern Teil der Wirklichkeit ist. Dies ist eine allgemeine Schlussfolgerung aus dem **Komplementaritätsprinzip** von Niels Bohr:

Teilchencharakter mit Ortsbestimmung und Wellencharakter mit Interferenz lassen sich nicht gleichzeitig beobachten.

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 12

4.3.5 Materiewellen und elektromagnetische Wellen im Vergleich

Elektromagnetische Wellen $\vec{E}_y + \vec{B}_z$ $x;t = \hat{E}_y + \hat{B}_z \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right)$ können als Materiewellen von **Photonen**

betrachtet werden, aber diese besitzen **keine Ruhemasse** und bewegen sich ausschließlich mit **Lichtgeschwindigkeit** $c = 300\,000\,000\text{ km/s}$. **Elektronen** können als **Materiewellen** betrachtet werden, aber sie können niemals Lichtgeschwindigkeit erreichen

und erzeugen keine **elektromagnetischen Felder**. Die **Amplitude** der Materiewelle Ψ $x;t = \hat{\Psi} \cdot \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right)\right)$ muss also

eine andere Bedeutung haben als die elektrische oder magnetische Feldstärke. Aus theoretischen Berechnungen und der Anschauung der Beugungsbilder entwickelte **Max Born (1882 – 1970)** im Jahre 1926 eine Deutung von $\Psi^2(x;t)$ als **Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte** des Teilchens zur Zeit t im Ort x :

	Elektromagnetische Welle	Materiewelle
Ausbreitungsgeschwindigkeit c	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$c < 0$
Ruhemasse	$m = 0$	$m > 0$
Amplitude	Feldstärke $\hat{E}_y + \hat{B}_z$	??? Ψ
Intensität	Energieübertragungsdichte = übertragene Energie pro Sekunde und Quadratmeter bestrahlter Fläche $I = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot \hat{E}^2$	Auftreffwahrscheinlichkeitsdichte = mittlerer Anteil der Treffer pro Sekunde und Quadratmeter $\Psi^2(x;t)$
Impuls	$p = \frac{h}{\lambda}$	$p = m \cdot v$
Energie	$E = h \cdot f$	$E = \frac{1}{2} m v^2$

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 13

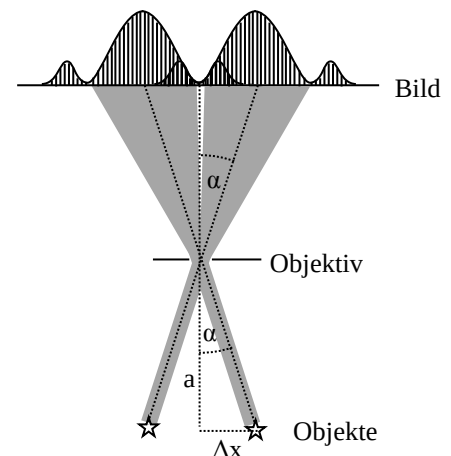
4.3.6 Auflösungsvermögen optischer Geräte

Zwei Objekte (Sterne, Viren, Moleküle) lassen sich nur unterscheiden, wenn sich ihre Beugungsbilder an der **Objektivöffnung** mit dem **Durchmesser d** durch ein **dazwischen liegendes Minimum** sauber trennen lassen.

Die Beugungsbilder zweier Objekte im **Abstand a** müssen also mindestens den Abstand Δx des 1. Maximums bei der Beugung am Einfachspalt mit dem Durchmesser d voneinander haben, d.h. sie müssen

unter dem **Blickwinkel α** mit $\sin(\alpha) = \frac{\Delta x}{a} = \frac{\lambda}{b}$ voneinander entfernt erscheinen.

Die **Entfernung a** ist bei Himmelsobjekten durch ihre Lage und bei kleinen Objekten durch die **Brennweite** des Mikroskops vorgegeben. Der Objektivdurchmesser b ist durch die erforderliche **Lichtintensität** ebenfalls vorgegeben.



Die minimale Entfernung Δx (das **Auflösungsvermögen**) zweier unterscheidbarer Objekte hängt also im Wesentlichen von der **Wellenlänge** λ ab:

$$\Delta x = \frac{a}{b} \cdot \lambda$$

Mit Lichtwellen im Bereich von $\lambda \approx 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ lassen sich molekulare Strukturen kaum erkennen. Dies gelingt mit Elektronenmikroskopen, da die de-Broglie-Wellenlängen $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$ von Elektronen im Bereich von $\lambda \approx 50 \text{ pm}$ liegen.

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 14 und 15

4.3.7 Das Bohrsche Atommodell

Nach dem **Planetenmodell** von *Niels Bohr* (1886 – 1962) werden die Elektronen mit der negativen Ladung q durch die **Coulombkraft** $F_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$ des Kerns mit der positiven Ladung Q auf eine Kreisbahn mit Radius r gezwungen, wobei die

Coulombkraft dazu gleich der Zentripetalkraft $F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r}$ sein muss. Aus $F_Z = F_Q$ erhält man $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r}$. Für

jede Energie E_{kin} findet sich also ein passender Bahnradius r . Nach dieser Vorstellung müsste das Atom allerdings wie das Sonnensystem infolge der Drehimpulserhaltung einen scheibenförmigen Charakter haben. Außerdem würde das stark oszillierende Elektron eine elektromagnetische Welle aussenden und dabei beständig Energie verlieren, um schließlich in den Kern zu stürzen.

Aus den **Spektrallinien** (s.u.) der Elemente lässt sich ableiten, dass offenbar nur ganz bestimmte Energien für die Elektronen im Atom möglich sind. Ausgehend von den Erkenntnissen über den Wellencharakter der Elektronen formulierte Bohr daher Gleichungen für stehende Elektronenwellen im „**Potentialtopf**“ bzw. Anziehungsbereich des Atomkerns, welche dann aufgrund der **Resonanzbedingung** in Abhängigkeit von der Länge a des Potentialtopfes nur ganz bestimmte Wellenlängen λ annehmen können.

Für einen stark vereinfachten Potentialtopf mit einer hypothetischen Anziehungskraft $F = 0$ im Bereich $0 \leq x \leq a$ des Topfes und $F = \infty$ außerhalb erhält man mit der Resonanzbedingung $a = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ für zwei feste Enden (!) das bekannte Bild für die

schwingende Saite. Mit der de Broglie-Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{mv}$ und der **Quantenzahl** n berechnet man für die Energie die Werte

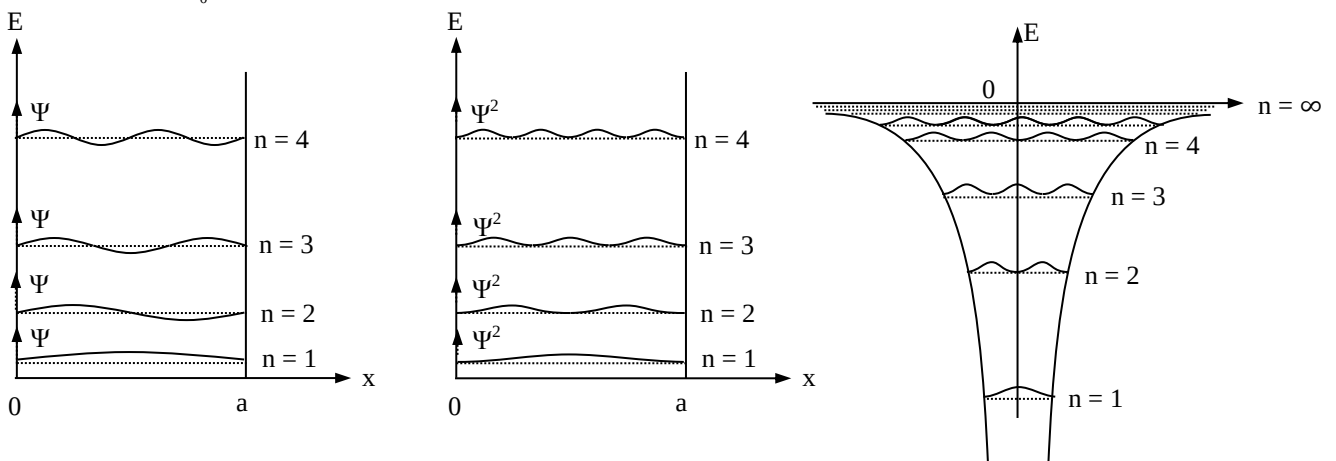
$$E_n = \frac{h^2}{8 \cdot m \cdot a^2} \cdot n^2$$

Für den **hyperbelförmigen Potentialtopf** der Coulombkraft $F_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}$ des Atomkerns erhielt Bohr die Energieniveaux

$$E_n = - \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

Im Gegensatz zum rechteckigen Potentialtopf liegen hier die Energieniveaux zu größeren Energien und mit wachsendem Abstand zum Kern immer näher zusammen und nähern sich der „**Kontinuumsgrenze**“. Hat ein Elektron die Kontinuumsgrenze erreicht, so verlässt es den Anziehungsbereich des Kerns und das Atom wird **ionisiert**.

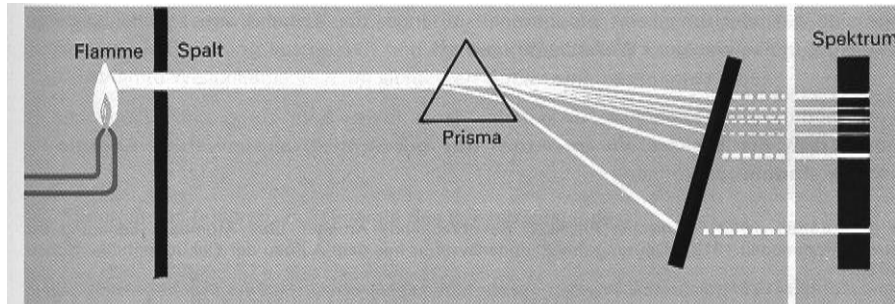
Die Energie $E_1 = - \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^2} \approx 13,6 \text{ eV}$ ist die **Ionisierungsenergie** des Wasserstoffatoms.



Die stehenden Wellen im hyperbolischen Potentialtopf nehmen mit wachsenden n immer mehr Raum ein. Nach dem Bohr-Modell kann der n -te Zustand von $2n^2$ verschiedene Elektronen gleichzeitig eingenommen werden. Das ist die bekannte **Schalenregel** aus der Mittelstufenchemie: 1. Schale 2 Elektronen; 2. Schale 8 Elektronen; 3. Schale 18 Elektronen, usw.

4.3.8 Linienspektren

Aufbau:



Durchführung:

Der Dampf reiner Elemente wird in einem Glaskolben erhitzt. Das dabei entstehende Licht wird durch ein **Prisma** oder ein **Gitter** in seine einzelnen Farben bzw. Wellenlängen zerlegt und auf einem dunklen Schirm sichtbar gemacht.

Beobachtung:

Der Dampf sendet Licht ganz bestimmter Wellenlänge (bzw. Energie bzw. Farbe) aus, wenn man ihm genügend Energie in Form von Hitze zuführt.

Die **spektrale Zerlegung** des ausgesendeten Lichtes durch das Prisma ergibt ein für jedes Element charakteristisches **Linienspektrum**. Das einfachste Linienspektrum erhält man vom **Wasserstoff**.

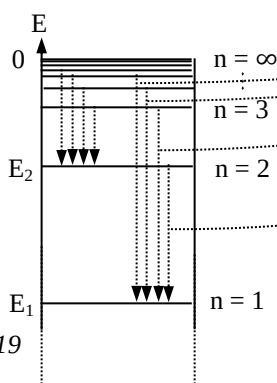
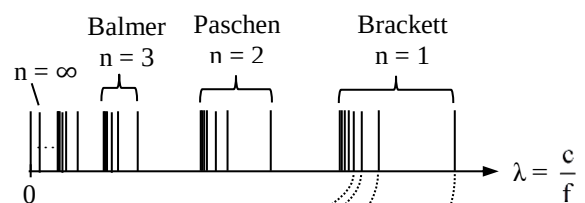
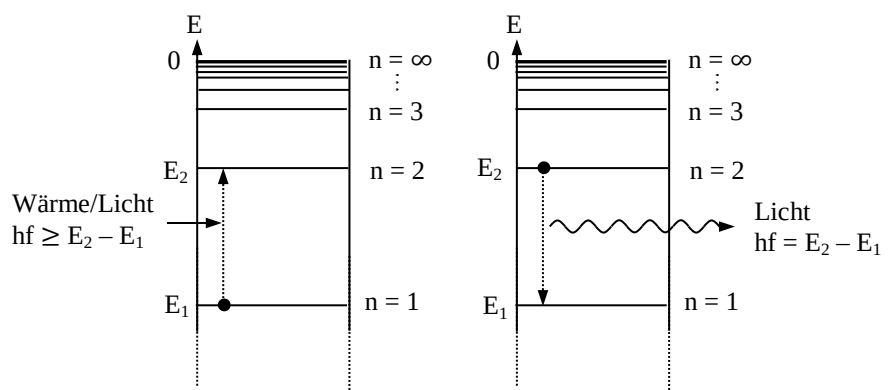
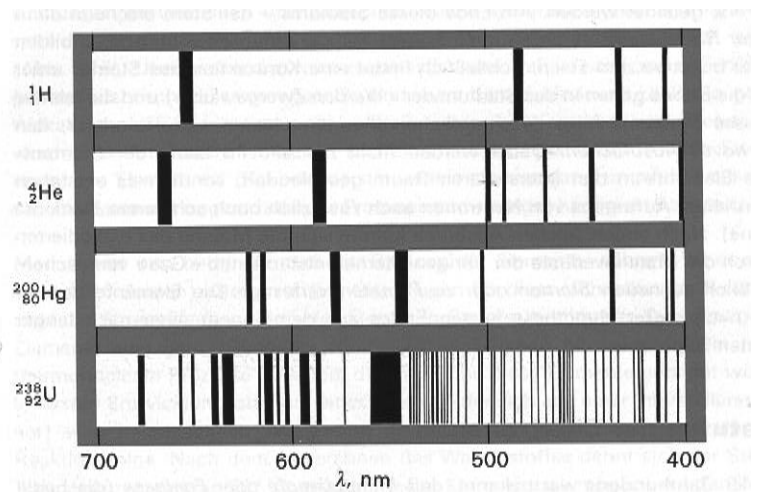
Erklärung

Durch Energiezufuhr (Funken oder Hitze) wird ein Elektron vom Niveau E_m auf ein höheres Energieniveau E_n geschleudert.

Beim Zurückfallen sendet es Licht aus, dessen Energie (bzw. Farbe bzw. Wellenlänge) der **Differenz $E_n - E_m$ der beiden Energieniveaux** entspricht.

Da die Elektronen auch mehrere Niveaux **überspringen** können, gibt es verschiedene Übergangsmöglichkeiten, die jeweils einer Linie im Spektrum entsprechen.

Da die Lage der Energieniveaux auch durch die chemische Bindung zu anderen Atomen beeinflusst wird, lassen sich mit Hilfe der **Spektroskopie** nicht nur Elemente sondern auch ihre Verbindungen identifizieren. Die typischen Spektren sehr vieler Verbindungen sind in Datenbanken gespeichert und dienen als **Fingerprint** z.B. bei **forensischen Untersuchungen**.

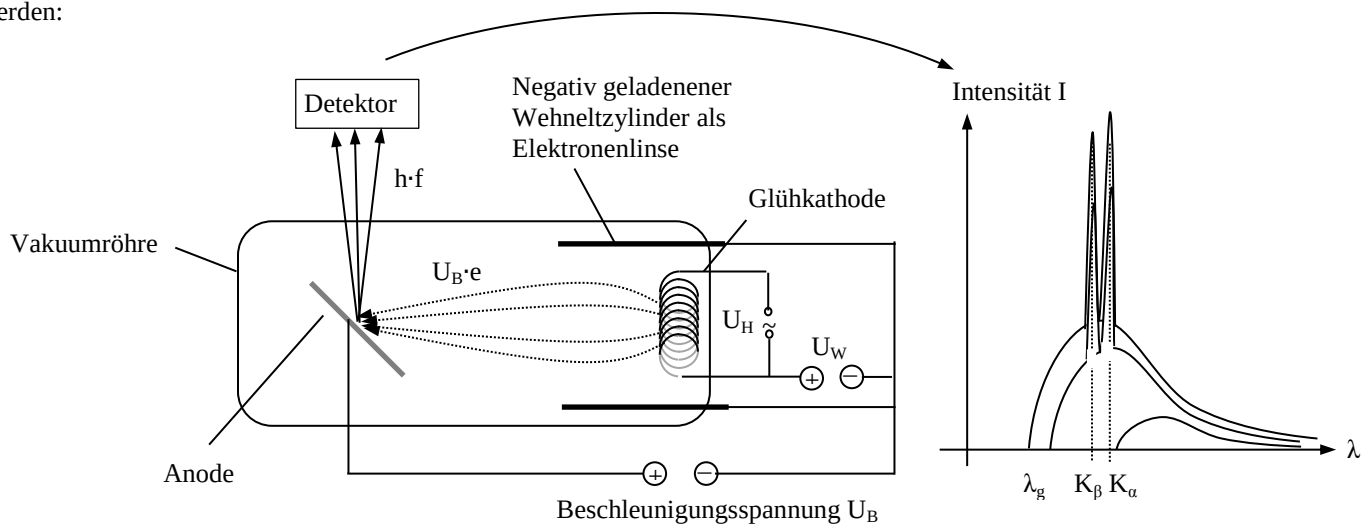


Übungen:

Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 18 und 19

4.3.9 Röntgenspektren

Die Energieniveaus der inneren Elektronen eines Atoms liegen so tief und so weit auseinander, dass sie sich nicht mehr durch thermische Energie überwinden lassen. Daher führt man die notwendige Energie nach *Wilhelm Conrad Röntgen (1845 - 1923)* in Form schneller Elektronen zu, die in eine Röntgenröhre bzw. Elektronenkanone auf einen Metallspiegel geschossen werden:



Das **Röntgenspektrum** setzt sich aus der bei der **Grenzwellenlänge** $\lambda_g = \frac{U_B \cdot e}{h}$ einsetzenden **Bremsstrahlung**, welche die Elektronen durch kontinuierliche Verzögerung im Metallgitter abgeben sowie dem für das Anodenmaterial **charakteristischen Linienspektrum**, welches durch das „Zurückfallen“ der durch die eingeschossenen Fremdelektronen auf ein jeweils höheres Energieniveau angeregten Elektronen auf das K-Niveau erzeugt wird. Die Wellenlängen für die Übergänge K_α : $L \rightarrow K$ und K_β : $M \rightarrow K$ sind für die meisten Anodenmaterialien tabelliert:

Übergang	Aluminium	Eisen	Kupfer	Rubidium	Molybdän
K_α in pm	846	194	154	93	71
K_β in pm	752	175	139	83	63

Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 20

4.3.10 Verlauf der Ionisierungsenergie und Grenzen des Bohrschen Modells

Erklärung mit dem Schalenmodell:

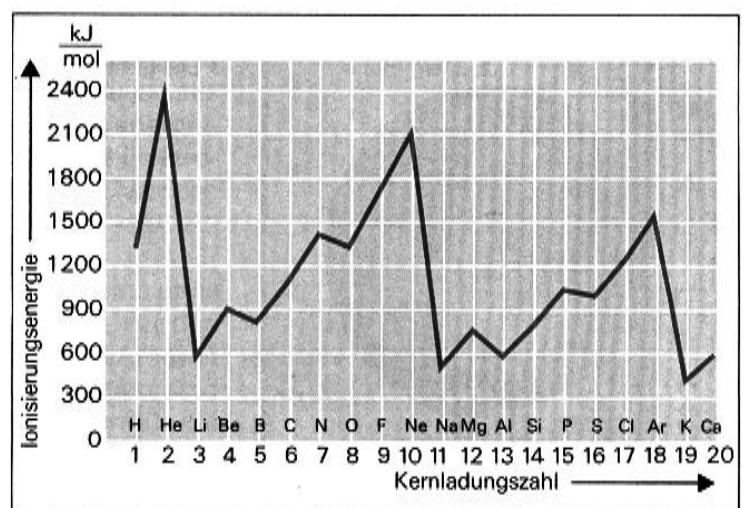
Anstieg H-He: wachsende Kernladung, höhere Anziehung

Abfall He-Li: neue Schale, die weiter vom Kern entfernt ist; Abschirmung der Kernladung durch die darunter liegende K-Schale

Anstieg Li-Ne: wachsende Kernladung

Abfall Ne-Na: neue Schale

Anstieg Na-Ar: wachsende Kernladung



Grenzen des Bohrschen Modells:

1. Der **grobe** Verlauf der Ionisierungsenergien und Linienspektren lässt sich mit Bohr erklären.
2. Metall-Metall-Bindungen (Metallbindungen) und Metall-Nichtmetall-Bindungen (Ionenbindung) lassen sich ebenfalls mit dem Schalenmodell deuten.
3. Der **genaue** Verlauf der Ionisierungsenergien und Linienspektren (Aufspaltung der Hauptlinien in mehrere Unterlinien bei verbesserter Auflösung der Spektralapparate) sowie die Nichtmetall-Nichtmetall-Bindung (Elektronenpaarbindung) finden mit diesem Modell keine Erklärung.

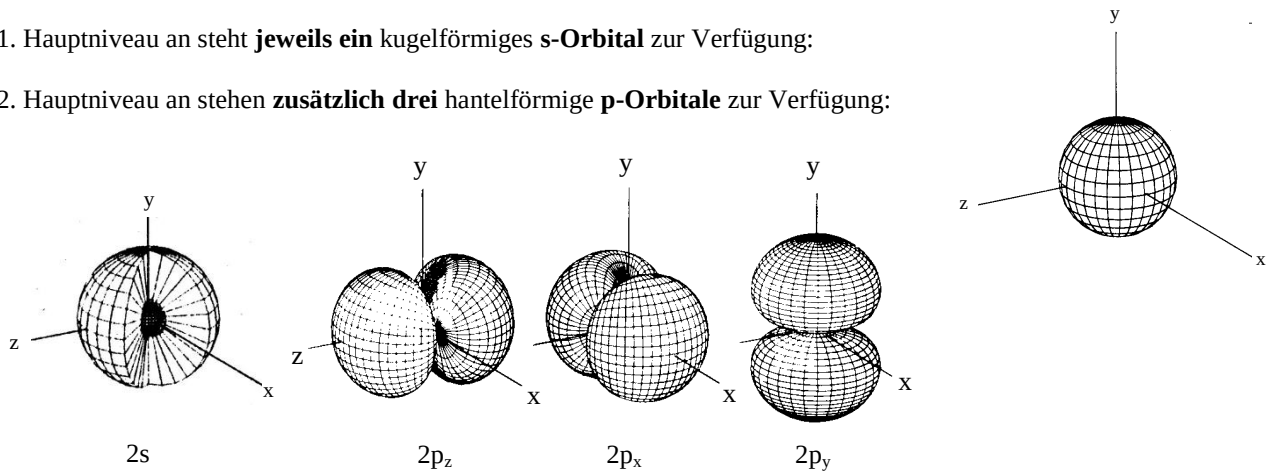
Übungen: Aufgaben zur Quantenphysik Nr. 21

4.3.11 Das Orbitalmodell

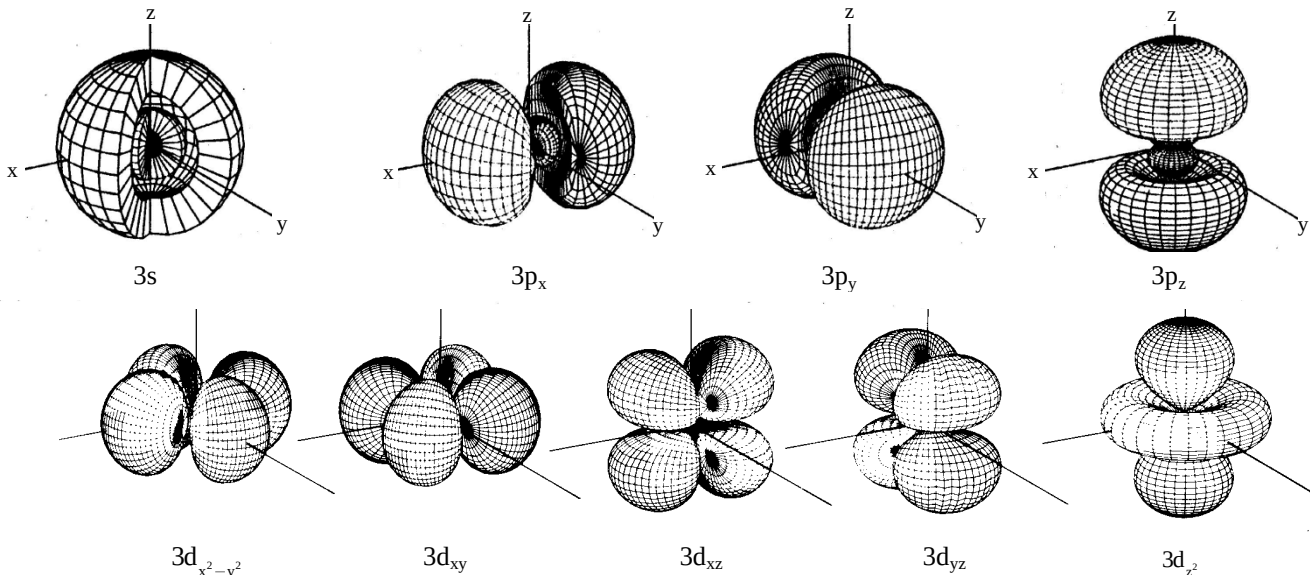
Der heutige Stand der Erkenntnis hinsichtlich der Elektronenverteilung im Atom wird nach wie vor durch Lösungen der von *Erwin Schrödinger* (1887 – 1961) im Jahre 1926 formulierten verallgemeinerten Energiebilanz (**Schrödinger-Gleichung**) gegeben. Der Aufenthaltsort der Elektronen wird durch stehende Wellen $\Psi(x,y,z;t)$ beschrieben, deren Quadrate $|\Psi|^2$ die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten in „Elektronenwolken“ (**Orbitalen**) beschreiben, die jeweils maximal zwei Elektronen mit entgegengesetzter Drehrichtung (**Spin**) aufnehmen können.

Vom 1. Hauptniveau an steht **jeweils ein** kugelförmiges **s-Orbital** zur Verfügung:

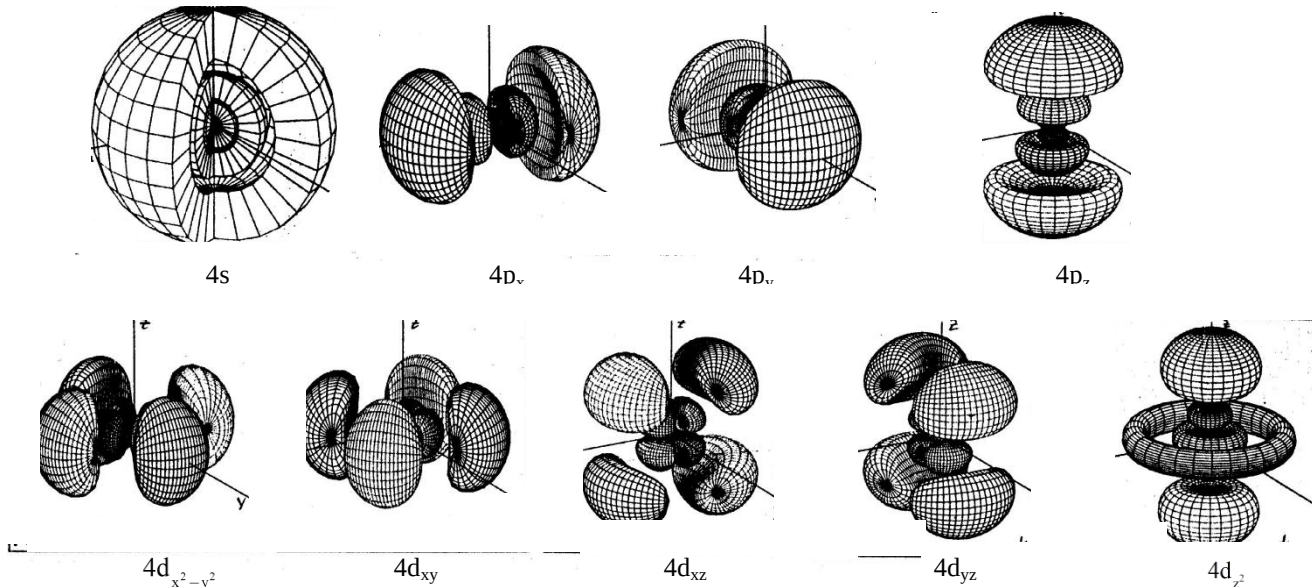
Vom 2. Hauptniveau an stehen **zusätzlich drei** hantelförmige **p-Orbitale** zur Verfügung:

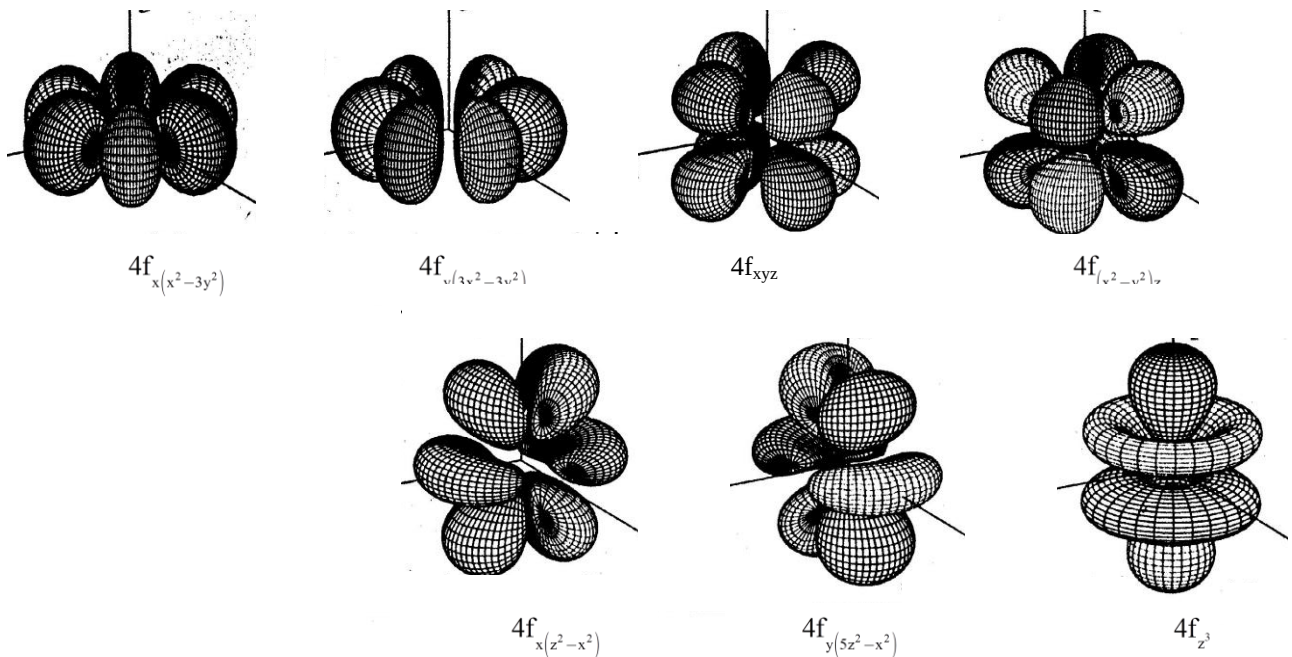


Vom 3. Hauptniveau an stehen **zusätzlich fünf** doppelhantelförmige **d-Orbitale** zur Verfügung:



Vom 4. Hauptniveau an stehen **zusätzlich sieben** kompliziert geformte **f-Orbitale** zur Verfügung:



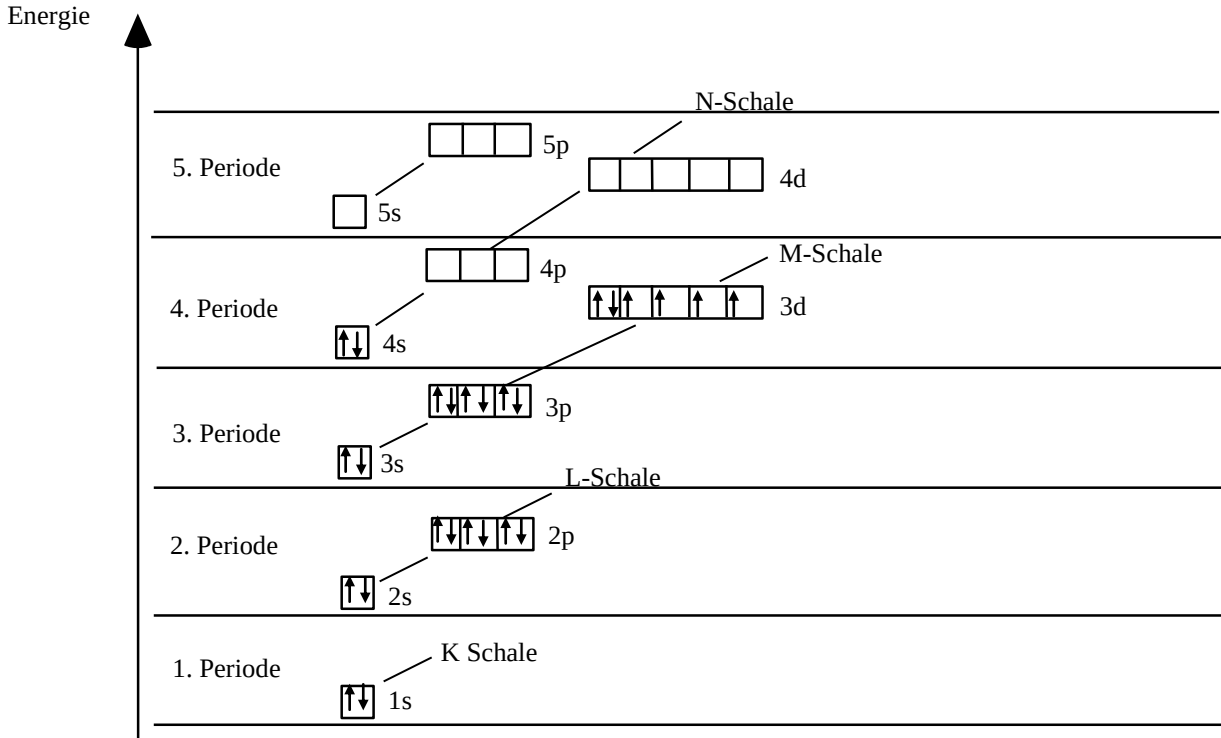


Kästchenschreibweise und Auffüllung der Orbitale

Die s-, p-, d- und f-Orbitale liegen innerhalb des jeweiligen **Hauptniveaus** jeweils auf dem gleichen **Unterniveau**. Vereinfacht stellt man die **Orbitale** als **Kästchen** dar und trägt die **Elektronen** als **Pfeile** gemäß ihrer Drehrichtung ein. Die Orbitale werden nach den folgenden Regeln durch Elektronen aufgefüllt:

1. Die Auffüllung der Schalen geschieht in Richtung **wachsender Energie**, also **von unten nach oben**.
2. Aufgrund der elektrischen Abstoßung erhält jedes Orbital eines Unterniveaus **zunächst nur ein** Elektron
3. Jedes Orbital kann **maximal zwei** Elektronen entgegen gesetzter Drehrichtung aufnehmen.

Beispiel Eisen $_{26}\text{Fe}$:



Deutung des Verlaufs der Ionisierungsenergien mit dem Orbitalmodell

- Abfall Be-B: - Abschirmung des Kerns durch das voll besetzte 2s-Unterniveau
- Abfall N-O: - Abschirmung durch gleichmäßig halb besetztes 2p-Unterniveau.
- Abfall Mg-Al: - Abschirmung durch voll besetztes 3s-Unterniveau
- Abfall P-S: - Abschirmung durch gleichmäßig halb besetztes 3p-Unterniveau.