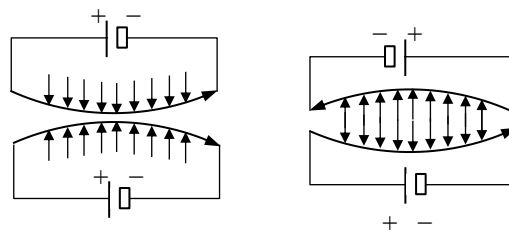


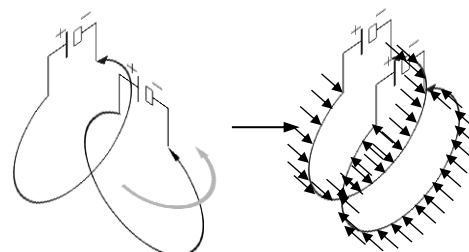
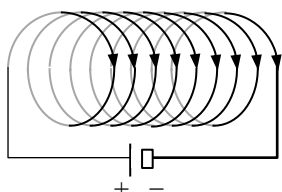
3.3 Elektrodynamik

3.3.1 Kräfte zwischen stromdurchflossenen Leitern

Zwei stromdurchflossene **gerade Leiter** ziehen sich an, wenn die Ströme **parallel** laufen. Sie stoßen sich ab, wenn die Ströme **antiparallel** laufen



Zwei stromdurchflossene **Leiterschleifen** versuchen sich so auszurichten, dass ihre Ströme **parallel** fließen. Die Wirkung verstärkt sich, wenn man mehrere Leiterschleifen hintereinander wickelt. Eine solche Anordnung nennt man **Spule**:

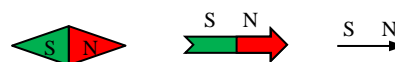
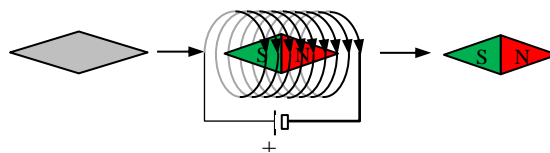


Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 1

3.3.2 Magnete

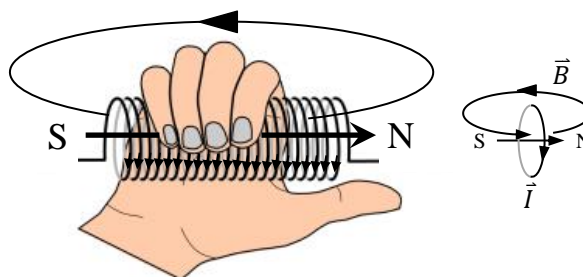
3.3.2.1 Permanentmagnete

Hält man einen **ferromagnetischen Stoff** wie **Eisen** $_{26}\text{Fe}$, **Kobalt** $_{27}\text{Co}$, **Nickel** $_{28}\text{Ni}$ oder **Neodym** $_{60}\text{Nd}$ in eine **stromdurchflossene Spule**, so richtet er sich immer wieder auf dieselbe Art in der Spule aus. Nach dieser **Magnetisierung** verhält er sich auch außerhalb der Spule und in der Nähe beliebiger Ströme genau so wie eine **stromdurchflossene Spule**. In größeren Entfernungen orientiert er sich nicht mehr an den Strömen, sondern an der **Nord-Süd-Richtung der Erde**. Man nennt einen so magnetisierten ferromagnetischen Stoff **Permanent- oder Dauermagnet** und kennzeichnet die nach Norden bzw. nach Süden gerichteten Enden als **Nordpol (rot)** bzw. **Südpol (grün)**. Man benutzt solche Magneten als **Kompassnadeln** und stellt sie daher oft als **Pfeile** dar, die immer nach **Norden** weisen.



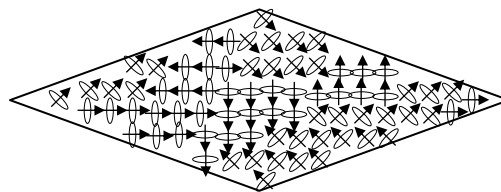
3.3.2.2 Elektromagnete

Stromdurchflossene Spulen richten genauso wie Permanentmagnete in Nord-Süd-Richtung aus, wenn sie nicht durch andere Ströme gestört werden. Ihre Orientierung lässt sich mit der **Rechte-Hand-Regel** bestimmen **Wenn die Finger in Stromrichtung zeigen, gibt der Daumen den VON AUSSEN betrachteten Nordpol an.**

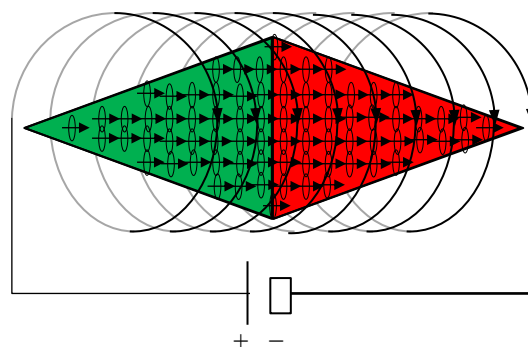


3.3.2.3 Ferromagnetismus

Die Atome vieler Stoffe enthalten ungepaarte Elektronen, die sich auf ihrer Kreisbahn um den Kern wie kleine **Kreisströme** verhalten. Beim **Magnetisieren** werden sie durch das Magnetfeld einer Spule parallel ausgerichtet, so dass ihre Wirkung sich gegenseitig verstärkt und sich das ganze Metallstück **ebenfalls wie eine Spule** mit vielen Trilliarden kleinen Windungen verhält.



Bei ferromagnetischen Stoffen hält diese Wirkung auch dann noch an, wenn das äußere Magnetfeld längst verschwunden ist. In diesen Stoffen sind die Atome schon durch ihre gegenseitigen Magnetfelder in den **Weisschen Bezirken** (nach ihrem Entdecker Pierre Ernest Weiss, 1865 – 1940) aneinander ausgerichtet. Das äußere Magnetfeld richtet dann nur noch die verschiedenen Weisschen Bezirke parallel aus.

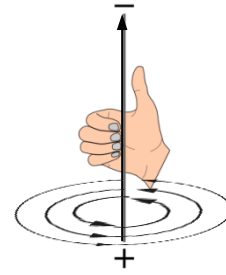


Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 2 und 3

3.3.3 Das magnetische Feld

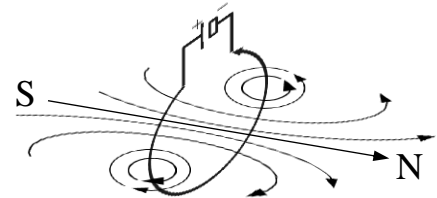
3.3.3.1 Feldlinien

Elektro- und Permanentmagnete wie z.B. **Eisenspäne** ordnen sich in der Umgebung stromdurchflossener Leiter in typischen **Feldlinien** an. In Analogie zu den elektrischen Feldlinien legen wir fest, dass die **Richtung des magnetischen Feldes immer dem Nordpol folgt**.



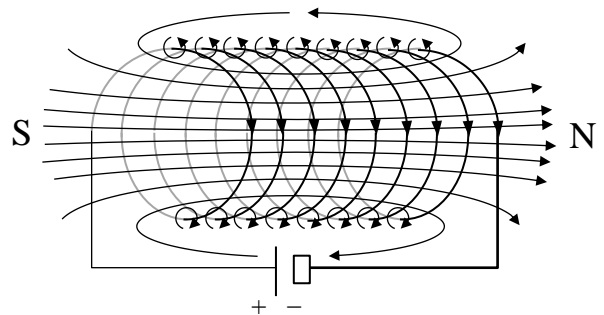
3.3.3.2 Feld eines geraden Leiters

Die Richtung der magnetischen Feldlinien in der Umgebung eines **geraden stromdurchflossenen Leiters** lässt sich mit der **Rechten-Faust-Regel** bestimmen: Folgt der Daumen der technischen Stromrichtung, so geben die Finger die Richtung der **kreisförmigen** magnetischen Feldlinien an.



3.3.3.3 Feld einer Spule

In einer **Spule** überlagern sich die Feldlinien im Inneren zu einem nahezu **homogenen Bereich** geradlinig paralleler und eng beieinander liegender Linien analog zum elektrischen Feld eines Plattenkondensators. Die Richtung der Feldlinien lässt sich wieder mit der **Rechten Faust** bestimmen. Diesmal aber mit vertauschten Rollen: Finger in Stromrichtung und Daumen in Feldrichtung. (siehe 3.3.2.2.)



3.3.3.4 Magnetische Felder sind quellenfrei

Im Gegensatz zum elektrischen Feld hat das magnetische Feld aber keine Quellen: **Es gibt keine magnetischen Ladungen und die Feldlinien sind immer geschlossen**. Die Vorstellung von Nord- und Südpolen kann irreführend sein, denn im Gegensatz zu elektrische geladenen Leitern, deren Inneres feldfrei ist, schließen sich magnetische Feldlinien im Inneren einer Spule bzw. eines Magneten zu geschlossenen Linien: Außen laufen sie von Norden nach Süden, innen aber zurück von Süden nach Norden!

3.3.3.5 Das Magnetfeld der Erde

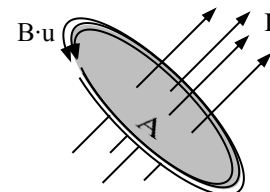
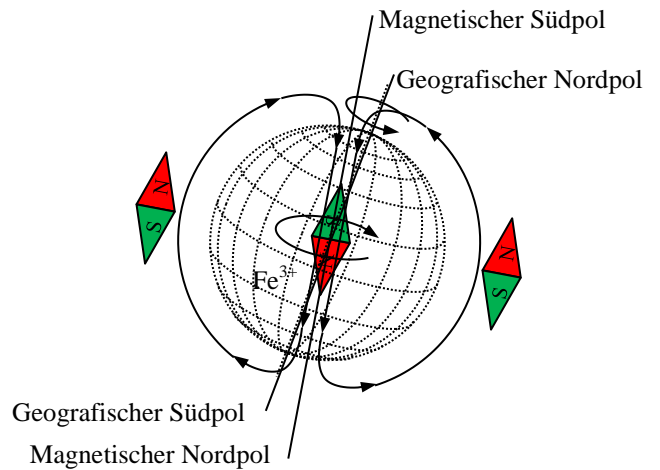
Das Magnetfeld der Erde wird vermutlich durch den Kreisstrom der Fe^{3+} -Ionen im flüssigen Erdkern bewirkt, dessen Orientierung im Lauf der Erdgeschichte bereits mehrere Male nachweislich gewechselt hat. Seit ca. 100 000 Jahren befindet sich der magnetische Südpol deutlich schwankend in der Nähe des geografischen Nordpols. Viele Tiere orientieren sich mit Hilfe von mit der Nahrung aufgenommenen und z.B. im Schnabel eingelagerten schwach magnetischen Eisenoxidkristallen. Moderne Schiffe und Flugzeuge verlassen sich lieber auf Kreiselkompass oder Satelliten.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 4 und 5

3.3.4 Die magnetische Flussdichte

3.3.4.1 Das Ampèresche Gesetz

Die **magnetische Flussdichte B** ist ein Maß für die **Dichte der Feldlinien** und damit für die **Kraft des Magnetfeldes** auf einen stromdurchflossenen Leiter. Die **Ursache** für die Flussdichte auf dem Umfang u einer Fläche A ist der **Strom I**, der durch A fließt. Ist B überall auf dem Rand der Fläche A gleich groß, so verteilt sich die Wirkung B der Ursache I gleichmäßig auf den Umfang u und man erhält das **Ampèresche Gesetz** nach **André-Marie Ampère (1775 – 1836)** für die



$$\text{magnetische Flussdichte } B = \frac{\mu_0 \cdot I}{u} \text{ mit Einheit } \text{Tesla } T = \frac{N}{A \cdot m}$$

nach **Nicola Tesla (1865 – 1943)** mit der

$$\text{magnetischen Feldkonstanten } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$$

3.3.4.2 Die magnetische Flussdichte des geraden Leiters

Im Abstand r von einem **geraden Leiter** mit der Stromstärke I ist der

Umfang $u = 2\pi r$. In diesem Fall gilt
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}$$

3.3.4.3 Die magnetische Flussdichte der langen Spule

In einer **langen Spule** der Länge s mit n Windungen und der Stromstärke I kann man ähnlich wie beim Plattenkondensator das äußere Feld vernachlässigen und berücksichtigt vom Umfang nur die

Länge der Spule. Mit $u = s$ erhält man
$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{s}$$

3.3.4.4 Die Permeabilität

Ferromagnetische Materialien (siehe 3.3.2.3) verstärken die Flussdichte durch ihre eigenen kleinen Ringströme um ein Vielfaches. Viele **paramagnetische** Materialien besitzen ebenfalls ungepaarte Elektronen, deren Bahnen sich im äußeren Magnetfeld ausrichten und es dadurch (sehr geringfügig) verstärken. Diese Ordnung und das damit verbundene eigene Magnetfeld brechen aber wieder zusammen, solange keine Weisschen Bezirke vorliegen. Die temporäre oder permanente Verstärkung der Flussdichte durch paramagnetische bzw. ferromagnetische Materialien wird durch die **Permeabilitätszahl** μ_r zum Ausdruck gebracht. Insbesondere in **Spulen** mit einem ferro-

magnetischen **Kern** erhöht sich die Flussdichte auf
$$B = \frac{\mu_r \cdot \mu_0 \cdot n \cdot I}{s}$$
,

wodurch z.B. die enorme Kraft von **Elektromagneten** bedingt wird.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 6 und 7

3.3.5 Die Lorentz-Kraft auf stromdurchflossene Leiter

Der Zusammenhang zwischen der in 3.3.1. besprochenen Kraft auf stromdurchflossene Leiter und der Flussdichte kann jetzt hergestellt werden:

Die **Lorentz-Kraft** eines Magnetfeldes mit der Flussdichte \vec{B} auf einen Leiter der Länge s mit der Stromstärke \vec{I} ist

$$\vec{F}_L = s \cdot \vec{I} \times \vec{B}$$

Die Orientierung der drei Größen in diesem **Vektorprodukt** kann man sich mit der **Rechte-Hand- oder UVW-Regel** merken:

$$\vec{U} \times \vec{V} = \vec{W}$$

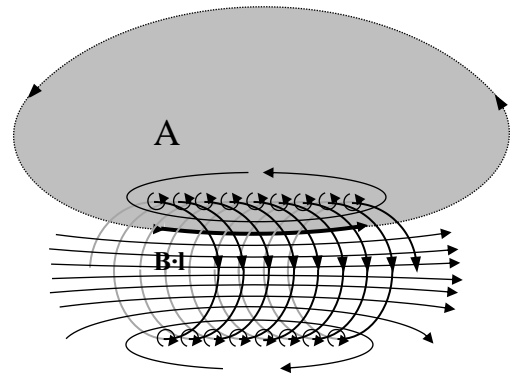
„Ursache kreuz Vermittlung gleich Wirkung“

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 8 - 10

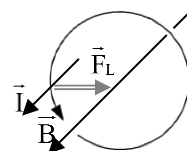
3.3.6 Der Elektromotor

Die Lorentzkraft wird im Elektromotor genutzt, um eine Spule im festen Magnetfeld in Drehbewegung zu versetzen. Damit sich die Spule immer weiterdreht, wird ein geteilter Schleifkontakt (**Kommutator**) verwendet, der dafür sorgt, dass z.B. im rechten Bild der **Strom im oberen Zweig immer nach hinten und im unteren Zweig immer nach vorn** fließt. Um die Laufruhe zu verbessern, werden 3, 4, usw. Spulen auf den **Anker** aus **ferromagnetischem Eisen** gewickelt, so dass die Umpolung schon nach 120° , 90° , usw. erfolgt.

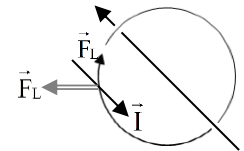
Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 11 und 12



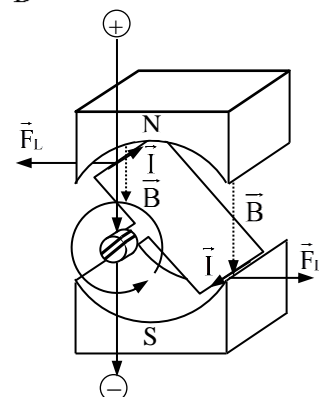
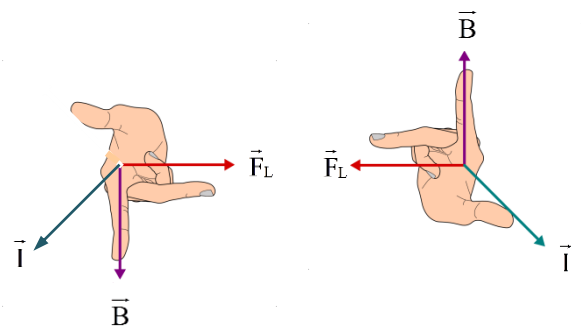
Material	Einteilung	μ_r
Luft, Vakuum		1
Aluminium	paramagnetisch	1,00002
Platin	paramagnetisch	1,0003
Eisen	ferromagnetisch	1000
Kobalt	ferromagnetisch	100
Nickel	ferromagnetisch	1000
Neodym	ferromagnetisch	10 000



parallele Ströme ziehen sich an



antiparallele Ströme stoßen sich ab



3.3.7 Die Lorentz-Kraft auf bewegte Ladungen

Die Lorentzkraft lässt sich auch für bewegte Einzelladungen formulieren. Für konstante Ströme ist nämlich $\vec{s} \cdot \vec{I} = \vec{s} \cdot \vec{I} = \vec{s} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\vec{s} \cdot Q}{t} = \frac{\Delta \vec{s} \cdot Q}{\Delta t} = \vec{v} \cdot Q$. Die Lorentzkraft auf eine Ladung Q mit der Geschwindigkeit \vec{v} ist also

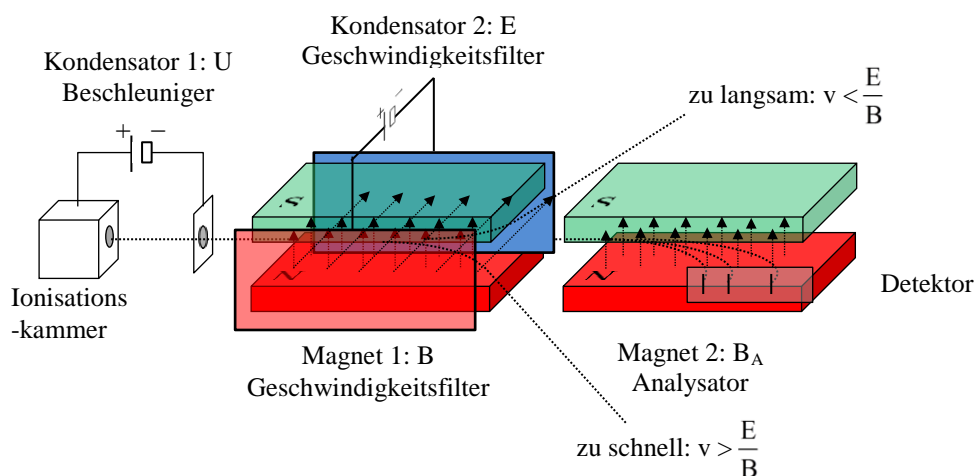
$$\vec{F}_B = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Die **rechte-Hand-Regel** kann weiter für die **technische Stromrichtung** bzw. **positive Ladungsträger** angewendet werden.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 13 - 16

3.3.8 Das Massenspektrometer

Massenspektrometer erlauben die schnelle, mobile und vergleichsweise preiswerte Identifizierung von Biomolekülen wie z.B. **Eiweißen**. Sie werden u.a. bei Feuerwehr und Militär zur Bedrohungsanalyse bei Giftunfällen oder Verdacht auf Giftwaffeneinsatz verwendet. Ein Massenspektrometer besteht aus drei Teilen:



1. In der **Ionisationskammer** werden die zu untersuchenden Moleküle erhitzt und dabei in Bruchstücke mit der Masse m und der Ladung Q aufgespalten bzw. ionisiert.
2. Anschließend werden die Ionen durch eine **Beschleunigungsanode** mit der Spannung U auf die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = U \cdot Q = E_{\text{pot}}$ bzw. die Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}}$ gebracht.
3. Im **Wienschen Geschwindigkeitsfilter** wirken senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zueinander die magnetische Flussdichte B eines **Magneten** und die elektrische Feldstärke E eines **Kondensators**, so dass nur Teilchen geradeaus weiter fliegen, für die sich **elektrische Kraft** $F_E = E \cdot Q$ und **Lorentzkraft** $F_L = Q \cdot v \cdot B$ ausgleichen, d.h. deren Geschwindigkeit $v = \frac{E}{B}$ beträgt.
4. Anschließend werden die Teilchen durch einen zweiten **Magneten** der Flussdichte B_A im **Analysator** durch auf eine Kreisbahn gebracht, auf der sich **Zentripetalkraft** $F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}$ und **Lorentzkraft** $F_L = Q \cdot v \cdot B_A$ ausgleichen, so dass der Radius $r = \frac{v}{B_A} \cdot \frac{m}{Q} = \frac{E}{B \cdot B_A} \cdot \frac{m}{Q}$ beträgt. **Ohne** Geschwindigkeitsfilter erhält man durch Einsetzen von $v = \sqrt{\frac{2 \cdot U \cdot Q}{m}}$ den Radius $r = \frac{\sqrt{2 \cdot U}}{B_A} \cdot \sqrt{\frac{m}{Q}}$. Bei gleicher Ladung Q , Kondensatorspannung U und Flussdichten B bzw. B_A ist der **Radius der Kreisbahn also proportional zur Masse m der Teilchen**. Ohne Geschwindigkeitsfilter ist er proportional **zur Wurzel \sqrt{m}** . Wegen $m > \sqrt{m}$ verbessert der Geschwindigkeitsfilter die **Trennschärfe** des Massenspektrometers.
5. Im **Detektor** werden die Bruchstücke durch Fotoplatten, Halbleitersensoren oder auch Induktionsspulen (siehe 3.4.) registriert. Ein bestimmtes Eiweiß zerbricht immer an den gleichen Stellen und hinterlässt einen typischen „**Fingerprint**“ von Bruchstücken mit charakteristischen Kombinationen von Ladungen und Massen, die durch Vergleich mit einer Datenbank schnell zu einer Identifikation führen können.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 17 und 18

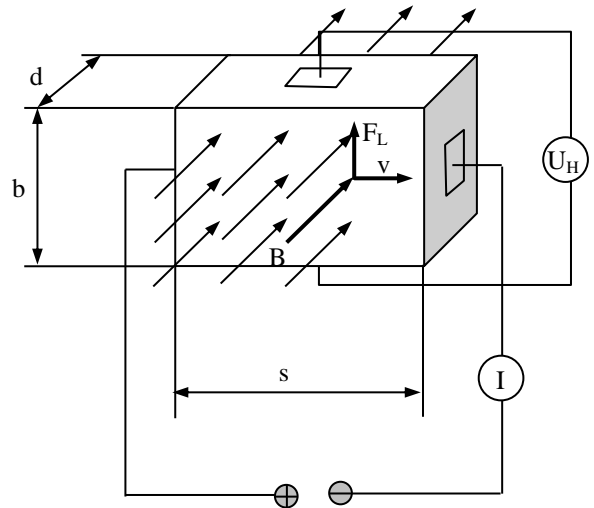
3.3.9 Der Hall-Sensor

Dieses einfache Messgerät für die magnetische Flussdichte besteht aus einem Leiterplättchen der Dicke d und der Breite b . In Längsrichtung wird eine kleine Spannung angelegt, so dass sich Ladungsträger mit der Geschwindigkeit v in Längsrichtung durch das Plättchen driften. Die zu bestimmende magnetische Flussdichte B führt zu einer Ablenkung der Ladungsträger senkrecht zum Magnetfeld und zur Driftrichtung, so dass die resultierende Ladungsverschiebung ein elektrisches Feld E bzw.

eine **elektrische Kraft** $F_E = E \cdot Q = \frac{U_H \cdot Q}{b}$ mit der durch ein

Voltmeter messbaren **Hallspannung** U_H erzeugt. Sie steht mit der **Lorentzkraft** $F_L = Q \cdot v \cdot B$ im Gleichgewicht, so dass man nach Kürzen der Ladung $U_H = b \cdot v \cdot B$ proportional zu B erhält.

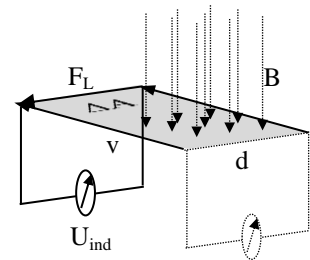
Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 19



3.3.10 Die Induktionsspannung in einem bewegten Leiter

Leiter mit Voltmeter vor Magnet bewegen

Bewegt sich ein Leiter der Länge d **senkrecht** zu den Feldlinien mit der konstanten Geschwindigkeit v , so wirkt auf eine Ladungen Q in diesem Leiter die Lorentzkraft $F_L = Q \cdot v \cdot B$ und erzeugt in diesem Leiter eine



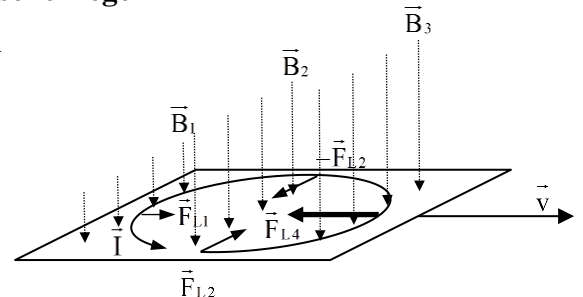
$$\text{Induktionsspannung } U_{\text{ind}} = \frac{W}{Q} = \frac{F_L \cdot d}{Q} = v \cdot B \cdot d.$$

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 20

3.3.11 Die Richtung der Induktionsspannung und die Lenzsche Regel

Magnet durch Alurohr fallen lassen, Wirbelstrombremse im Elektromagnet

Die **Induktionsspannung ist immer ihrer Ursache entgegengesetzt**, sonst würde sich ein Leiter im Magnetfeld von selbst beschleunigen und man hätte im Widerspruch zum **Energieerhaltungssatz** eine unerschöpfliche Energiequelle gefunden. Diese **Lenzsche Regel** ist die Grundlage der **Wirbelstrombremsen** in allen Schienenfahrzeugen:



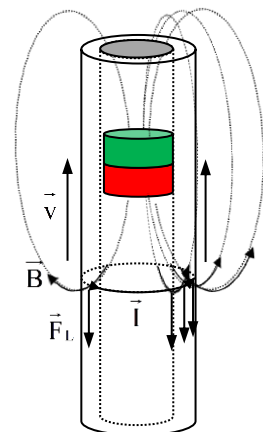
Beim Eintritt eines Metallstückes in ein Magnetfeld wird ein **Wirbelstrom** \vec{I} induziert. In der vorderen Hälfte des Wirbelstroms sind das Magnetfeld \vec{B}_3 und damit auch die der Bewegung \vec{v} entgegengesetzte Lorentzkraft \vec{F}_{L3} stärker als in der hinteren Hälfte, wo das Magnetfeld \vec{B}_1 und die beschleunigende Lorentzkraft \vec{F}_{L1} schwächer ausgeprägt sind.

Bei dem **Magnet im Aluminiumrohr** wird ein **Kreisstrom** \vec{I} induziert, dessen Ladungsträger gegen die nach oben gerichtete Relativbewegung \vec{v} des Rohres nach unten abgelenkt werden.

Wenn die nach oben gerichtete Bewegung des Rohres nach unten gebremst wird, muss nach dem 3. Newtonschen Axiom die nach unten gerichtete Bewegung des Magneten nach oben gebremst werden.

Solche sich der Bewegung oder Änderung (siehe 3.3.11) widersetzen Induktionsströme werden in allen Materialien je nach Beweglichkeit der Elektronen induziert und **schwächen** das äußere Magnetfeld. Insbesondere die meisten Metalle haben daher eine **Permeabilitätszahl** $\mu_r < 1$ und werden **diamagnetisch** genannt.

Nur bei **ferro- und paramagnetischen** Materialien werden diese induzierten Kreisströme durch die viel stärkeren schon existierenden Kreisströme ungepaarter Elektronen überlagert, welche das äußere Magnetfeld bedeutend **verstärken** und zu Permeabilitätszahlen $\mu_r > 1$ führen. (siehe 3.3.4.4)



Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 21 - 23

3.3.12 Der Generator und die Induktion

Mit Hilfe der Formulierung der Lorentzkraft für bewegte Einzelladungen erkennt man, dass der Elektromotor aus 3.3.6 umgekehrt auch als Stromquelle (**Generator**) dienen kann: Dreht man an der Leiterschleife, so wirkt die Lorentzkraft auf die bewegten Ladungsträger im Leiter und bewirkt einen Strom.

Der **erzeugte Strom** des Generators fließt **entgegengesetzt** zum **verbrauchten Strom** des Motors. Die Klemmen haben aber die **gleiche Polung**, da sie immer **aus der Sicht des Verbrauchers** bezeichnet wird. Beim Motor ist es dieser selbst, beim Generator jedoch ein außerhalb liegendes Gerät.

Allgemein spricht man von **Induktion**, wenn durch die **Lorentzkraft** in einem quer zum Magnetfeld bewegten Leiter ein **Strom** bewirkt wird.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 24

3.3.13 Wechselstrom

Dreht man eine Leiterschleife mit **Radius** r mit der **Winkelgeschwindigkeit** ω um eine Achse senkrecht zu einem Magnetfeld mit der **Flussdichte** B , so bewegt sich der achsenparallele Leiterabschnitt mit der **Geschwindigkeit** $v = \omega r$.

Für die **Lorentzkraft** ist aber nur die Geschwindigkeitskomponente wirksam, welche **senkrecht zum Magnetfeld** steht. Wenn die Leiterschleife den Winkel $\alpha = \omega t$ zur Waagrechten bildet, ist dies der Anteil $v_n = \sin(\alpha) \cdot v = \sin(\omega t) \cdot \omega \cdot r$.

Wenn der achsenparallele Leiterabschnitt die Länge s besitzt, ist die induzierte Spannung

$$U_{\text{ind}} = v_n \cdot B \cdot s = \sin(\omega t) \cdot \omega r \cdot B \cdot s.$$

Durch den gegenüberliegenden Abschnitt verdoppelt sie sich und bei n Windungen erhält man

$$U_{\text{ind}} = 2n \cdot \sin(\omega t) \cdot \omega r \cdot B \cdot s.$$

Mit der **Fläche** $A = 2rs$ der Leiterschleife ergibt sich schließlich

$$U_{\text{ind}} = n \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \cdot A \cdot B$$

Wenn man keinen Kommutator, sondern zwei **hintereinander liegende Schleifkontakte** wie im Bild oben verwendet, handelt es sich um eine **Wechselspannung**, die ihre Polung in jeder Periode zweimal wechselt.

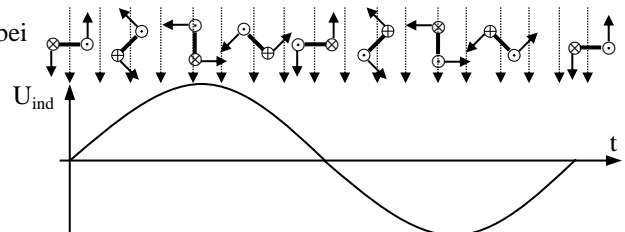
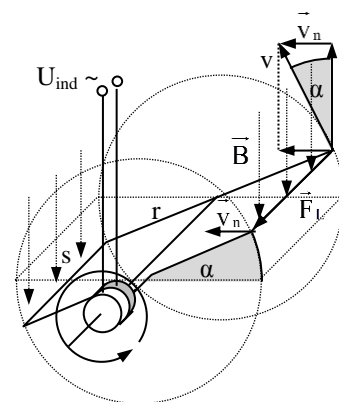
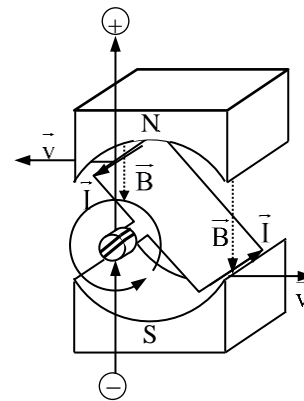
Die meisten Verbraucher wie z.B. Leuchten und Heizgeräte lassen sich mit Wechselspannung ebenso gut betreiben wie mit Gleichspannung. **Elektromotoren** lassen sich mit Wechselspannung betreiben, wenn man die Permanentmagneten durch Elektromagneten ersetzt, die das Magnetfeld im gleichen Takt wie der Strom durch die Ankerspulen umpolen. Die **Widerstände** vieler Geräte sind bei Wechselspannung sogar geringer als bei Gleichspannung.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 25

3.3.14 Die Induktionsspannung veränderlicher Magnetfelder

Auch in einem **ruhenden Leiter** kann eine Spannung induziert werden, wenn sich das Magnetfeld mit der Rate $\dot{B} = \frac{\Delta B}{\Delta t}$ verändert. Man kann sich vorstellen, dass die Ladungen im Leiter das an bzw. abschwelende Magnetfeld als Bewegung in ein Magnetfeld hinein oder aus einem Magnetfeld heraus „wahrnehmen“.

In diesem Fall ist die Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = -A \cdot \dot{B}$. Das **Minuszeichen** bringt die **Lenzsche Regel** zum Ausdruck: Abnehmende Magnetfelder werden verstärkt, zunehmende geschwächt.



Induktion entsteht also immer, wenn sich Magnetfeld B oder überdeckte Fläche A ändern. Das Produkt dieser beiden Größen ist ein Maß für die Zahl der Feldlinien, welche die Fläche A durchsetzen und heißt

$$\boxed{\text{magnetischer Fluss } \Phi = B \cdot A}$$

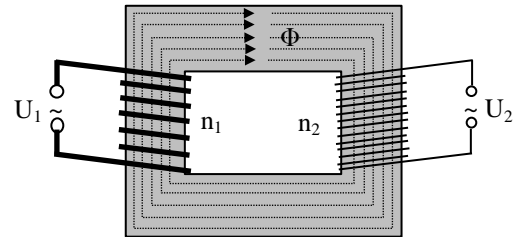
Das **Faradaysche Induktionsgesetz** (*Michael Faraday 1792 - 1876*) für die in n **Leiterschleifen** durch einen zeitlich wechselnden **magnetischen Fluss** Φ mit der **Änderungsrate** $\dot{\Phi}$ induzierte Spannung U_{ind} schreibt man dann kurz in der Form

$$\boxed{U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}}$$

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 26

3.3.15 Transformatoren

Ein Transformator besteht aus einem Eisenkern, der von zwei getrennten Spulen mit den Windungszahlen n_1 und n_2 umwickelt ist. Bei Anlegen einer Wechselspannung an einer der beiden Spulen wird ein magnetischer Wechselfluss Φ im Eisenkern erzeugt, der beide Spulen durchsetzt. Im **unbelasteten Zustand** gilt dann nach dem



Induktionsgesetz $U_1 = -n_1 \cdot \dot{\Phi}$ und $n_2 \cdot \dot{\Phi} = U_2$, also $\frac{U_1}{n_1} = \dot{\Phi} = \frac{U_2}{n_2}$

bzw.
$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}} \quad (\text{Transformatorgleichung}).$$

Durch die Sekundärwicklung fließt kein Strom und es wird keine Leistung übertragen. Der Strom I_{10} in der Primärwicklung ist ein **reiner Blindstrom** mit Phasenverschiebung $\varphi_{10} = 90^\circ$.

Im **belasteten Zustand** fließt auf der Sekundärseite ein Strom I_2 und erzeugt die **zusätzlichen Flussdichte** $B' = \mu n_2 I_2$. Diese zusätzliche Flussdichte muss auf der Primärseite durch einen **zusätzlichen Wirkstrom** I_1' kompensiert werden, für den entsprechend gilt $B' = \mu n_1 I_1'$. Für die Wirkströme im belasteten Transformator gilt daher die Beziehung

$$\boxed{\frac{I_1'}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Bei hoher Belastung (Kurzschluss) kann der Blindstrom I_{10} vernachlässigt werden.

Man kann auch über die **Leistung** argumentieren: Die Spannungen U_1 bzw. U_2 sind über die gesamten Flussdichte B gekoppelt und **gleichphasig**. Die **zusätzlichen Wirkströme** I_1' und I_2 sind über die zusätzliche Flussdichte B' ebenfalls gekoppelt und mit der gleichen Phase φ gegenüber U_1 bzw. U_2 verschoben. Wird auf der Sekundärseite Leistung $P = U_2 I_2 \cos(\varphi)$ entnommen, so muss diese durch den **zusätzlichen Wirkstrom** I_1' auf der Primärseite zugeführt worden sein: $P = U_1 I_1' \cos(\varphi)$. Damit erhält man erhält wieder oben schon hergeleitete Beziehung

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 27 - 29

3.3.16 Selbstinduktion

Eine Spule, die von Wechselstrom durchflossen wird, induziert nicht nur in benachbarten Leitern, sondern vor allem auch **in sich selbst** eine Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = -n \dot{\Phi} = -n \cdot A \cdot \dot{B}$.

Nach 3.3.4.3 herrscht in einer Spule mit n Windungen, einem Kern mit der Permeabilitätszahl μ_r und der Länge s , die von einem Strom mit der Stärke I durchflossen wird, die magnetische Flussdichte $B = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot I}{s}$.

Da alle anderen Größen konstant bleiben, ist die Änderungsrate der Flussdichte dann auch proportional zur Änderungsrate des Wechselstroms: $\dot{B} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot \dot{I}}{s}$.

Durch Einsetzen erhält man

$$\boxed{U_{\text{ind}} = -L \dot{I}} \quad \text{mit der} \quad \boxed{\text{Induktivität } L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{s}}$$

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 30 – 32

3.3.17 An- und Abschaltvorgang einer Spule

3.3.17.1 Ausschaltvorgang

Durch Addition der beiden gleichermaßen dem Strom bzw. seiner Änderung entgegengerichteten Spannungen in der Reihenschaltung aus ohmschem Widerstand mit $U_R = -R \cdot I$ und Spule mit $U_L = -L \cdot \dot{I}$ erhält man

$$0 = -R \cdot I - L \cdot \dot{I} \Leftrightarrow \dot{I} = I'(t) = -\frac{R}{L} \cdot I(t).$$

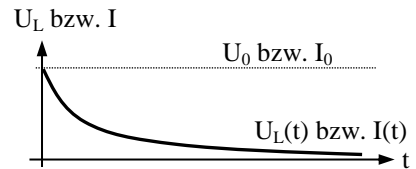
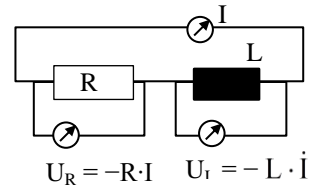
Mit dem Ansatz

$$I(t) = I_0 \cdot e^{at} \text{ bzw. } I'(t) = a \cdot I_0 \cdot e^{at} = a \cdot I(t)$$

ergibt sich $a = -\frac{R}{L}$ und

Ausschaltstrom $I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$.

Spulenspannung $U_L(t) = -L \cdot I'(t) = U_{L0} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$



Erklärung: Die Spulenspannung ist zu Beginn gleich der Spannung am Widerstand $U_L(0) = R \cdot I_0$. Nach der Lenzschen Regel stellt sich die Spule der äußeren Änderung entgegen und verzögert den Ausschaltvorgang durch ihre entgegengesetzte Induktionsspannung. Der zunächst stark abfallende Strom bewirkt auch eine hohe Induktionsspannung, die aber mit immer langsamer sinkendem Strom ebenfalls abnimmt, bis zum Schluss nahezu kein Strom mehr fließt: $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} U_L(t) = 0$.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 33 - 34

3.3.17.2 Anschaltvorgang

Die Addition der gleichermaßen dem Strom entgegen gerichteten Spannungen in der Reihenschaltung aus ohmschem Widerstand $U_R = R \cdot I$ und Spule $U_L = L \cdot \dot{I}$ ergibt

$$U_0 = R \cdot I + L \cdot \dot{I} \Leftrightarrow I'(t) = \frac{U_0}{L} - \frac{R}{L} \cdot I(t).$$

Mit dem Ansatz

$$I(t) = I_0 - I_0 \cdot e^{-at} \text{ und } I'(t) = -a \cdot I_0 \cdot e^{-at} \text{ sowie } I_0 = \frac{U_0}{R}$$

erhält man

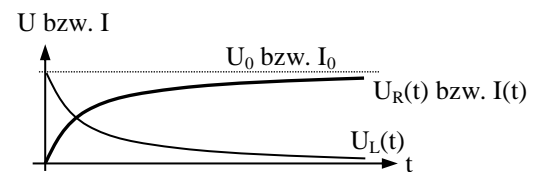
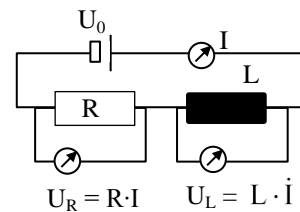
$$-a \cdot I_0 \cdot e^{-at} = \frac{U_0}{L} - \frac{R \cdot I_0}{L} + \frac{R}{L} \cdot I_0 \cdot e^{-at} = \frac{R}{L} \cdot I_0 \cdot e^{-at} \Leftrightarrow a = -\frac{R}{L}$$

für die

Anschaltstrom $I(t) = I_0 - I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$.

Spulenspannung $U_L(t) = U_0 - U_R(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

Spannung am Widerstand $U_R(t) = R \cdot I(t) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$.



Erklärung: Der beim Umlegen des Schalters maximalen Stromänderung setzt die Spule ein maximale Induktionsspannung entgegen, welche aber mit sinkender Steigungsrate des Stroms abnimmt, bis zum Schluss keine Induktionsspannung mehr messbar ist und der Gleichstrom alleine durch den ohmschen Widerstand begrenzt wird: $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = \frac{U_0}{R}$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} U_L(t) = 0$.

Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 35 -36

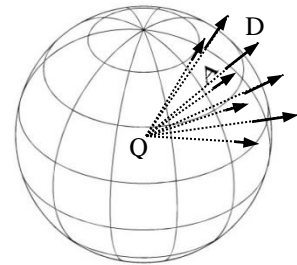
3.3.18 Die Maxwell'schen Gleichungen

James Clark Maxwell (1831 – 1879) gelang es, alle Erscheinungen elektrischer und magnetischer Felder in nur vier Gleichungen zu erklären. Die Symmetrie der Gleichungen wird durch Verwendung der **elektrischen Flussdichte** \vec{D} und die **magnetischen Feldstärke** \vec{H} deutlich. Die Summe bzw. Integral der **Flussdichte** über eine beliebige Fläche A ist der **Fluss** durch diese Fläche. Die Summe bzw. das Integral der **Flächenladungsdichte** $\sigma = \frac{Q}{A}$ ist die **Ladung** $Q = \int_A \sigma \cdot dA$ auf dieser Fläche.

Feld	Feldstärke	Flussdichte	Fluss	Flussänderungsrate
magnetisch	\vec{H}	$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$	$\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$	$\dot{\Phi}_B = \int_A \dot{\vec{B}} \cdot d\vec{A}$
elektrisch	\vec{E}	$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}$	$\Phi_D = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$	$\dot{\Phi}_D = \int_A \dot{\vec{D}} \cdot d\vec{A}$
		Flächenladungsdichte σ	Ladung $Q = \int_A \sigma \cdot dA$	Strom $I = \int_A \dot{\sigma} \cdot dA$

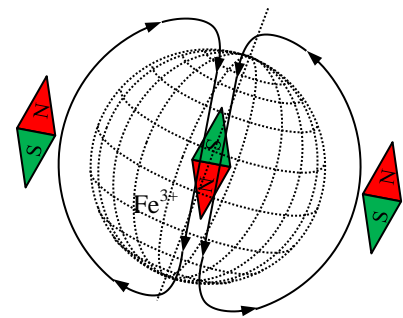
Coulomb-Gesetz oder **Gaußscher Satz** für **elektrische Felder**: Der **elektrische Fluss** Φ_D über eine **geschlossene** Hüllfläche A ist gleich der von dieser Fläche umschlossenen **Ladung** Q

$$\Phi_D = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$$



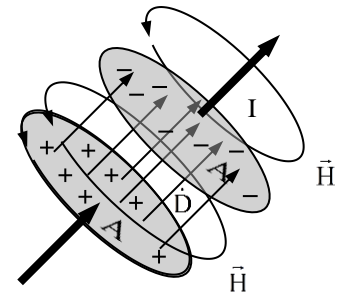
Gaußscher Satz für **magnetische Felder**: Der **magnetische Fluss** Φ_B über eine **geschlossene** Hüllfläche A ist gleich Null. **Es gibt keine magnetische Ladung**:

$$\Phi_B = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0.$$



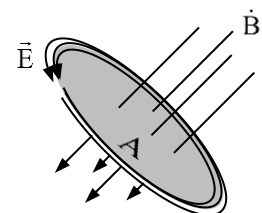
Ampèresches Gesetz: Die Summe der **magnetischen Feldstärke** \vec{H} entlang einer geschlossenen Linie C ist gleich der Summe aus dem Strom I im Leiter und die Änderung **elektrischen Flusses** $\dot{\Phi}_D$ durch die umschlossene Fläche A eines zwischengeschalteten Kondensators infolge des **Ladevorgangs**:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \dot{\Phi}_D.$$



Faradaysches Induktionsgesetz: Die Summe der **elektrischen Feldstärke** \vec{E} entlang einer geschlossenen Linie C ist gleich **der negativen Änderungsrate der magnetischen Flusses** $\dot{\Phi}_B$ durch die umschlossene Fläche A :

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\dot{\Phi}_B.$$



Übungen: Aufgaben zur Elektrodynamik Nr. 37